履歴復元力応答の非パラメトリック面のウエブレット解析に関する研究

履歴復元力応答の非パラメトリック面のウエブレット解析に関する研究**

宮脇幸治郎*　武市康裕*

Wavelet Analysis of Non-parametric Planes caused by Responses of Hysteretic Restoring Forces**

Kojiro MIYAWAKI*　Yasuhiro TAKEICHI*

ABSTRACT

This paper deals with the characteristic of non-parametoric planes caused by the responses of the single degree of freedom system and the hysteretic restoring forces. Here is discussed the fundamental properties of 2D wavelet transforms. This method makes the strain of non-parametoric plane remarkable, and evaluates the plane arised from the 2D wavelet coefficient and 2D wavelet Fourier spectrum. Furthermore the properties of the hysteretic restoring forces are investigated by the equivalent feature values. Consequently, these 2D wavelet transforms are very effective to understand the characteristic of the non-parametoric plane.

Key Words:*Non-parametoric Plane,2D-Wavelet Transform,Hysteretic Restoring Force,Equivalent Natural Frequency, Equivalent Damping Frequency*

1. 緒言

構造系の運動学的挙動は，変位，速度および加速度によって定義づけられる．このことは，動的な現象において実験，あるいは，観測での測定量が，種々のその系の情報を含んでいることになる．そして，観測された物理量から対象とする系の物理量を同定するということが行われる．

この，系の同定方法は，数多く提案されているが，パラメータの領域内を検討するパラメトリック法（構成的モデル）と関数領域を検討する非パラメトリック法（非構成的モデル）との分類がある．

先験的な構造的モデルでモデルに誤差を含まない場合のパラメータ同定の各方法について，HartとYao[1]を中心にして研究がされている．また，土岐・佐藤[2]は，不確定なランダム外力が作用している構造物の応答観測値を用いて，その系の固有振動数や減衰定数を決定する方法論を考察している．このときの方法は，統計的手法に属する自己回帰移動平均（ARMA)法である．同様の手法に属するものにShinozuka,YunとImaiら[3]の研究やLiuとChungら[4]の研究がある．さらに，拡張カルマンフィルターによる星谷ら[5),6]を中心にした研究が多数ある．

先験的な構造物モデルを有しない場合の系のパラメータ同定として，MasriとCaughey[7]は非パラメトリック的な手法により非線形１自由度系のパラメータを同定し，よい結果を得ている．このときの手法は，Tchebycheff多項式近似でパラメータを推定している．また，これを多自由度系へ拡張したものには，Masri,SassiとCaugheyら[8]の研究がある．

一方，一般にひずみのオーダーが，0.1%以上になると材料の非線形性を考慮する必要がある[9]といわれている．構造部材の非線形性は，変位に関して履歴復元力特性を示すもので，構造材料により種々のモデル化がなされている．すなわち，鋼材は，比較的簡略化された双線形の履歴によりモデル化される．しかし，ＲＣ材は，ひびわれを伴うような動的挙動を扱う場合，一般に複雑な履歴経路を描くので，これを説明するモデル化が，数多く提案されている[10]．さらに，地盤に根入れされた構造物の非線形性は，周囲の地盤の

1996年４月10日受理
*建設工学科(Department of Civil Engineering)
**土木学会第４９回年次学術講演会にて一部口頭発表済

影響を直接受け，動的相互作用の基本特性のひとつとして挙げられている．したがって，提案された復元力特性モデルにより，動的解析による評価量の結果が大きく変わるので，適切なモデル化が要求される．

本研究では，地動外乱を受ける部材構造系の非線形応答により表示された非パラメトリック面が，どのような力学特性に対応するか，評価してみた．

まず，材料モデルは，ＲＣ材の履歴特性を中心に６モデル取り上げた．これらの履歴応答の特性を非パラメトリック面に表示し，構造系の力学特性は，この特性面により把握した．すなわち，地盤上の構造物が地動を受けて運動する場合，構造物に作用する単位質量あたりの慣性力を，変位および速度による特性面で作成した．

ここで，非パラメトリック面の特性は，系の特性値（等価な固有振動数，および減衰定数）に対応しているので，著者らは，非パラメトリック特性面を２次元ウエブレット解析により考察した．最初に，２次元ウエブレット変換(2DWT)の基本的な特性について示し，分解係数ごとのエネルギー E_j をウエブレットフーリエスペクトルから定義し，構造系の非線形性を評価した．また，本研究では，非パラメトリック面の特性を視覚的に把握するため２次元ウエブレット係数の表示を行い，履歴復元力モデルの特徴を示した．構造特性の等価固有振動数および等価減衰定数は，他の評価法との対応も比較的よかった．これらの数値計算例より，2DWTが，非パラメトリック面の特性を示し，履歴復元力特性の評価に有効な手法の一つであることを示した．

2．基礎式

（１）非パラメトリック面表示

いま，地動変位を受ける１自由度非線形系の運動方程式は，応答変位をx，応答速度をyと表すと，

$$f(x,y) = -(\ddot{x}+\ddot{z}) = 2\beta_o\omega_o y + \bar{F}(x) \tag{2.1}$$

ここに，

$\bar{F}(x)$　：復元力特性を表す関数

ω_o　：構造系の初期剛性による固有円振動数

β_o　：減衰定数

$\ddot{z}$　：地動加速度

と表現できる．構造系に作用する単位質量あたりの慣性力$f(x,y)$ は，速度と変位とによって与えられ，y は，線形（一般的には非線形も可）と仮定し，復元力特性に対しては，x によってモデル化されるとする．このような部材構造系は，慣性力，変位，速度の３成分によりその動的な挙動を非パラメトリック的に表現できる．すなわち，これらの成分が時刻歴データとして何らかの方法で観測されるならば，この系の構造特性が同定できる．

Masri-Caugheyは，この特性曲面を表示するためにTchebycheff多項式表示を提案した[11]．このとき慣性力 $f(x,y)$ は，x と y 方向の直交展開となっており，対象とする領域で等誤差の近似となっている．また，このときの係数C_{10}が等価な固有円振動数，C_{01}が等価な減衰定数に比例した量を与えている．ただし，第１添字は，x 方向の次数，第２添字は，y 方向の次数を意味している．

（２）２次元ウエブレット変換表示

非パラメトリック面によって表示された慣性力は，変位と速度によって与えられている．したがって，慣性力は，変位と速度の２成分による２次元ウエブレット変換でその特性を抽出することができる．なお，ここで取り扱う２次元ウエブレット変換は，有限離散な変換を対象にして扱う．２次元の場合，広い意味でウエブレット関数$\Psi_j^{[pq]}$　は，形式上４種類で構成される．すなわち，１次元ウエブレット変換におけるウエブレット関数 $\psi(\xi)$ とスケール関数 $\phi(\xi)$ の組み合わせにより，

$$f(x,y) = \sum_j \{\sum_{pq}\sum_m\sum_n D_j^{[pq]}f\Psi_j^{[pq]}(x-2^{-j}m, y-2^{-j}n)\} \tag{2.2}$$

と表示できる．ここに，右辺のウエブレット係数$D_j^{[pq]}f$の上添字 $[pq]$ は，スケール関数によるものをＡ，ウエブレット関数によるものをＤという記号で表し，$D_j^{[pq]}f$　は次式のようになっている．

$$D_j^{[AA]}f = < f(u,v), \phi_j(u-2^{-j}m)\phi_j(v-2^{-j}n) > \tag{2.3}$$

$$D_j^{[AD]}f = < f(u,v), \phi_j(u-2^{-j}m)\psi_j(v-2^{-j}n) > \tag{2.4}$$

$$D_j^{[DA]}f = < f(u,v), \psi_j(u-2^{-j}m)\phi_j(v-2^{-j}n) > \tag{2.5}$$

$$D_j^{[DD]}f = < f(u,v), \psi_j(u-2^{-j}m)\psi_j(v-2^{-j}n) > \tag{2.6}$$

ここに，<　　>は，内積（合積）を意味する．上式の意味は，式(2.3)がx，y方向の両成分ともローパスフィルターを掛けた場合の係数を与える．さらに，式(2.4)が，x 方向の成分はローパスフィルターを，y 方向の成分はバンドパスフィルターを掛けた場合の係数を与える．式(2.5)が，逆にx方向の成分はバンドパス

