

## 制約の感度を用いるハイブリッド型多目的PSO を利用した信頼性に基づく多目的最適設計

著者	小木曾 望, 川治 翔一郎, 小原 正宜, 石亀 篤司, 佐藤 恵一
雑誌名	日本機械学会論文集 C編
巻	78
号	790
ページ	2229-2240
発行年	2012-06-25
権利	(c) 2012 一般社団法人 日本機械学会
その他のタイトル	Reliability-Based Multiobjective Optimization Using Hybrid-type Multiobjective PSO Algorithms Incorporating Sensitivity Analysis on Constraints
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10466/15707">http://hdl.handle.net/10466/15707</a>

doi: 10.1299/kikaic.78.2229

# 制約の感度を用いるハイブリッド型多目的PSOを利用した 信頼性に基づく多目的最適設計\*

小木曾 望<sup>\*1</sup>, 川治 翔一朗<sup>\*2</sup>, 小原 正宜<sup>\*3</sup>, 石亀 篤司<sup>\*3</sup>, 佐藤 恵一<sup>\*4</sup>

## Reliability-Based Multiobjective Optimization Using Hybrid-type Multiobjective PSO Algorithms Incorporating Sensitivity Analysis on Constraints

Nozomu KOGISO<sup>\*1</sup>, Shoichiro KAWAJI, Masayoshi OHARA, Atsushi ISHIGAME  
and Keiichi SATO

<sup>\*1</sup> Department of Aerospace Engineering, Osaka Prefecture University  
1-1 Gakuen-Cho, Naka-ku, Sakai, Osaka, 599-8531 JAPAN

This paper proposes a new algorithm for the reliability-based multiobjective optimization (RBMO) to obtain Pareto set under reliability constraints that consider uncertainties on design parameters such as material properties or load conditions. The RBMO algorithm consists of the hybrid-type multiobjective particle swarm optimization (MOPSO) with constraint satisfaction technique proposed by the authors and an efficient single loop reliability-based optimization approach. The hybrid-type MOPSO has a function to move the design candidate with constraint violation to the feasible boundary using constraint sensitivity information and the bi-section method. The feature is suitable for evaluating the reliability that requires sensitivity of the limit state function. In addition, the single-loop-single-vector method (SLSV) known as a single loop approach of the reliability-based design optimization is integrated to improve the computational efficiency. Through numerical examples, the effectiveness of the proposed algorithm is demonstrated.

**Key Words :** Reliability-Based Multiobjective Optimization, Multiobjective Particle Swarm Optimization, Single-Loop-Single-Vector Method, Sensitivity Analysis

### 1. 緒 論

近年、市販の最適設計ツールや CAE ツールの発展に伴い、最適設計手法は機械システムの高度化、高性能化の一翼を担うようになってきている。その一方で、高度化、複雑化したシステムがひとたび破損すると、社会生活など広い範囲に大きな影響をおよぼす。そのため、機械システムの信頼性、安全性への要求が高くなってきている。機械システムの信頼度は、材料特性や製造条件、負荷荷重などの使用環境などのバラツキを確率変数としてモデル化し、構造応答量が規定値を超えない確率として評価される<sup>(1)</sup>。信頼性解析と最適設計を組み合わせることで、信頼度に対する制約のもとで重量最小化する設計や、重量制約のもとでの信頼度を最大化する設計を行うことができる。この手法を、信頼性に基づく最適設計 (Reliability-Based Design Optimization: RBDO)<sup>(2)~(5)</sup>とよぶ。

信頼性解析には、確率変数を標準正規分布空間 ( $\mathbf{U}$  空間) に変換し、限界状態関数線形化して破損確率を評価する一次信頼性法 (First Order Reliability Method: FORM)<sup>(6)</sup>がよく用いられる。これは、限界状態関数の微係数を利用した繰り返し計算を要するため、RBDO は二重ループ問題として定式化されてきた。この二重ループを解消する手法として、SLSV(Single-Loop-Single-Vector) 法<sup>(7)</sup>、SORA(Sequential Optimization and Reliability Assessment)<sup>(8)</sup>、

