



レベルセット法に基づくロバストトポロジー最適設計のパラメータがロバスト最適形態におよぼす影響について

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2018-01-24 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 小木曾, 望, 堀尾, 仁志, 乙守, 正樹, 山田, 崇恭, 西脇, 眞二 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10466/15717

レベルセット法に基づくロバストトポロジー最適設計のパラメータが ロバスト最適形態におよぼす影響について*

小木曾望^{*1}, 堀尾仁志^{*2}, 乙守正樹^{*3}, 山田崇恭^{*3}, 西脇眞二^{*3}

Effects of Parameters of Level Set-Based Robust Topology Optimization on Robust Optimum Configuration

Nozomu KOGISO^{*1}, Hitoshi HORIO, Masaki OTOMORI, Takayuki YAMADA,
and Shinji NISHIWAKI

^{*1} Department of Aerospace Engineering, Osaka Prefecture University
1-1 Gakuen-Cho, Naka-ku, Sakai, Osaka, 599-8531 JAPAN

The robust topology optimization method integrates the level set-based topology optimization that introduces fictitious interface energy to regularize the optimization problem and the sensitivity-based robust optimization method that the objective function is formulated as the weighted sum of the mean value and the standard deviation of the compliance energy. Accordingly, the robust topology optimization method has two parameters, the regularization parameter and the weighting factor. This study investigates the effects of the two parameters of the level set-based robust topology optimization method on the structural configurations of the optimum designs and values of objective function through numerical examples.

Key Words : Optimum Design, Robustness, Structural Design, Topology Optimization

1. は じ め に

著者の一部は、負荷荷重や材料定数の分布など設計パラメータの変動に対して、剛性などの構造応答の平均値を最大化しつつ、その変動を最小化するような構造形態を求める設計法として、ロバストトポロジー最適設計を提案してきた⁽¹⁾⁽²⁾。そこでは、レベルセット法に基づくトポロジー最適設計法⁽³⁾と、感度解析に基づくロバスト設計法⁽⁴⁾を組み合わせ、性能指標の期待値と標準偏差の重み付き加重和を目的関数として定式化する。過去の研究⁽¹⁾⁽²⁾において、ロバスト設計と確定的な最適設計では最適形態が異なることを示してきた。

ここで採用しているトポロジー最適設計法⁽³⁾は、仮想的な界面エネルギー項の寄与度を表すパラメータである正規化係数により、構造形態の複雑さを定性的に設定することができる。一方、ロバスト設計においては、目的関数に導入した重み係数により、変動の影響を考慮することができる。しかしながら、これまで、ロバスト設計と確定的な最適設計における構造形態の違いは、正規化係数によるものか、ロバスト最適設計の重み係数によるものなのかが明確になっていなかった。

一方、変動を考慮した場合の最適な構造形態は確定的な最適形態よりも複雑になること⁽⁵⁾があることが知られている。このことから、「構造形態が複雑であれば変動に対して頑健な構造である」とあたかも逆が成立するかのよう誤解され、トポロジー最適設計の正規化係数を調整することでロバスト最適設計が得られると思われることもある。そこで、本研究ではそのような誤解を解くために、ロバスト設計と確定的な最適設計との違いがわかりにくい数値計算例を通して、これらのパラメータがロバスト最適形態におよぼす影響を数値計算例をもとに考察するとともに、得られた形態のみからロバストかどうかを判断しようとすることが必ずしも妥当ではないことを示す。

* 原稿受付 2012 年 12 月 5 日

^{*1} 正員, 大阪府立大学大学院工学研究科 航空宇宙工学分野 (〒 599-8531 大阪府堺市中区学園町 1-1)

^{*2} 大阪府立大学大学院工学研究科 航空宇宙工学分野 (〒 599-8531 大阪府堺市中区学園町 1-1)

^{*3} 正員, 京都大学大学院 工学研究科 機械理工学専攻 (〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町)