フィルターを，y 方向の成分はローパスフィルターを掛けた場合の係数を与える．最後の式(2.6)が，x，y方向の両成分ともバンドパスフィルターを掛けた場合の係数を与える．さらに，ここで用いている関数ϕ_j,ψ_jは，それぞれ関数ϕとψによって定義される２進表示による離散的な直交関数である．したがって，式(2.3)～(2.6)のフーリエ変換したものは，それぞれの係数の２次元のスペクトルを与えられ，これらを各記号の上に∧を付けることによって示すことにする．以上のように非パラメトリック面が表示されることにより，非線形の構造系の動的特性は，ウエブレット係数$D_j^{[pq]}f$，あるいは，ウエブレットフーリエスペクトル$D_j^{[pq]}f$　によって把握できることになる．

（３）エネルギー表示

全エネエルギーは，時刻 t において運動エネルギーとひずみエネルギーの和を継続時間で累積したものとするのが一般的である．一方，非パラメトリック面は，時刻歴応答の経路がこの面上を移動して形成された面であるが，変位および速度のそれぞれの最大・最小での値が同時に生じる値も含めて表現されている．このような特性を考慮して，ウエブレットフーリエスペクトルは，次式のように分解係数 j ごとに無次元化された成分のひずみ周波数領域でのエネルギーを示している．ここでは，非パラメトリック面の変形ひずみを対象としたスペクトルを意味しているのでひずみ「周波数」と呼び，時間変動量に対する周波数とは異なる．すなわち，ウエブレットフーリエスペクトルによる j ごとのエネルギーは，

$$E_j = \iint_D D_j^{[pq]} f\,du\,dv \tag{2.7}$$

ここに，D:　$0 \leqq u \leqq u_N$

$0 \leqq v \leqq v_N$

と定義する．添字Nは，Nyquist周波数を意味する．以上，式(2.7)は，運動している系の構造特性を反映した量を表している．

（４）等価固有振動数および等価減衰定数

非パラメトリック面を有限離散の２次元ウエブレット変換処理された場合，等価な剛性（固有振動数）および減衰定数の特性は，$D_j^{[DA]}f$，$D_j^{[AD]}f$に対してそれぞれ速度，変位が０に対する特性より評価できる．いま，線形系の関数なら，

$f(x,y) = ax + by$

であるので，速度あるいは変位が０における境界でのウエブレット係数は，次式のように評価される．

$$\begin{aligned} D_j^{[DA]}f &= < au + bv, \psi_j(u - 2^{-j}m)\phi_j(v - 2^{-j}n) > \\ &= 2^{j/2} a < u, \psi_j(u - 2^{-j}m) > \\ &= 2^{j/2} a U_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_j^{[AD]}f &= < au + bv, \phi_j(u - 2^{-j}m)\psi_j(v - 2^{-j}n) > \\ &= 2^{j/2} b < v, \psi_j(v - 2^{-j}n) > \\ &= 2^{j/2} b V_n \end{aligned}$$

一方，非線形系に対する関数を$\tilde{f}(x,y)$とおくと，同様の次のような表現ができる．

$$\begin{aligned} D_j^{[DA]}\tilde{f} &= < \tilde{f}(u,0), \psi_j(u - 2^{-j}m)\phi_j(v - 2^{-j}n) > \\ &= 2^{j/2} < \tilde{f}(u,0), \psi_j(u - 2^{-j}m) > \\ &= 2^{j/2} \tilde{U}_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_j^{[AD]}\tilde{f} &= < \tilde{f}(0,v), \psi_j(u - 2^{-j}m)\phi_j(v - 2^{-j}n) > \\ &= 2^{j/2} < \tilde{f}(0,v), \psi_j(v - 2^{-j}n) > \\ &= 2^{j/2} \tilde{V}_n \end{aligned}$$

上述の記号を用いると，等価固有振動数および等価減衰定数は，次式のように評価できる．

$$\left(\frac{\omega_{eq}}{\omega_0}\right)^2 = \frac{D_j^{[DA]}\tilde{f}}{D_j^{[DA]}f} = \left[\frac{\tilde{U}_m}{aU_m}\right]_{m=m_{max}} \tag{2.8}$$

および，

$$\frac{\beta_{eq}}{\beta_0} = \left(\frac{D_j^{[AD]}\tilde{f}}{D_j^{[AD]}f}\right) \Big/ \left(\frac{\omega_{eq}}{\omega_0}\right) \tag{2.9}$$

式(2.8)および(2.9)は，非パラメトリック面の境界点での評価となっている．

３．計算アルゴリズム

（１）非パラメトリック面の処理

まず，変位・速度の時刻歴データは，全データの継続時間中の絶対最大値を用いて基準化した量に変換する．このように基準化すると変位・速度の値は,[-1,+1]の範囲で表せる．つぎに，単位質量あたりの慣性力を変位，速度による曲面で表示させるためには，等間隔の網目状の節点に対する値に変換する．ここでは，網目の４節点で構成される部分の曲面は，最小自乗法で平面として値を決定する．また，系の応答は，平均値近傍から曲面の形状を螺旋状に決めるアルゴリズムを作成する．さらに，初期値は系の平均軸からシフトした状態で応答していることを考慮して処理する．

なお，網目の数は，x，yの両方向とも同じ数で，し

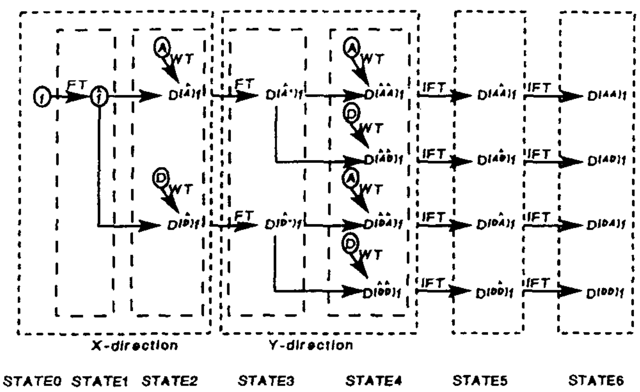


図１　２次元ウエブレット変換のためのフローチャート

かも，２のべき乗の個数に分割している．これは，非パラメトッリク面の特性把握のため離散有限ウエブレット変換の方法を用いるためである．

（２）２次元ウエブレット変換の処理

２次元ウエブレット変換関数は，式(2.2)における $D_j^{[pq]}f$ の係数を直接計算する方法を用いないで，式(2.2)の２次元フーリエ変換された量に対して演算する方法を用いて求める．すなわち，式(2.3)～(2.6)のウエブレット係数は，図１に示す流れ図に従って求める．図中，WT:Wavelet Transform, FT:Fourier Transform, IFT:Inverse Fourier Transformを意味している．

まず，STATE0は，与えられた２次元関数である．STATE1は，これをX方向のフーリエ変換した状態であり，さらに同じ方向にウエブレット変換を施した状態がSTATE2である．つぎに，Y方向にフーリエ変換した後，ウエブレット変換を施した状態がSTATE4であり，この値がウエブレットフーリエスペクトルを与える．以上の結果を y 方向，x 方向へとフーリエ逆変換を施すことにより２次元ウエブレット係数(STATE6)が求められる．なお，分解係数 j に対する演算方法は，１次元の場合と同様の処理[12)]を施すが，２次元の演算の場合，直交関係により対角ブロックのみの演算すればよい．

STATE4の結果は，xy 面での分割数に対応した数でＸＹ面での値が表されている．ただし，独立した結果はＸＹ面の1/4の部分の値であり，他の部分は対称関係より与えられる．本研究での表示は，x，y 方向のデータを[- 1,+1]に対応した表現とし，フーリエ変換