\* 原稿受付 2011 年 10 月 12 日

<sup>\*1</sup> 正員, 大阪府立大学大学院工学研究科航空宇宙工学分野 (〒 599-8531 大阪府堺市中区学園町 1-1)

<sup>\*2</sup> 大阪府立大学大学院工学研究科航空宇宙工学分野 (〒 599-8531 大阪府堺市中区学園町 1-1)

<sup>\*3</sup> 大阪府立大学大学院工学研究科電気情報システム工学分野 (〒 599-8531 大阪府堺市中区学園町 1-1)

<sup>\*4</sup> 正員, (株)IHI 基盤技術研究所 (〒 235-8501 神奈川県横浜市磯子区新中原町 1)

SFA(Safety-Factor Approach)<sup>(9)</sup>などが提案されている。これらの手法により、RBDOは自動車の衝突問題などの大規模問題に適用される<sup>(10)</sup>など、現在では、計算効率の高い手法として定着してきている。著者の一部は、これらの手法を信頼性に基づくトポロジー最適設計に適用し、確定的な最適設計と同程度の計算負荷で信頼性を考慮した最適形態が求められることを示してきた<sup>(11)(12)</sup>。また、Yangら<sup>(13)(14)</sup>はいくつかの問題に対してこれらの手法の計算効率を比較し、多くの場合で、SLSVが、SFAやSORAに比べて収束性能や計算効率が高いことを示している。

一方、複数の評価基準を同時に最適化する多目的最適設計の重要性が高まってきている。多目的最適設計の最適解集合であるパレート解は、ある目的関数の値を改善するためには少なくとも1つの他の目的関数の値を改悪せざるを得ない解の集合であり、複数の目的関数間でいかにトレードオフをとるかという重要な情報を設計者に提供することができる。多数のパレート解を求める手法として、多目的遺伝的アルゴリズム<sup>(15)</sup>や多目的粒子群最適化(Particle Swarm Optimization (MOPSO))<sup>(16)</sup>などの進化的最適化法の研究が盛んに行われている。これらの手法は、多点探索法として、同時に複数のパレート解が得られる利点がある。

しかしながら、RBDOを多目的設計に拡張した信頼性に基づく多目的最適設計(Reliability-Based Multiobjective Optimization (RBMO))に関する研究はまだ発展途上である。近年、多目的GAを信頼性に基づく最適設計に適用した研究が発表されている<sup>(17)~(19)</sup>。しかし、多目的GAでは数値計算効率が十分とは言えない。と言うのは、信頼性解析では感度情報を利用して信頼性を求めるが、多目的GAではその感度情報をパレート解の探索に利用しないからである。また、Rangavajhalaら<sup>(20)</sup>は同時生起確率を考慮した信頼性に基づく多目的最適設計法を提案している。ここでは、同時生起確率を考慮することに重点を置いて、従来の二重ループの最適設計法を適用している。そのため、信頼性に基づく多目的最適設計では計算効率向上が課題となっている。

そこで、本研究では、不確定性を考慮する多目的設計問題においても、目的関数間のトレードオフや信頼性制約値がパレート曲面におよぼす影響などの重要な情報を設計者に提供することを目的として、著者らが提案した制約条件の感度解析と多目的PSOを統合したハイブリッド型多目的PSO<sup>(21)</sup>を拡張し、信頼性に基づく多目的最適設計を効率的に実行するための手法を提案する。このハイブリッド型多目的PSOは、MOPSOの繰り返し過程で制約条件を逸脱した個体に対して、制約条件の感度解析および二分法を用いて、実行可能領域境界に移動させる。これによって、従来の手法では有効に活用されていなかった個体を優れたパレート解候補として利用し、広範囲のパレート解を効率的に探索することを実現する。信頼性を評価するには限界状態関数の感度情報が不可欠であり、このハイブリッド型多目的PSOで利用する感度情報は、制約条件満足化だけでなく、信頼性の評価にも利用できるため、本提案手法は信頼性に基づく多目的最適設計に適した手法と言える。さらに、この手法に対して、単一ループ法の信頼性に基づく最適設計法であるSLSV法を統合し、信頼性に基づく多目的最適設計の効率的な手法を実現する。