E-mail: kogiso@aero.osakafu-u.ac.jp

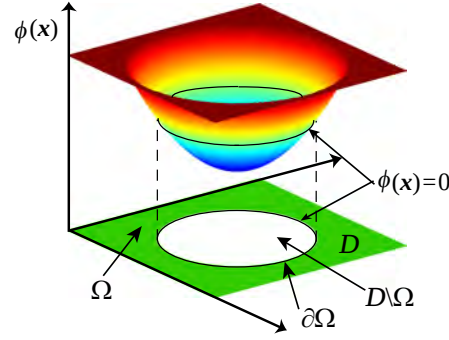


Fig. 1 Fixed design domain D and level set function ϕ

2. レベルセット法による形状表現を用いたトポロジー最適化

物体により占められている領域 Ω (以下, 物体領域) の存在が許容されている固定領域 D (以下, 固定設計領域) において, 物体領域の構造最適化について考える. レベルセット法では, 図 1 に示すように, レベルセット関数と呼ばれるスカラー関数 $\phi(\mathbf{x})$ のゼロ等位面によって物体境界を陰的に表現する. すなわち次式に示すように, 物体領域において正, 空洞領域において負, 物体の境界ではゼロとなるレベルセット関数を用いて物体の形状表現を行う. なお, $\mathbf{x}$ は固定設計領域の座標である.

$$\begin{cases} 0 < \phi(\mathbf{x}) \leq 1 & \text{if } \forall \mathbf{x} \in \Omega \setminus \partial\Omega \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \text{if } \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega \\ -1 \leq \phi(\mathbf{x}) < 0 & \text{if } \forall \mathbf{x} \in D \setminus \Omega \end{cases} \quad (1)$$

目的汎関数にはフェーズフィールド理論の定式化で利用されている界面エネルギーを導入する⁽³⁾.

$$\underset{\phi}{\text{Minimize}} : F(\Omega(\phi)) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) d\Omega + \int_D \frac{1}{2} \tau |\nabla \phi|^2 d\Omega \quad (2)$$

$$\text{subject to} : G(\Omega(\phi)) = \int_{\Omega} d\Omega - V_{\max} \leq 0 \quad (3)$$

ここで, $f(\mathbf{x})$ は目的汎関数の被積分関数, G は体積制約を表す制約汎関数, $V_{\max}$ は体積の上限値である. τ は界面エネルギーと目的汎関数の比を示すパラメータで, 正規化係数と呼ぶ. この値を適切に設定することにより, 最適構造の複雑さを定性的に変化させることができる.

レベルセット関数 $\phi(\mathbf{x}) = 0$ の物体境界で勾配を有するため, 界面エネルギーは構造形態の周囲長が短いほど小さな値をとり, 周囲長が長いほど大きな値をとる. したがって, 正規化係数 τ の値が大きいほど周囲長の短い単純な構造形態となり, 逆に τ の値が小さいほど, 周囲長の長い複雑な構造形態が得られる傾向がある. なお, $\phi(\mathbf{x}) = 0$ の物体境界以外の場所でも, レベルセット関数の勾配 $|\nabla \phi|$ が存在する. また, 固定領域境界と物体領域境界が一致する場所では, レベルセット関数の勾配がゼロとなる. このため, 界面エネルギーの値は必ずしも構造の周囲長 (構造形態の複雑さ) とは厳密には一致しない.

3. ロバスト最適設計

ロバスト設計では, 感度解析を利用する手法⁽⁴⁾が広く用いられている. これは, 目的関数および制約条件の平均値まわりの変動を設計変数および設計パラメータの一次近似として, 感度解析によって評価する方法である. $\mathbf{d}$ を設計変数, $\mathbf{z}$ を設計パラメータ, $E[\cdot]$ を平均値, $\text{Var}[\cdot]$ を分散とすると, ロバスト性を考慮した目的関数は次式の重み付き加重和として定式化する.

$$\text{Minimize} : F_r(\mathbf{d}) = E[F(\mathbf{d}, \mathbf{z})] + \alpha \sqrt{\text{Var}[F(\mathbf{d}, \mathbf{z})]} \quad (4)$$

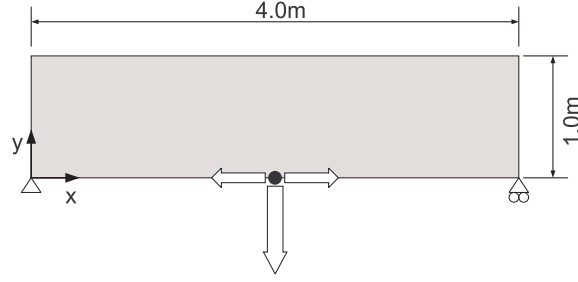


Fig. 2 Design model of simple supported beam

ここで、 α は正の重み係数である．なお，目的関数の平均値と分散は，次式のように感度解析を用いて評価する．

$$E[F] \approx F(E[\mathbf{d}], E[\mathbf{z}]) \quad (5)$$

$$\text{Var}[F] \approx \sum_{i=1}^{n_z} \left(\frac{\partial F}{\partial z_i} \right)^2 \text{Var}[z_i] \quad (6)$$