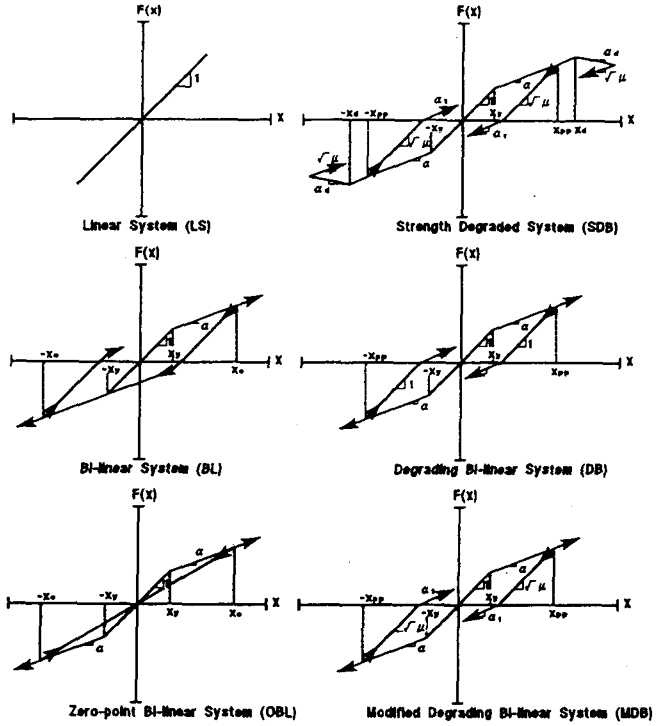


図２　採用した復元力モデル

面での値を$[-f_N,+f_N]$（ここにf_N：Nyquist振動数）で表示する．

（３）履歴復元力応答計算

時刻歴応答解析を行う場合，復元力－変位曲線の復元力モデルが用いられる．復元力モデルは，図２に示すようなモデルを用いて，応答の数値シミュレーションを行う．復元力モデルは，応答解析をする対象物によって与えられるが，ここでは基本的な量を与える線形型モデル（ＬＳ），鋼材の部材特性を与える双線形型モデル（ＢＬ），ＲＣ部材の特性を与える原点復帰型（ＯＢＬ），剛性劣化型（ＤＢ），修正剛性劣化型（ＭＤＢ），耐力劣化型モデル（ＳＤＢ）と呼ぶものを用いる．後の３モデルは，ＲＣ構造での載荷をつぎのように説明するモデルである．荷重が徐荷された後ひびわれが残る．再び荷重が反転して，ひびわれを生じた側が圧縮される場合，変形が小さい間，ひびわれが閉じず，圧縮力は圧縮鉄筋のみで受け持たれる．これらのモデルは，この間の剛性が小さく，変形が増大する（ピンチ効果）ような復元力関係を表現している．また，塑性変形が大きくなるほど徐荷時の剛性が低下する現象を考慮したり，ある変位で最大耐力に達すると，その後変位が大きくなるに従い耐荷力が徐々

に低下する現象を考慮している.

計算アルゴリズムは，運動方程式を4次のRunge-Kutta法により，時々刻々直接数値計算して求める．入力地震波の時間刻みは一定に与えられている．ただし，応答計算における剛性の変化点，あるいは，速度の反転点などの各モデルの特異点近傍の収束計算は時間刻みを入力波の時間刻みの1/10に採り，最大収束繰り返し回数を２００回で打ち切って求めている.

4．数値計算

（１）設定諸元

本研究では，時刻歴応答解析の地震動は，1968年の十勝沖地震（M7.9）の室蘭の記録A0010（第２種地盤上の最大加速度245.136Gal,時間刻み0.02秒）を主に用い，入力レベルζの応答特性を検討する場合は0.25～3.0倍(0.25刻み)して用い，標準値としては$\zeta=2.0$を用いた．一方，履歴復元力モデルは，図２に示すようなものを用いているが，その構造特性のパラメータは，つぎのような値を用いた．まず，微小変形振動時の固有周期T_0は，一般のＲＣおよび鋼橋脚の固有周期が１秒前後であるので標準値として$T_0=1$秒とし，固有周期の応答特性の検討には0.1～5.0秒を用いた．また，微小変形時の減衰定数β_0は，一般に鋼構造の上部構造で0.02～0.03，下部構造では0.03～0.05であり，ＲＣ構造の上部構造で0.03～0.05，下部構造では0.05～0.1である．したがって，減衰による応答特性を検討する場合は，0.02～0.2の値を用い，標準値としては，$\beta_0=0.05$を用いた.

つぎに剛性比αは，各モデルともＲＣ部材の荷重−変形曲線を参考にして0.024または0.048と定めた．降伏変位x_yは，入力外乱の大きさと応答の塑性率との関係を考えて5cmとした．さらに，耐力劣化型モデルの最大耐力時の変位x_dは，降伏時の２倍の値とし，耐力劣化後剛性比$\alpha_d=-0.024$を用いた.

（２）結果および考察

a）非パラメトリック面の特徴

まず，与えられた履歴復元力モデルに対して時刻歴応答が，図３のように求められる．この計算例は，ＳＤＢモデルに対する応答の変位，速度，加速度および１０秒間隔の復元力履歴を示している．この例では，変位の中立軸の移動が少し認められる．この結果を３次元の非パラメトリック面で表示したのが，図４である．時間が３０秒を経過すると，復元力が非線形応答を呈し，非パラメトリック面の平面がひずみを生じており，図３の復元力特性の時間経過と対応してい

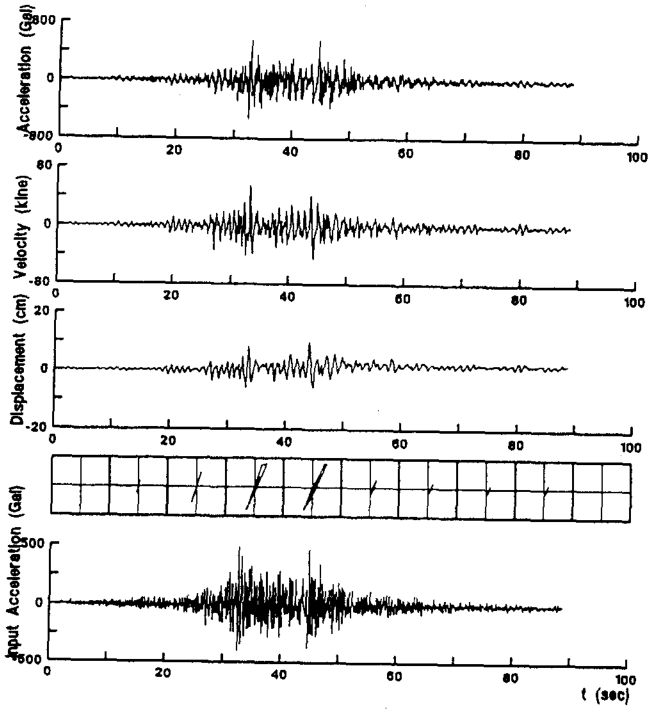


図３　時刻歴応答（SDB,A0010,To=1sec,βo=0.05,ζ=2.0)