以下、2章では信頼性に基づく最適設計および単一ループ法であるSLSV法について説明する。3章では、著者らが提案したハイブリッド型多目的PSOにSLSV法の考え方を統合した信頼性に基づく多目的最適設計手法を提案する。4章では、これらを統合した提案手法の妥当性を検証するため、いくつかの数値計算例を示す。

## 2. 信頼性に基づく多目的最適設計

信頼性解析では、材料特性や製造条件、負荷荷重などの使用環境などのパラツキを確率変数としてモデル化し、構造応答量が規定値を超えない確率として信頼度を評価する。そして、信頼性に基づく最適設計は、その信頼度が規定の条件を満足するもとの、目的関数を最小化する問題として定式化される。

設計変数を  $\mathbf{d} = [d_1, \dots, d_n]^T$ 、確率変数を  $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_l]^T$  とする。ここで、確率変数  $\mathbf{z}$  は互いに独立とし、その平均値を  $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \dots, \mu_l]^T$ 、標準偏差を  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \dots, \sigma_l]^T$  とおく。破損を定義する限界状態関数を  $g_j(\mathbf{d}, \mathbf{z}) (< 0$  で破損) とおくと、破損確率  $P_f$  は限界状態関数が負の値をとる確率  $P(g_j(\mathbf{d}, \mathbf{z}) < 0)$  として定義できる。複数の限界状態関数に対する破損確率をそれぞれの基準値以下にするという制約条件のもとで、複数の目的関数  $\mathbf{F}(\mathbf{d})$  を最小化する信頼性に基づく最適化問題は次式で定式化できる。

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } & \mathbf{F}(\mathbf{d}) = (f_1(\mathbf{d}), f_2(\mathbf{d}), \dots, f_k(\mathbf{d})) & (1) \\ \text{subject to: } & P_{f_j} = P(g_j(\mathbf{d}, \mathbf{z}) < 0) \leq \Phi(-\beta_j), \quad (j = 1, \dots, m) \end{aligned}$$

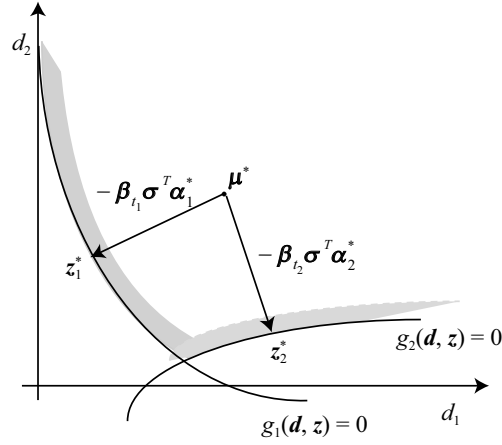


Fig. 1 Relation between variables in applying SLSV.

$$\mathbf{d}_L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_U$$

ただし,  $f_i(\mathbf{d})$  は  $i$  番目の目的関数,  $\Phi()$  は標準正規確率分布関数,  $\beta_i$  は目標とする信頼性指標,  $\mathbf{d}_L$  と  $\mathbf{d}_U$  は設計変数  $\mathbf{d}$  の下限値と上限値を表す.

多目的最適化問題では, 複数の目的関数を同時に最小化する解は一般的には存在せず, 目的関数間にトレードオフ関係が存在する. 任意の2つの実行可能解  $\mathbf{d}_i, \mathbf{d}_j (i \neq j)$  が  $f_l(\mathbf{d}_i) \leq f_l(\mathbf{d}_j), (\forall l = 1, 2, \dots, k)$  のとき,  $\mathbf{d}_i$  は  $\mathbf{d}_j$  に優越するという. そして,  $\mathbf{d}_i$  に優越する  $\mathbf{d}$  が存在しない場合,  $\mathbf{d}_i$  をパレート解とよぶ. また,  $f_l(\mathbf{d}_i) < f_l(\mathbf{d}_j), (\forall l = 1, 2, \dots, k)$  のとき,  $\mathbf{d}_i$  は  $\mathbf{d}_j$  に強い意味で優越するという. そして,  $\mathbf{d}_i$  に強い意味で優越する  $\mathbf{d}$  が存在しない場合,  $\mathbf{d}_i$  を弱パレート解とよぶ.