ここで、 n_z は不確定な設計パラメータの数である．以下では，目的関数の標準偏差をロバスト項と称する．なお，本研究では，荷重などの設計パラメータの変動のみを考慮し，設計変数である形態の変動は考慮していない．

4. 数 値 計 算 例

図 2 に示すような荷重の変動を考慮する両端支持はりの剛性最大化設計問題に対して，正規化係数とロバスト項の重み係数を変化させながら，最適形態やそれぞれの目的関数値の変化を調べ，これらのパラメータが構造形態や目的関数値におよぼす影響を考察する．

この両端支持梁は，固定設計領域は $4.0\text{m} \times 1.0\text{m}$ の長方形領域とし，設計領域を要素長 1cm の構造格子で要素分割 (40000 要素) し，下方左端を変位完全拘束，下方右端を縦方向に関して変位拘束している．下端中央に負荷する荷重条件は変動を有するものとし，水平方向および鉛直方向の平均をそれぞれ， $X = 0\text{N}$ ， $Y = -100\text{N}$ とし，水平および鉛直方向の標準偏差をそれぞれ， $\sigma_X = 20\text{N}$ ， $\sigma_Y = 20\text{N}$ とする．なお，確定的な最適設計では平均値を確定荷重として負荷する．解析モデルの材料は等方性材料を想定し，縦弾性係数を 210GPa ，ポアソン比を 0.3 とし，空洞領域の物体領域に対する縦弾性係数の比を 1.0×10^{-5} と設定する．そして，体積の許容値 $V_{\max}$ は固定設計領域の 50% とし，ロバスト最適形態を求める．

4.1 正規化係数 τ による影響

まず， $\tau = 10^{-3}, 5 \times 10^{-4}, 3 \times 10^{-4}, 2 \times 10^{-4}, 10^{-4}$ および 5×10^{-5} の 6 種類の値に対する確定的な最適設計の最適形態を図 3 に示す． $\tau = 10^{-3}$ や $\tau = 5 \times 10^{-4}$ のときは中央部の柱が 2 本であるが， τ が小さくなるにつれ柱の数が增加する． τ が小さくなればなるほど界面エネルギーが大きくなるため，構造形態が複雑になる．これは参考文献⁽³⁾に示されている通りである．

ロバストトポロジー最適化で得られた最適形態を図 4 に示す．同様に， $\tau = 10^{-3}$ など τ が比較的大きいと柱の数が少なく， τ が小さくなるにつれて柱の数が増え，確定的な最適形態の場合と同じ傾向が得られていることがわかる．つまり，ロバスト設計問題においても確定的な最適設計と同様の効果がある．

次に， τ に対する界面エネルギーの変化を図 5(a) に示す．これより， τ が大きくなると界面エネルギーの値は大きく減少することがわかる． $\alpha = 1.5$ の場合， $\tau = 5 \times 10^{-5}$ のときの界面エネルギーの値は $\tau = 2 \times 10^{-4}$ のときの値よりも 2 倍程度となる．これに対応する最適形態は図 4 の (d) と (e) であり，部材数の違い，つまり幾何学的な複雑さが大きく異なっている．

一方，図 5(a) をみると， $\tau = 5 \times 10^{-4}$ のときの界面エネルギーは $\tau = 10^{-3}$ のときとほぼ同じであることがわかる．このときの最適形態は図 4 の (a) と (b) であり，部材数はほとんど変わらず，幾何学的な複雑さがほぼ同じであることがわかる．つまり， τ によって界面エネルギーが変化し，界面エネルギーによって最適形態の幾何学的な複雑さが決まっているといえる．