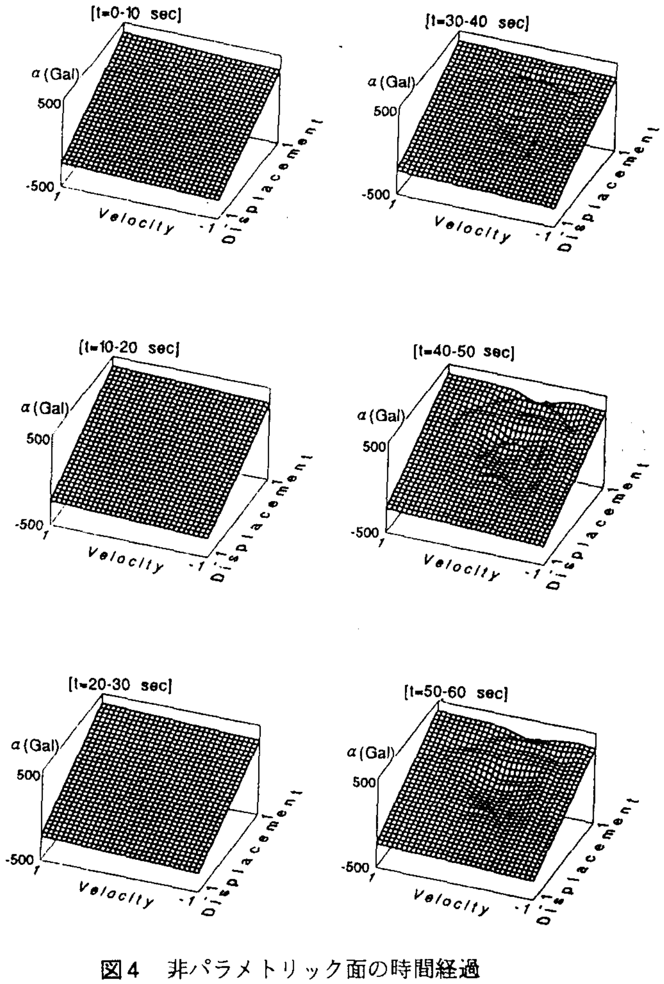
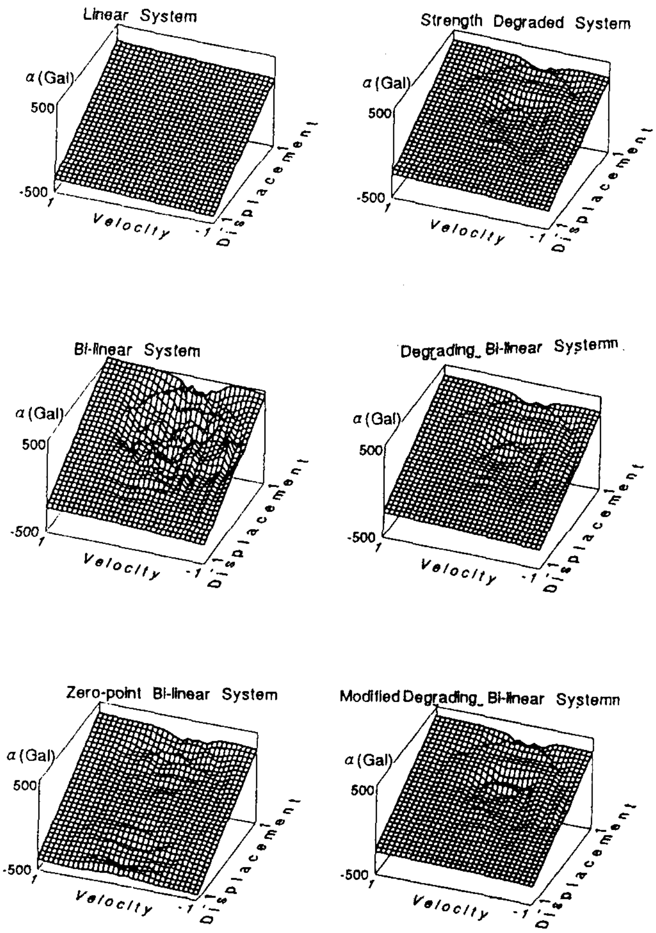


図４　非パラメトリック面の時間経過
(SDB,A0010,To=1sec,βo=0.05,ζ=2.0)



Non-parametric plane (A0010,T_0=1.0 sec,β=0.05,ζ=2.0)

図5　非パラメトリック面の復元力モデルの特性

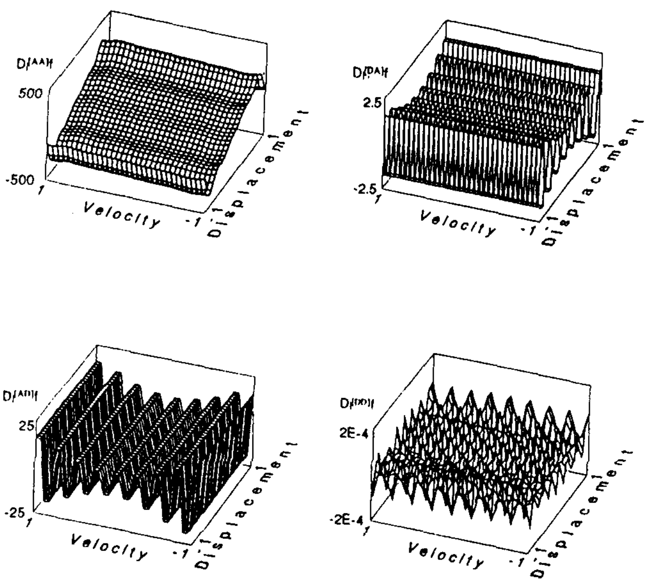


図6　線形系のウエブレット係数の特性
(LS,A0010,To=1sec,βo=0.05,ζ=2.0)

る．また，平面のひずみの大きさが，履歴復元力の非線形性の大きさに対応している．t=30～40秒の区間で変位の中立軸の移動は，あまり認められないが，正の領域での履歴が多く，平面のひずみもこれに対応している．さらにt=40～50,50～60秒で変位の中立軸の移動があり，平面のひずみの中心が少し移動していのが認められる．

つぎに，同じ入力波形による履歴復元力モデルの違いによる非パラメトリック面の違いは，**図5**に示すようになる．ただし，この結果は，時間区間が40～50秒に対するものである．図よりＯＢＬモデルは，変位および速度軸に対してほぼ対称ひずみを呈しているが，その他の履歴復元力を持つモデルは平面のひずみ中心の移動がある．なお，ＢＬモデルは，非常に大きな平面のひずみが生じている．他のモデルに対する特徴は，比較的よく似たパラメトリック面を形成している．

b）２次元ウエブレット変換の基本特性

図4や**5**に示したような非パラメトリック面の特性を２次元のウエブレット変換による非パラメトリック表示で示す．

まず，式(2.3)～(2.6)のウエブレット係数は，分解係数 $j=-1$ で線形型モデルの応答に対して**図6**のように表せる．また，これらのウエブレットフーリエスペクトルは，**図7**のようになっている．図の結果よりウエブレット係数(2DWFC)，あるいは，ウエブレットフーリエスペクトル(2DWFS)は，平面の非パラメトリック面を特性づけている．そのうち，変位・速度の両成分を顕在化した表現は，$D_j^{[DD]}f$　あるいは$D_j^{[\hat{D}\hat{D}]}f$　によって可能となる．

非パラメトリック面によって表された応答の特性は，その面の傾きが等価な構造特性を示している．しかし，この面のひずみの大きさは，明瞭に読み取り難い．一方，これをウエブレット変換した2DWFC，あるいは，2DWFSは，そのひずみの凹凸を顕在化して示している．特に，2DWFSのうち$D_j^{[\hat{D}\hat{D}]}f$は，無次元化された変位・速度方向の復元力に対する周波数方向のバンドパスフィルター成分が表されている．なお，図表示においては，４個のピーク値を持っているが，１つの象限に実質的には１個のピーク値が独立的に定まっており，このピーク値を用いることにより，この非パラメトリック面の特性を 把握できる．

2DWFSのうち$D_j^{[\hat{D}\hat{D}]}f$は，分解係数を変化させると，**図8**のような結果になる．図は，ＬＳモデルとＳＤＢモデルとについて表示しているが，分解係数 j が-1から-2に負の次数を上げると分解する周波数を下げ