## 2.1 SLSV 法による信頼性解析

信頼性を一次信頼性法 (FORM) で評価する場合, FORM が繰り返し計算を必要とするため, 最適設計問題は二重ループ構造となり, 多大な計算時間が必要となる<sup>(2)</sup>.

この計算コストを削減する解決策として SLSV 法<sup>(7)</sup>が提案されている. この方法は, 設計点の近似を用いることで信頼性制約を確定的制約条件に置き換え, 最適設計の二重ループを解消し, 単一ループ化を実現している. 確率変数  $\mathbf{z}_j$  が正規分布  $N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma})$  に従うとき, 平均値  $\boldsymbol{\mu}$  と  $j$  番目の限界状態関数に対する設計点  $\mathbf{z}_j^*$  との間には, 図1に示す次式の関係が成り立つ.

$$\mathbf{z}_j^* = \boldsymbol{\mu} - \beta_{t_j} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}_j^* \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_j^* = \frac{\nabla g_j(\mathbf{d}, \mathbf{z}_j^*)}{|\nabla g_j(\mathbf{d}, \mathbf{z}_j^*)|} \quad (3)$$

ここで,  $\boldsymbol{\alpha}_j$  は確率変数に対する  $j$  番目の限界状態関数の単位勾配ベクトルである. 上式は, 現在の平均値  $\boldsymbol{\mu}$  において目標信頼性指標  $\beta_i$  を満足することは, 設計点  $\mathbf{z}_j^*$  における限界状態関数の単位方向ベクトル方向  $\boldsymbol{\alpha}_j$  に, 標準偏差の  $\beta_i$  倍離れた点が平均値  $\boldsymbol{\mu}$  と一致することを意味する. なお, 本研究においては, 確率変数の平均値  $\boldsymbol{\mu}$  を設計変数  $\mathbf{d}$  として扱う.

これと設計点  $\mathbf{z}_j^*$  が限界状態曲面上に存在することを考慮して, 信頼性制約を次式で表す確定的制約に置き換えることができる.

$$g_j(\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu} - \beta_{t_j} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}_j^*) \geq 0 \quad (4)$$

本来, 制約に対する正規化勾配ベクトル  $\boldsymbol{\alpha}_j^*$  は設計点  $\mathbf{z}_j^*$  で評価すべき値であり, 式 (2), (3) を満足する設計点  $\mathbf{z}_j^*$  を求めるには, FORM のような繰り返し計算が必要である. SLSV 法では, 最適化ループにおける前の繰り返し過程の値を用いて,  $\boldsymbol{\alpha}_j$  を近似的に評価することにより, 単一ループを実現している.

その手順を以下に示す.

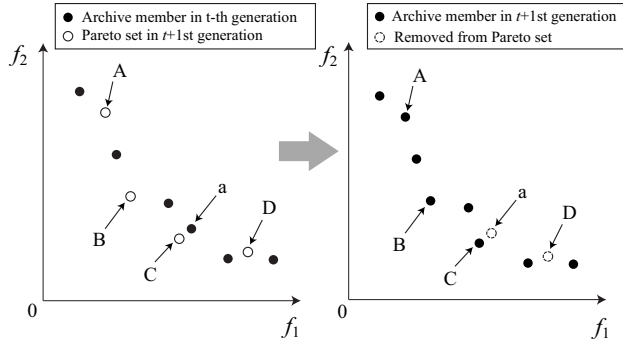


Fig. 2 Selection of Pareto solutions in archive

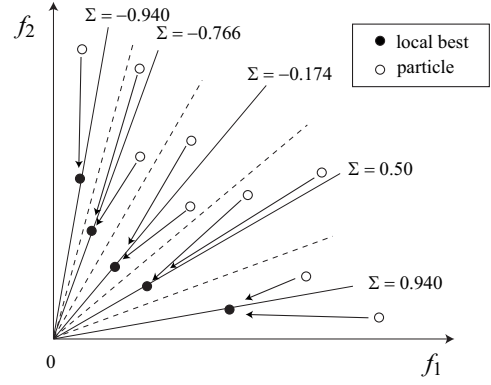


Fig. 3 Local guide selection of sigma method

**Step1**  $t = 0$  とし, 初期設計  $\mathbf{z}_j^t$  を設定する.

**Step2** 限界状態関数  $g_j(\mathbf{d}^t, \mathbf{z}_j^t)$  を評価するとともに, その感度  $\nabla g_j(\mathbf{d}^t, \mathbf{z}_j^t)$  を求め,  $\boldsymbol{\alpha}_j^t$  を求める.