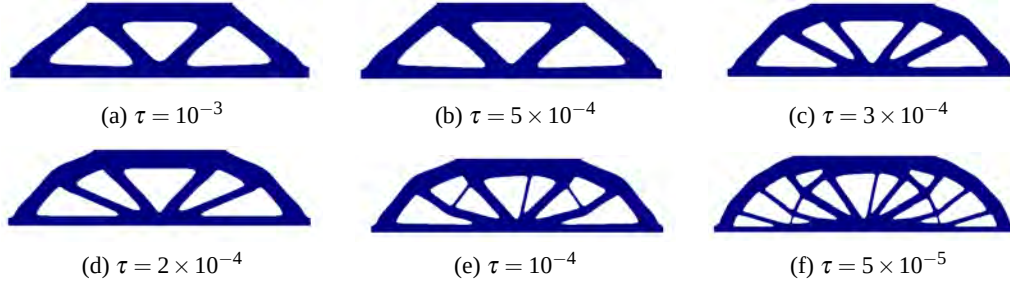


Fig. 3 Deterministic optimum configuration

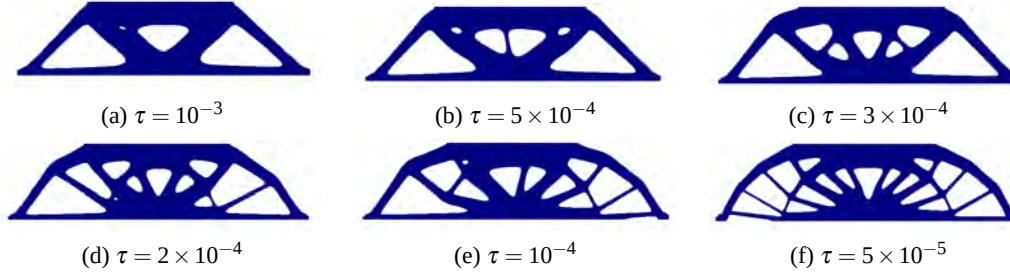
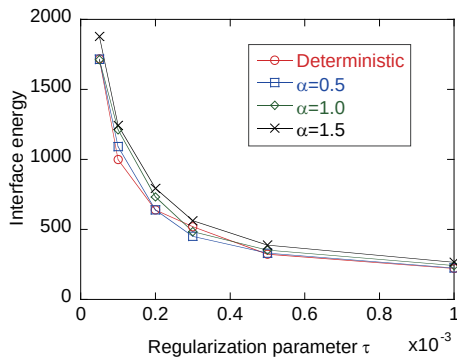
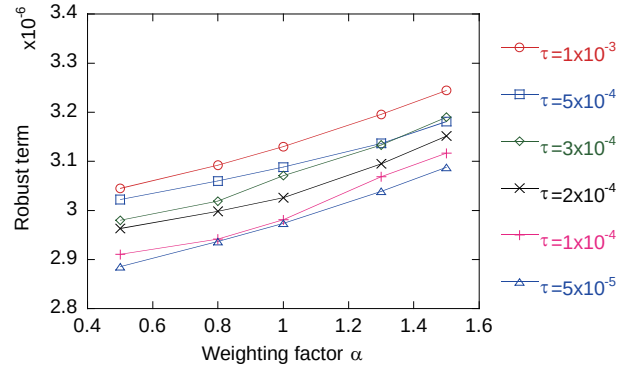


Fig. 4 Robust optimum configuration



(a) Change of interface energy in regularization parameter τ



(b) Change of robust term in weighting factor α

Fig. 5 Effect of parameters on robust objective function

4.2 重み係数 α による影響

$\tau = 5 \times 10^{-5}$ の場合の確定的な最適形態および $\alpha = 0.5, 0.8, 1.0, 1.3$ および 1.5 のときのロバスト最適形態を図 6 に示す。 $\alpha = 0.5$ および $\alpha = 1.5$ において、最適形状はやや異なるものの部材数はほぼ同じである。

次に、 $\tau = 5 \times 10^{-4}$ の場合の最適形態を図 7 に示す。 $\alpha = 1.0, 1.3$ および 1.5 においては、 $\alpha = 0.5$ の最適形態よりも部材数が増えているが、これらの 3 つの場合ではほぼ同じ形態である。

重み係数 α に対するロバスト項の変化は、図 5(b) に示すように、 α が大きくなるにつれてロバスト項が若干大きくなることからわかる。最適形態を比較してみると、 $\tau = 5 \times 10^{-4}$ の場合の、 $\alpha = 0.5$ と $\alpha = 1.5$ とでは幾何学的な複雑さはほぼ同じである。また、 $\tau = 5 \times 10^{-5}$ の場合も、 $\alpha = 0.5$ と $\alpha = 1.5$ とで最適形態の幾何学的な複雑さはほぼ同じである (図 6 参照)。しかし、 $\tau = 5 \times 10^{-4}$ 、 $\alpha = 0.5$ と $\tau = 5 \times 10^{-5}$ 、 $\alpha = 1.5$ ではロバスト項の値はほぼ同じであるが、最適形態が大きく異なる。

これより、剛性を基準とするロバスト設計においては、最適形態の構造の複雑度は正規化係数 τ によって大きく変化するが、ロバスト項に対する重み係数によって大幅に変化するわけではないことがわかる。場合によっては、確定的な最適設計とロバスト設計で形態の差があまり見られないものも存在することがわかる。