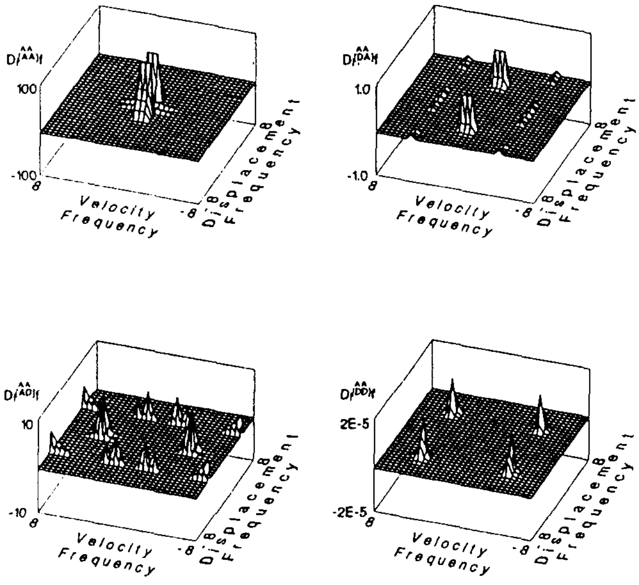
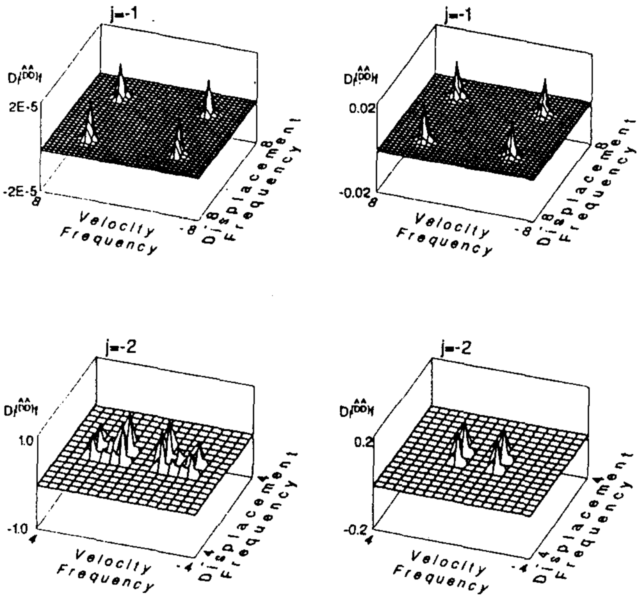


図７　線形系のウエブレットフーリエスペクトルの特性(LS,A0010,To=1sec,βo=0.05,ζ=2.0)



(a) Linear System　　(b) Strength Degraded System

図８　分解係数ごとのウエブレットフーリエスペクトル(A0010,To=1sec,βo=0.05,ζ=2.0)

ている．図の結果よりＬＳモデルは，$j=-1$のとき最大値を示すピーク値が1.568x10-5であり，$j=-2$のときピーク値が0.84028である．一方，ＳＤＢ型モデルは，$j=-1$，-2のときのそれぞれのピーク値が0.01571,0.13468を示している．すなわち，ＬＳモデルは非パラメトリック面が平面であるので，負の分解次数が小さい場合高周波数域でのバンドパスフィルターの値が小さく，負の分解係数が上がると低周波数域でのバンドパスフィルターの値が大きく現れていること

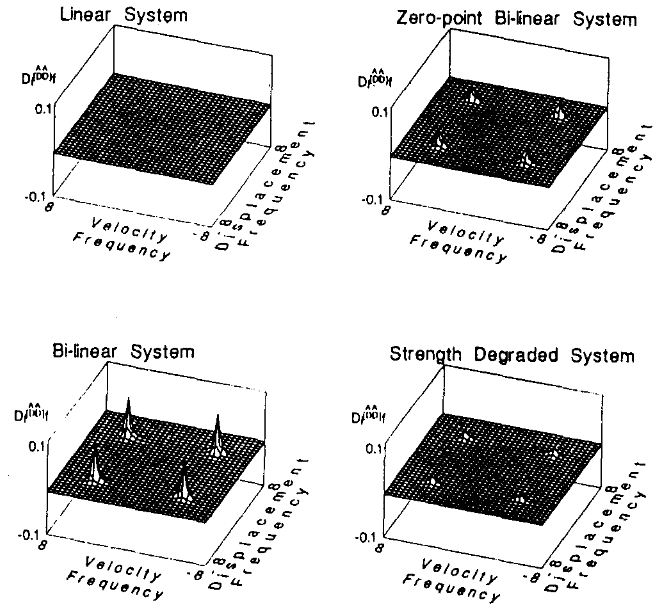


図９　復元力モデル別のウエブレットフーリエスペクトル(A0010,To=1sec,βo=0.05,ζ=2.0)

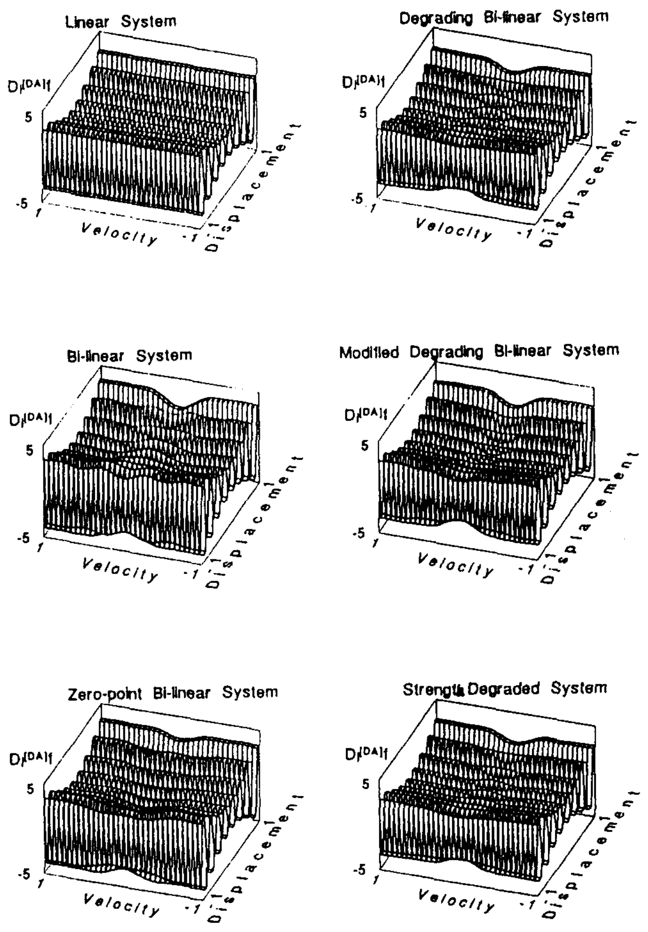
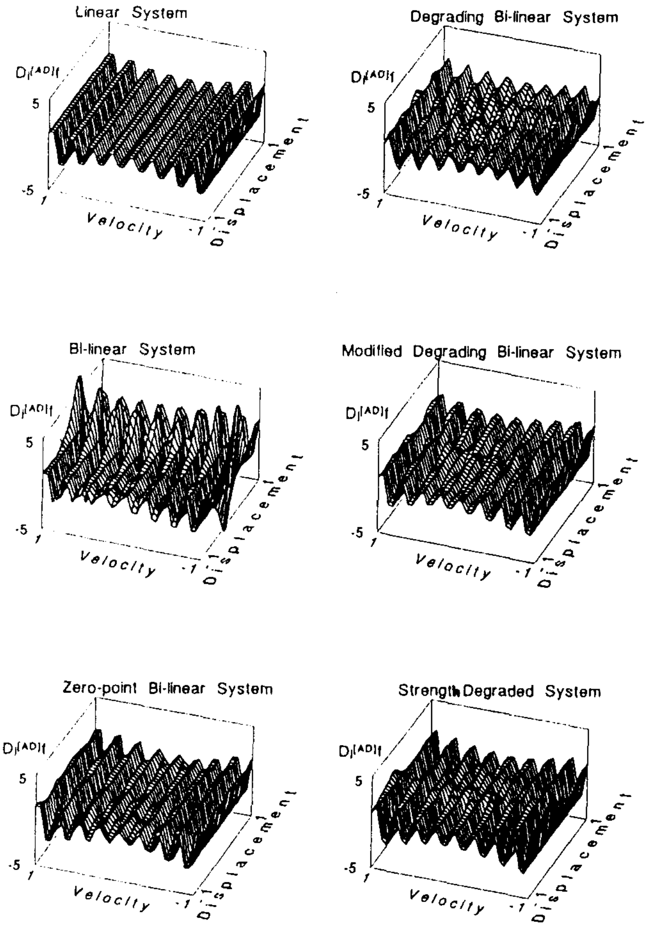


図１０　復元力モデル別の $D_j^{[DA]}f$ の特性(A0010,To=1sec,βo=0.05,ζ=2.0)



2D Wavelet coefficient(A0010, T_0=1.0 sec, β=0.05, ζ=2.0)
図１１　復元力モデル別の$D_j^{[AD]}f$ の特性

を示している．一方，ＳＤＢモデルは，非パラメトリック面が履歴復元力応答の結果，平面がひずみを生じており，負の分解次数が小さい場合，高周波数域での値が大きく，負の分解係数が上がると低周波数域での値が逆にあまり大きく現れていないことを示している．したがって，非パラメトリック面の非線形応答の特性は，負の分解次数１で把握できる．