**Step3** 次式で示す最適設計問題を定式化し, 直線探索により,  $\mathbf{d}^{t+1}$  を求める.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} & : \mathbf{F}(\mathbf{d}^{t+1}) \\ \text{subject to} & : g_j(\mathbf{d}^{t+1}, \boldsymbol{\mu} - \beta_j \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}_j^t) \geq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \\ & \mathbf{d}_L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_U \end{aligned} \quad (5)$$

**Step4** 収束判定条件を満足していれば  $\mathbf{d}^t$  を最適解として最適化を終了する. そうでなければ,  $t = t + 1$  として, Step2に戻る.

この手法は, 最適設計ループのなかで, 制約条件を設計点の近似点  $\boldsymbol{\mu} - \beta_j \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}_j^t$  を更新していくことに特徴がある.

### 3. RBDO とハイブリッド型 MOPSO との統合

#### 3-1 多目的 PSO

多目的 PSO (Multiobjective Particle Swarm Optimization: MOPSO) は, 鳥の群れを模したヒューリスティックな多点探索法である Particle Swarm Optimization を多目的に拡張した多点探索法である. PSO では,  $t$  回目の繰り返し過程における  $i$  番目の設計変数  $\mathbf{d}_i^t$  を次式によって  $\mathbf{d}_i^{t+1}$  に更新する.

$$\mathbf{d}_i^{t+1} = \mathbf{d}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = w\mathbf{v}_i^t + C_1 r_1 (\mathbf{d}_{p_i}^t - \mathbf{d}_i^t) + C_2 r_2 (\mathbf{d}_{g_i}^t - \mathbf{d}_i^t) \quad (7)$$

ここで,  $\mathbf{v}_i^{t+1}$  は設計変数を更新する速度,  $\mathbf{d}_{p_i}$  は過去の探索における探索点  $i$  の最良値である自己ベスト,  $\mathbf{d}_{g_i}$  は探索点全体における過去の最良値である集団ベストである.  $r_1, r_2$  は確率論的な探索を行うために設定する  $[0, 1]$  の一様乱数である.  $w$  は前回の速度の影響を考慮する慣性項,  $C_1, C_2$  は  $\mathbf{d}_{p_i}, \mathbf{d}_{g_i}$  の影響を考慮するパラメータである. 本研究では, 一般的に用いられている値  $w = 0.4, C_1 = C_2 = 2$  を用いる<sup>(22)</sup>.

多目的最適設計に拡張するために, 本研究では, 非劣解からパレート解候補を選択するエリート保存戦略の一つであるアーカイブ<sup>(23)</sup>を用いる. この方法は, 図2に示すように, 現時点で得られたパレート解候補と既に保存してあるパレート解候補とを比較し, パレート解候補を更新する戦略である. この図では, 新たに A, B, C がパレート解候補に加わり, a がパレート解候補から外れる. D は現世代のパレート解候補であるが, アーカイブに保存されているパレート解候補よりも劣っているため, 選択されない.

また, MOPSO は単一目的問題と異なり, 式(7)の  $\mathbf{d}_{p_i}, \mathbf{d}_{g_i}$  を一意に決定することができないため, それらを適切に決定する手法が提案されている<sup>(16)</sup>. 本研究では, パレート解の探索効率が高いとされるシグマ法<sup>(24)</sup>を用いる.