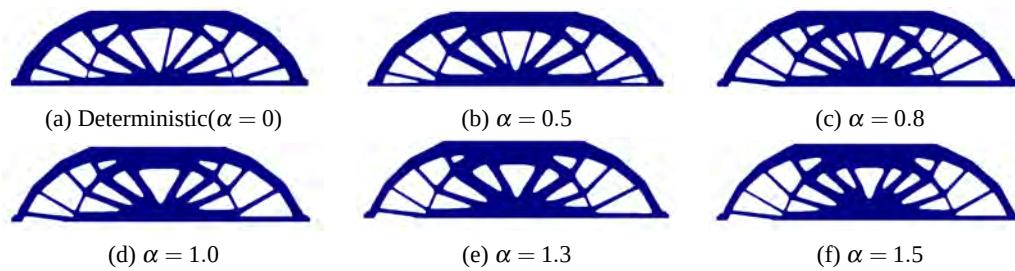


Fig. 6 Change of optimum configuration in terms of α , in case that $\tau = 5 \times 10^{-5}$

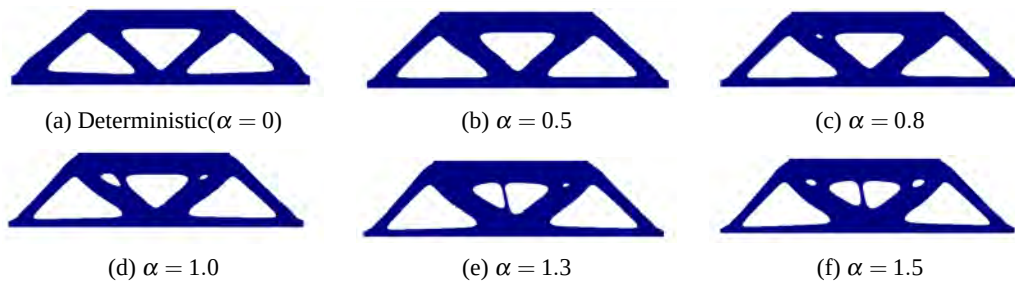


Fig. 7 Change of optimum configuration in terms of α , in case that $\tau = 5 \times 10^{-4}$

5. ま と め

本研究では、レベルセット法に基づくトポロジー最適化とロバスト設計を統合したロバストトポロジー最適設計法において、仮想的な界面エネルギー項の寄与度を表す正規化係数と変動に関するロバスト項の重み係数の二つのパラメータが最適形態におよぼす影響を詳細に調べた。特に、確定的な最適設計とロバスト設計で得られた最適形態の比較だけではわかりにくい数値計算例を通して、以下の点を明らかにした。

1. レベルセット法に基づくトポロジー最適設計に導入された界面エネルギーは、正規化係数 τ によって大きく変化するが、ロバスト項の重み係数 α による変化はほとんどみられない。
2. 複雑度係数 τ は、界面エネルギーの値を決定し、構造の複雑さを定性的に決定する。
3. ロバスト項に関する重み係数 α には、構造形態の複雑性をコントロールする役割は小さい。
4. 正規化係数 τ により構造の複雑さをコントロールできるけれど、構造形態が複雑になるからと言ってロバストになるとは限らない。つまり、変動を考慮する最適形態は確定的な最適形態と比べて複雑になることはあるが、複雑だからと言って、ロバストであるわけではなく、確定的な最適形態とロバスト最適形態とがあまり変化しない場合も存在する。

文 献

- (1) 平野佑享, 山田崇恭, 小木曾望, 泉井一浩, 西脇眞二, 伊賀淳郎, レベルセット法に基づく熱構造連成問題のトポロジー最適設計に対する不確定性を考慮したロバスト設計法, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 77, No. 773 (2011), pp. 1-13.
- (2) 植田圭一, 乙守正樹, 小木曾望, 山田崇恭, 西脇眞二, 定常確率過程による不確定性表現を用いたレベルセット法に基づくロバストトポロジー最適設計, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 787 (2012), pp. 928-942.
- (3) Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S., and Takezawa, A., A Topology Optimization Method Based on the Level Set Method Incorporating a Fictitious Interface Energy, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. 45-48 (2010), pp. 2876-2891.
- (4) Sundaresan, S., Ishii, K., and Houser, D. R., A Robust Optimization Procedure with Variations on Design Variables and Constraints, *Engineering Optimization*, Vol. 24, No. 2 (1995), pp. 101-117.
- (5) Shao, S., and Murotsu, Y., Optimum Shape Design of Truss Structures Based on Reliability, *Structural Optimization*, Vol. 2, No. 2 (1990), pp. 65-76.