また，図９は，復元力モデルをＬＳ，ＢＬ，ＯＢＬおよびＳＤＢについての$D_j^{[\dot{D}\dot{D}]}f$ の結果を示している．この計算例では，図から明らかなように復元力モデルの非線形性の大きいのはＢＬ＞ＯＢＬ＞ＳＤＢ＞ＬＳとなっている．

ｃ）２次元ウエブレット係数と復元力モデル

復元力モデルの特性は，図５に視覚的に表示されているが，ここでは２次元ウエブレット係数によってこの非パラメトリック面を顕在化して把握するため，図１０および１１に示す．

まず，図１０は，$D_j^{[DA]}f$を図示したものであり，変位成分にバンドパスフィルターを掛け，速度成分にローパスフィルターを掛けた結果に相当している．このような非パラメトリック面へのウエブレット処理は，ある速度レベルに対する変位方向の復元力の変動（ひずみ）の特性の抽出に相当する．図からわかるように速度一定で変位軸に平行な特性が，各復元力モデルによって特徴づけられている．すなわち，この場合，履歴復元力モデルの剛性劣化効果は，各モデルによって大きく異なる様子がわかる．たとえば，２種類の剛性を持つＢＬモデルが，地震波外乱に対して応答した場合をみる．このとき，系は，復元力の第１剛性と第２剛性の折れ曲がり部分の応答を非パラメトリック面のひずみが表す．この非パラメトリック面のウエブレット係数表示は，変位変化分布の偏りを持ち，速度変化のレベルからの凹凸が，明瞭に現れた図となっている．この図の結果より，変位のレベルが大きな部分では，フラットの形状を経て，凹の形状を呈している．この速度が０で変位が最大位置での値は，平均的な剛性劣化の応答結果が現れている．一方，速度が０の近傍で，かつ，変位のレベルの小さい部分では，凸の形状を呈している．ＢＬモデルの場合，復元力は，第１勾配での応答が第２勾配で挟まれる領域の応答となり，応答の軌跡を示す$D_j^{[DA]}f$は，第１勾配と第２勾配との変化する応答を抽出する結果となっている．

ＯＢＬとＭＤＢモデルの場合，第２剛性から反転して除荷状態になるとその勾配は，第１勾配より小さくなるルールを持つ復元力特性を持っているので，速度および変位のレベルが小さい部分で小さくなり，凹の形状を呈している．ＤＢおよびＳＤＢモデルは，ＢＬモデルと同様に変位・速度が小さい部分で凸の形状を呈して，剛性劣化の小さい特性が現れている．すなわち，$D_j^{[AD]}f$の変位・速度軸に対して原点近傍で凸になるのは，第２剛性から反転して除荷状態のときの勾配があまり劣化しない場合，第１剛性と第２剛性との変化する点の特性が原点近傍で現れている．このように，復元力モデルの除荷時の勾配の違いによる非パラメトリック面の特性が変化している．ＲＣ材のような材質の場合，除荷時の勾配は，そのモデル化に大きく左右し，重要な要因となることを意味している．

一方，図１１は，$D_j^{[AD]}f$　を図示したものであり，図１０とは逆のフィルターを掛けたものであり，速度一定で変位軸に平行な特性が各復元力モデルによって特徴づけられている．この場合の特徴は，履歴復元力モデルの履歴減衰効果を抽出して，各モデルによって異なる様子がわかる．すなわち，ＢＬモデルは，剛性を２種類持ち，応答レベルにより，各剛性の劣化は生じない．その特性により，初期剛性のレベルの結果と第２剛性の傾きの結果とによる減衰効果は図中に示す

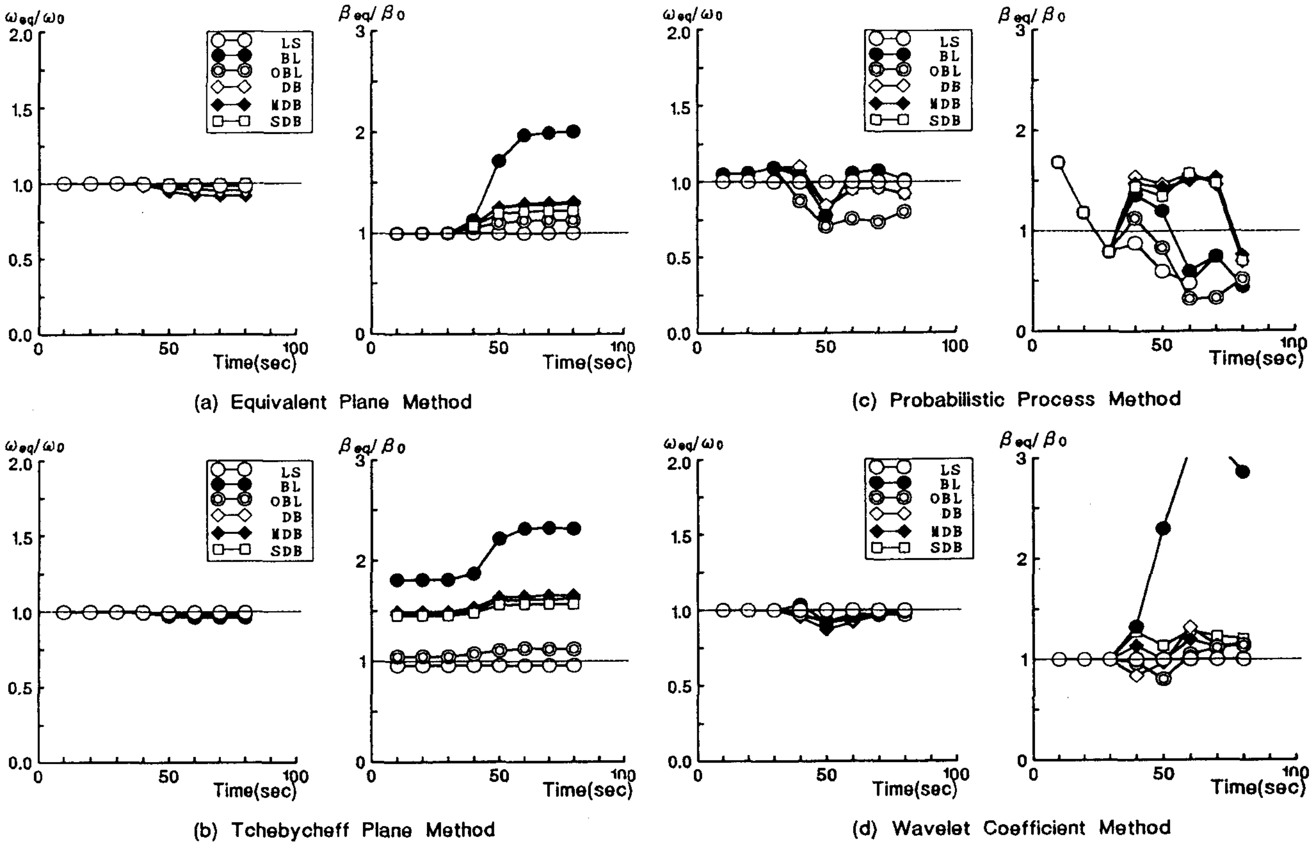


図１２　手法別による等価固有円振動数および等価減衰定数の特性(A0010,To=1sec,βo=0.05,ζ=2.0)

ようになる．ここで，図中において，速度一定レベルに対する変位方向の勾配は，ＬＳモデルと似た勾配のものと，非常に大きな勾配のものとの２種類が認められる．これらのそれぞれの変位一定レベルに対する速度方向の勾配が系の減衰効果を意味している．したがって，第２剛性に伴うものと思われる減衰効果が，非常に大きく現れている．