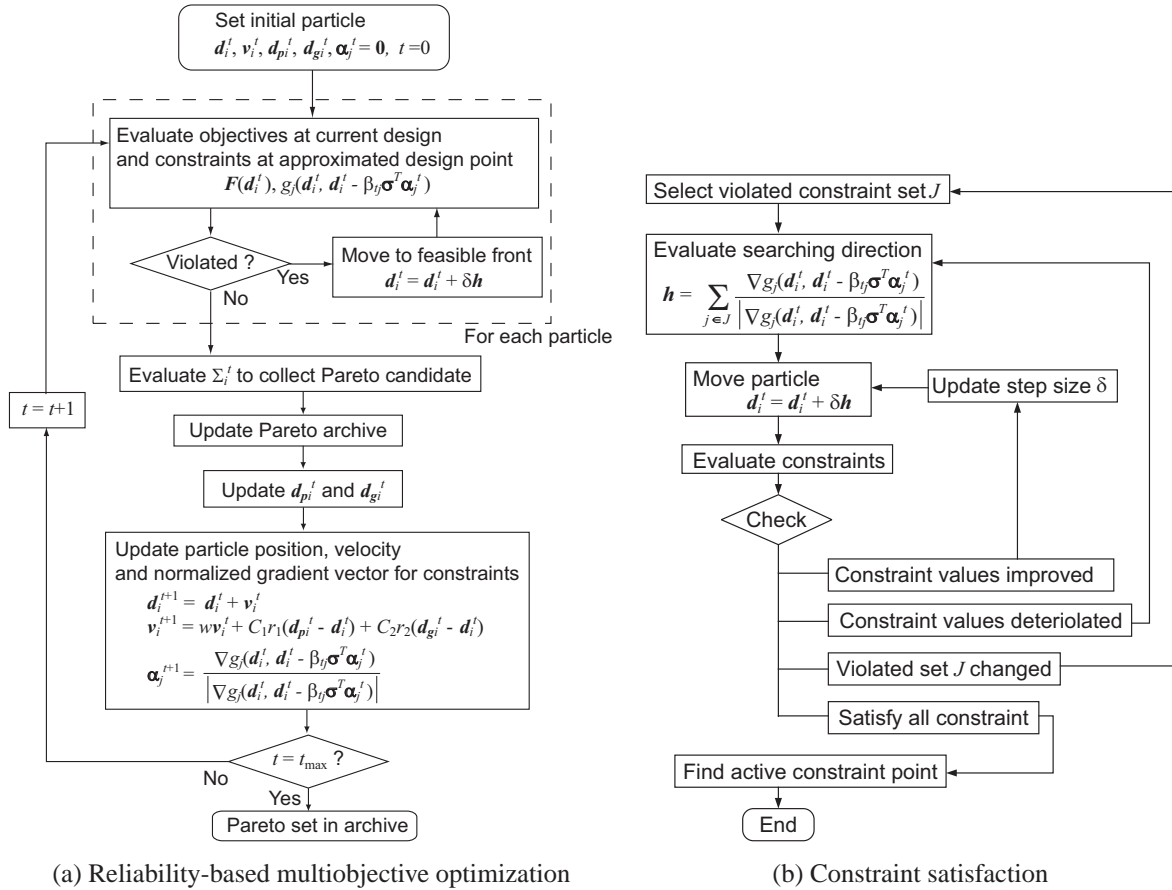


Fig. 4 Flow of reliability-based multiobjective optimization using hybrid MOPSO with SLSV methods.

この手法では、まず、目的関数値間の寄与度を示すシグマ値を次式で求める。

$$\Sigma = \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_1^2 + f_2^2} \quad (\text{if } k = 2) \quad (8)$$

$$\Sigma = \frac{1}{\sum_{i=1}^k f_i^2} \begin{pmatrix} f_1^2 - f_2^2 \\ \vdots \\ f_{k-1}^2 - f_k^2 \\ f_k^2 - f_1^2 \end{pmatrix} \quad (\text{if } k \geq 3) \quad (9)$$

$k = 2$  の場合はスカラー、 $k \geq 3$  の場合は  $k$  要素からなるベクトルとなる。

そして、図 3 に示すように、目的関数空間でシグマ値が近い値をもつパレート解候補を式 (7) の  $\mathbf{d}_{g_i}^t$  として選択する。これにより、パレート解の広域性を確保する。

一方、アーカイブに保存されるパレート解の数が増えすぎると図 2 に示したパレート解の比較のための計算量が膨大になってしまう。この問題を解決するため、シグマ値に範囲を設定し、その範囲内で一つのパレート解のみをアーカイブに保存する。これにより、計算回数を抑えつつ、広範囲にわたって均一なパレート解集合を求めることができる。