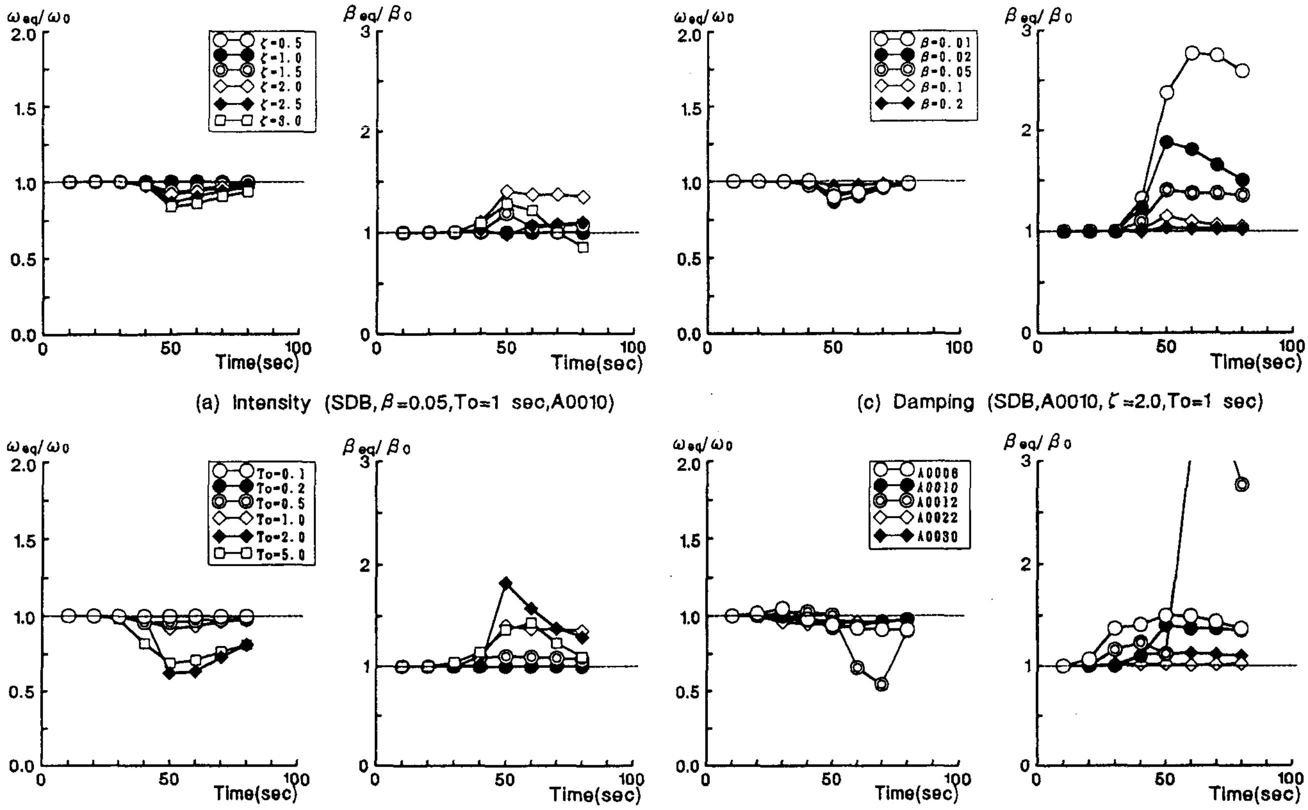
一方，他の履歴復元力モデルの場合，応答レベルにより，除荷時の第１剛性の勾配が変化し，速度変化分布の偏りが小さくなり，凹凸が小さくなっている．この結果は，モデルの履歴に伴う減衰効果があまり大きくなく，その効果は，変位のレベルによって変わるが，粘性減衰の効果に比べて小さい．このように，復元力特性が，第２剛性から反転して除荷されるときその剛性が，応答レベルによって変化しない場合，履歴に伴う減衰効果が，大きく期待できる．一方，除荷時に剛性が応答レベルにより変化する場合には，履歴の減衰効果が小さいことを意味している．すなわち，構造系として持つ剛性が平均化した応答結果となっている．

ｄ）**等価固有振動数および等価減衰定数**

上述の特性は，図４の非パラメトリック面を平面近似したときの等価な固有円振動数ω_{eq}および減衰定数β_{eq}で示すと図１２(a)のようになる．図は，横軸に時間10秒間の10秒刻みの時刻を，縦軸にそれぞれの初期微小変形時の値で無次元化した等価な値を示している．この図からもＢＬモデルの非線形応答は，剛性劣化の効果より履歴減衰の効果が非常に大きい結果を示している．

さらに，Tchebycheff多項式による係数C_{10}とC_{01}より評価した等価固有円振動数ω_{eq}，等価減衰定数β_{eq}の結果は，図１２(b)に示すような結果となっている．等価減衰の結果は，非パラメトリック面が継続時間中の最大値で基準化されており，物理的な中立軸からの移動量に相当した効果が現れている．中立軸からの移動量を除くと図(a)と同じ傾向を示している．

また，時刻歴における確率過程的な取り扱いとの関係においてω_{eq}，β_{eq}なる構造特性の定数は，次式のような関係となっている．ただし，適用条件として，非線形の構造系に定常なホワイトノイズの入力が作用した場合である．



(a) Intensity (SDB, β=0.05, To=1 sec, A0010)

(c) Damping (SDB, A0010, ζ=2.0, To=1 sec)

(b) Period (SDB, ζ=2.0, β=0.05, A0010)

(d) Seismic (SDB, To=1sec, ζ=2.0, β=0.05)

図１３　２次元ウエブレット係数による等価固有円振動数および等価減衰定数の特性(ＳＤＢモデル)

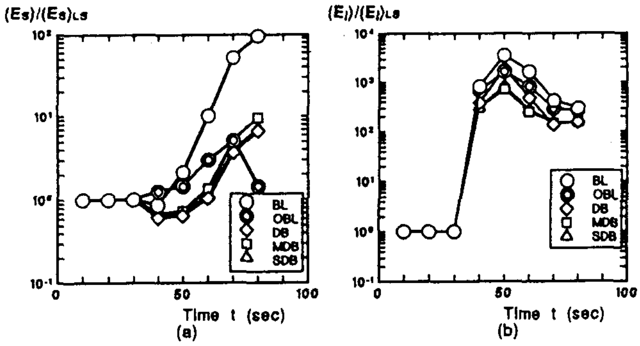


図１４　時間経過による全エネルギー特性

$$\omega_{eq} = \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \tag{4.1}$$

$$\beta_{eq} = \frac{1}{2\omega_{eq}^2}\sqrt{\left(\frac{\sigma_{\ddot{x}}}{\sigma_x}\right)^2 - \omega_{eq}^4} \tag{4.2}$$

ここに，

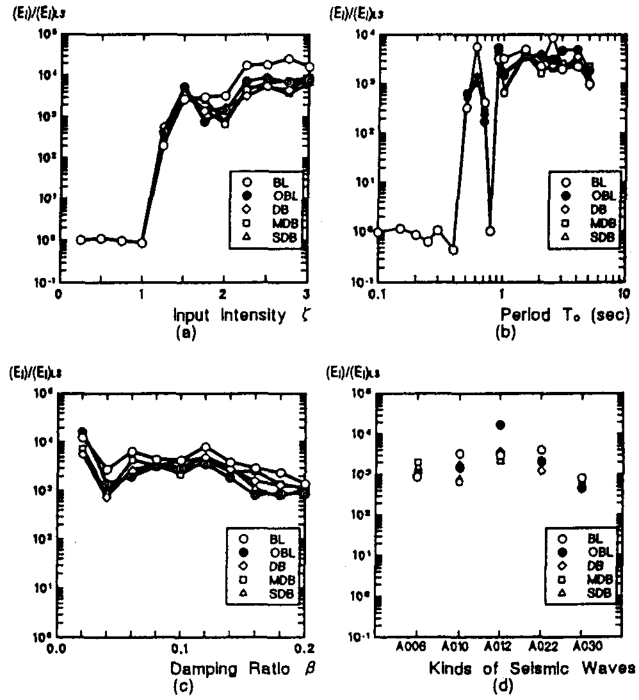


図１５　ウエブレットフーリエスペクトルによる
エネルギー特性

$\sigma_x^2, \sigma_{\dot{x}}^2$　　：変位，速度応答の分散
$\sigma_{\ddot{z}}^2$　　：入力加速度の分散
ただし，式(4.1),(4.2)により評価されたω_{eq}，β_{eq}は，ホワイトノイズのスペクトル密度を次式のような値を持つ入力波によって推定されたものとなっている[13].

$$S_o = \frac{2\sigma_{\ddot{z}}^2 \beta_{eq}}{\pi\omega_{eq}(1+4\beta_{eq}^2)} \tag{4.3}$$

地震波は，有限で非定常な不規則波であるが，このように近似して推定されたω_{eq}，β_{eq}を，図１２(c)に示す．図の結果から剛性劣化の効果が40秒以降に大きく現れ，減衰効果も40秒以降大きくなるモデルと小さくなるモデルの２タイプが現れている．

つぎに，式(2.8),(2.9)に示した２次元ウエブレット変換処理によるω_{eq}，β_{eq}の特性は，図１２(d)に示すような結果になっている．等価固有振動数は，どのモデルも５０秒前後で下がっているのがわかる．一方，等価減衰定数は，ＢＬモデルのみ５０秒付近から非常に大きくなっているが，他のモデルは，ＢＬモデルに比べて小さい変化をしている．

つぎに,非パラメトリック面のウエブレット変換による評価は，入力強度ζ，固有周期T_0，減衰定数β_0，地震波入力Aの違いによって図１３のようになる．ただし，履歴復元力モデルは，ＳＤＢモデルである．図(a)より，５０秒付近において，入力強度の増加による履歴減衰の増加が認められる．図(b)の初期剛性による固有周期の違いにより，To=2.0,5.0 秒に対して，剛性劣化と履歴減衰が大きく現れている．図(c)より，粘性減衰が大きいほど履歴復元力の剛性劣化と履歴減衰が小さくなっている．図(d)より，地震の種類によりその剛性劣化，履歴減衰の効果は異なるが，剛性劣化より履歴減衰効果の方が大きい傾向を持っている．

図１２と図１３との結果より，用いた履歴復元力モデルは，耐力劣化特性より履歴減衰特性が卓越した応答となっているのがわかる．すなわち，履歴復元力特性の剛性比αが0.024とかなり小さい場合，非パラメトリック面の時間的な履歴応答によるひずみは，平均的なω_{eq}，β_{eq}で評価するとβ_{eq}の方が顕著に現れ，ω_{eq}には大きく現れない．

ｅ）ウエブレットエネルギーと構造特性の関係

式(2.7)によって定義した非パラメトリック面が有するエネルギーは，時刻歴経過によって図１４(a),(b)のようになる．なお，図(a)の$(E_s)/(E_s)_{LS}$は，１０秒の各区間毎の運動エネルギーとひずみエネルギーの和を示している．結果は，ＢＬモデルが大きな値を示している．これは，ＢＬモデルの最終応答結果が変位の中立軸の移動量を大きく引き起こし，残留ひずみに相当するエネルギーが現されている．逆に，ＯＢＬのモデルは，原点に復帰するため，入力地震動が小さくなると１に収束している．他のモデルも，残留ひずみの影響が現れている．一方,図(b)より$j=-1$での2DWFSによるエネルギー量は，ピーク数が１個であるので，ピークの大きさに比例した形で評価されている．前半の30秒で$(E_j)/(E_j)_{LS}$の値は１で，後半40秒以降の値は急激に大きな値となっており，図４での非パラメトリック面特性の時間経過とよい対応をしている．

図１５(a)は，E_jと入力強度ζに対する結果を示している．入力強度が小さい場合，応答は小さく，線形応答を示して，復元力モデルによる違いはない．入力強度が増加して大きくなるに従い，非線形履歴応答を呈し，E_jの値が比例的に大きな値を示している．履歴モデルによる相違は，ＢＬモデルが他のモデルに比べて少し大きめの結果を示している．

初期剛性での固有周期T_0によるE_jは，図１５(b)のようになる．T_0が0.4秒より小さい場合と0.8秒の場合，応答が小さく非線形特性が現れていない．しかし，１～５秒の周期の構造での応答は，非線形特性を有し，大きな値を示している．なお，履歴モデルによる相違は，明瞭には認めがたい．

つぎに，減衰定数βに対するE_jは，図１５(c)のような結果を示している．減衰定数が大きくなるに従い若干，減少する傾向を示す．なお，復元力モデルによる相違は，入力強度の場合と同様にＢＬモデルが少し大きくなる傾向を持っている．

入力地震波形の違いによるE_j特性は，図１５(d)に示すようになっている．なお，復元力モデルは，粘性減衰が0．05で初期剛性による固有周期が１秒に設定したものである．

５．結言

本研究は，１自由度部材構造系の種々の履歴復元力が非線形の動的応答を呈した場合，変位，速度および絶対加速度の応答量を用いた非パラメトリック面により構造系の特性を調べた．非パラメトリック面の特性は，平面としての把握，Tchebyscheff多項式近似による把握，および，２次元のウエブレット変換による把握の方法により行った．評価量として，構造系の等価な固有円振動数および等価な減衰定数の特性値の他に，非線形応答による非パラメトリック面のひずみを顕在化させて２次元ウエブレット係数および２次元ウエブレットフーリエスペクトルで評価した．本研究で得ら

れた主な結果をまとめるとつぎのようになる．

(1)非パラメトリック面の２次元ウエブレット変換は，形式的に４種類で構成され，それぞれ非パラメトリック面のひずみを顕在化して表示できる．

(2)系の構造特性を１つの指標で評価する場合，２次元ウエブレットフーリエスペクトルのうち$D_j^{[\hat{D}\hat{D}]}f$ のピークの大きさが非パラメトリック面のひずみの大きさに対応した量を示す．

(3)２次元ウエブレット係数のうち，$D_j^{[AD]}f$　は，その系の履歴減衰効果の特徴を示し，$D_j^{[DA]}f$ は，剛性劣化効果の特徴を示しており，これを視覚的に把握できる．

(4)復元力特性において除荷時の剛性劣化の有無が，$D_j^{[DA]}f$ の特徴とよい対応関係を示す．

(5)非パラメトリック面の平面特性から求められる系の等価な固有振動数および減衰定数はTchebyscheff多項式近似などの特性とよい対応を示す．

(6)第２剛性が小さい復元力を持つ場合，用いた履歴復元力モデルは，剛性劣化効果より履歴減衰効果が卓越した応答となる．

参考文献

1)Hart,G.C. and T.P.Yao:System Identification in Structural Dynamics,ASCE,Vol.103,No.EM,pp.1089-1091,1977.

2)土岐憲三・佐藤忠信：時系列理論による構造物特性の推定，京都大学防災研究所年報，２２号Ｂ，pp.1009-1016,1979.

3)Liu,S.C. and J.T.Yao:Structural Identification Concept,ASCE,Vol.104,No.ST12,pp.1845-1858,1979.

4)Sinozuka,M.,C-B.Yun,H.Imai:Identification of Linear Structural Dynamic Systems,ASCE,Vol.108,No.EM6,pp.1371-1396,1983

5)星谷・斉藤：拡張カルマンフィルターを用いた各種振動系への応用，土木学会論文報告集，第339号，1983.

6)Hoshiya,M. and E.Saito:Structural identification by extended Kalman filter,Jour.,EM. Div.,ASCE,Vol.110,No.12,1984.

7)Masri,S.F. and T.K.Caughey :A Nonparametric Identification Technique for Nonlinear Dynamic Problems,ASME,Vol.46,pp.433-447,1979.

8)Masri,S.F.,H.Sassi and T.K.Caughey:Nonparametric Identification of Nearly Arbitrary Nonlinear Systems, ASCE,Vol.49,pp.619-628,1982.

9)土木学会編：動的解析と耐震設計第２巻動的解析の方法，技報堂出版，pp. 99-108,1989.

10)大場新哉・睦好宏史・町田篤彦：材料の応力ー歪関係に基づいたＲＣ部材の地震応答解析手法に関する研究，土木学会第４５回年次学術講演会第Ｖ部，1990.

11)前述7).

12)宮脇幸治郎・土岐憲三：ウエブレット解析の地震波特性に関する一考察、土木学会論文集No.525/I-33,pp.261-274,1995.

13)Crandall,S.H. and W.D.Mark:Radom Vibration in Mechanical Systems,Academic Press,p.85,1963.