### 3.2 制約条件の感度を利用した囲い込み

本研究では、制約条件を逸脱した個体をその近傍の実行可能領域に囲い込むことで、その個体を有効に活用し、パレート解を効率的に探索する手法<sup>(21)</sup>を信頼性に基づく多目的最適設計に拡張する。信頼性制約に対しては、SLSV 法と統合するために、設計変数  $\mathbf{d}$  ではなく、 $\mathbf{d} - \beta_j \sigma^T \alpha_j^t$  で制約条件を評価する。

以下に、そのアルゴリズムを示す。

**Step1 準備** 制約を違反した設計  $\mathbf{d}_i$  の移動量を  $\delta$  とする。

**Step2 移動方向決定** 違反している制約関数の勾配  $\nabla g_j(\mathbf{d}_i, \mathbf{d}_i - \beta_j \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}'_j)$  を用いて、単位移動方向ベクトル  $\mathbf{h}$  を決定する.

$$\mathbf{h} = \sum_{j \in J} \frac{\nabla g_j(\mathbf{d}_i, \mathbf{d}_i - \beta_j \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}'_j)}{|\nabla g_j(\mathbf{d}_i, \mathbf{d}_i - \beta_j \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}'_j)|} \quad (10)$$

ここで、 $J$  は満足していない制約条件である ( $J = \{j | g_j(\mathbf{d}_i, \mathbf{d}_i - \beta_j \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}'_j) < 0, (j = 1, \dots, m)\}$ ).

**Step3 設計更新**  $\mathbf{h}$  方向に  $\delta$  だけ移動させる.

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{d}_i + \delta \mathbf{h} \quad (11)$$

**Step 4 判定** 制約条件を評価し、以下のように判定する.

すべての制約条件を満足する場合 Step5 に進む.

違反している制約の値が悪化している場合 Step2 に戻り、移動方向  $\mathbf{h}$  を変更する.

満足しない制約条件  $J$  が変化している場合 Step2 に戻り、移動方向  $\mathbf{h}$  を変更する.

制約値が改善している場合 移動量  $\delta$  を更新し、Step3 に戻る.

**Step 5 制約境界への移動** 制約を満足した点と以前の点から二分法を利用して、いずれかの制約条件が活性 ( $g_j(\mathbf{d}_i, \boldsymbol{\mu} - \beta_j \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}'_j) = 0$ ) となる点を求める.

この手法では、制約条件を逸脱した個体の設計点  $\mathbf{z}$  が実行可能領域境界に移動させることになる. そのような設計は信頼性制約が活性となるため、信頼性に基づく多目的最適設計におけるパレート解候補となる. この手法により、パレート解の探索能力が向上することが期待できる.

ハイブリッド型 MOPSO と SLSV 法を統合した本提案手法のアルゴリズムを図 4 に示す. 制約条件の囲い込みに加え、最適化の繰り返し過程で設計  $\mathbf{d}_i^{t+1}$ , 速度  $\mathbf{v}_i^{t+1}$  だけでなく、信頼性制約の正規化した勾配ベクトル  $\boldsymbol{\alpha}'_j^{t+1}$  を更新することに、本手法の特徴がある.

## 4. 数値計算例

いくつかの数値計算例を通して、本研究で提案した手法の妥当性を検証する.

### 4.1 例題 1

確率変数 ( $z_1, z_2$ ) は互いに独立な正規分布にしたがい、その平均が設計変数  $d_i$ , 標準偏差が 0.3 として、信頼性制約が線形関数で表される次の二目的問題<sup>(17)</sup>に対して、パレート解の探索性能を検証する.

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } & f_1(\mathbf{d}) = d_1 \\ & f_2(\mathbf{d}) = \frac{1+d_2}{d_1} \\ \text{subject to: } & g_1(\mathbf{d}) = d_2 + 9d_1 - 6 \geq 0 \\ & g_2(\mathbf{d}) = -d_2 + 9d_1 - 1 \geq 0 \\ & 0.1 \leq d_1 \leq 1, 0 \leq d_2 \leq 5. \end{aligned} \quad (12)$$

粒子数 50, 繰り返し回数 500 とし、目標信頼性指標  $\beta_j$  が 0, 1.28, 2.0, 3.0 とした場合に得られたパレート解を図 5 に示す.  $\beta = 0$  の確定的な条件でのパレート解は、 $f_1$  が小さな値となる場所では  $g_1(\mathbf{d}) = 0$  に接し、 $f_1$  が大きな値となる場所では  $d_2$  の側面制約が効いている. 目標信頼性指標が増加するにつれて、パレート曲線は実行可能領域の内側に形成されるようになる. この結果は、多目的 GA を用いている文献<sup>(17)</sup>に示されている結果と同じであり、本提案手法が妥当であると言える.

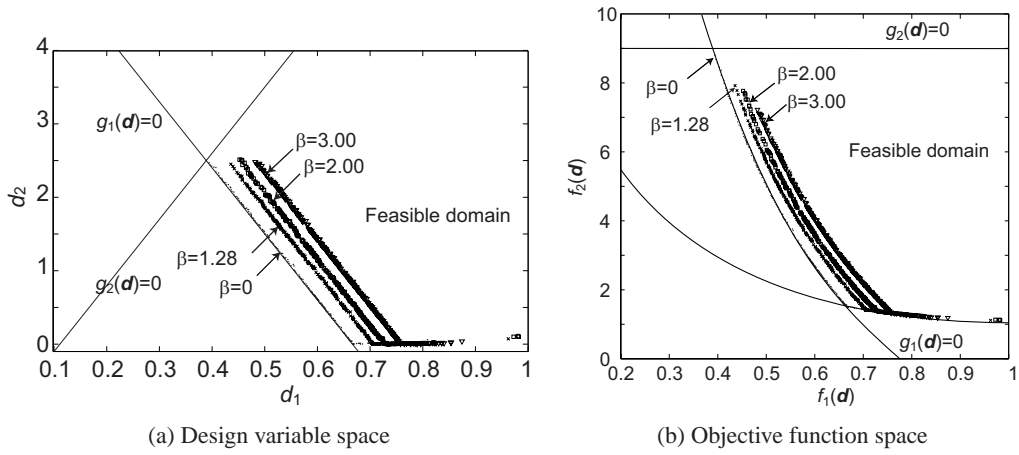


Fig. 5 Pareto set in example 1

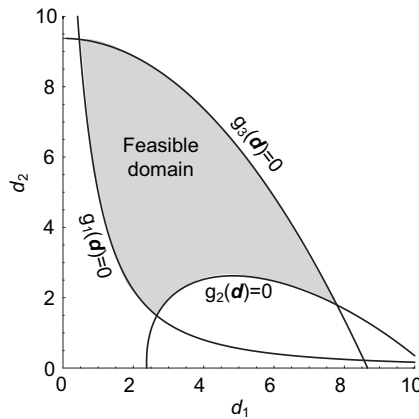


Fig. 6 Feasible domain of example 2.

## 4.2 例題 2

非線形信頼性制約を含む問題として、制約領域が凸型および非凸型の組み合わせとして表される問題<sup>(25)</sup>を多目的に拡張した問題を考える。制約関数は次式で表され、その制約領域を図 6 に示す。

$$\begin{aligned}
 g_1(\mathbf{d}) &= \frac{d_1^2 d_2}{20} - 1 \geq 0 \\
 g_2(\mathbf{d}) &= \frac{(d_1 + d_2 - 5)^2}{30} + \frac{(d_1 - d_2 - 12)^2}{120} - 1 \geq 0 \\
 g_3(\mathbf{d}) &= \frac{d_1^2 + 2d_2 + 5}{80} - 1 \geq 0 \\
 0 &\leq d_1, d_2 \leq 10
 \end{aligned} \tag{13}$$

設計変数  $\mathbf{d}$  は正規分布にしたがう確率変数の平均値とし、その標準偏差を 0.3 とする。MOPSO の条件として、粒子数 50、繰り返し回数 200 回として、以下の 2 ケースの信頼性に基づく多目的最適設計を考える。

### 4.2.1 ケース 1

式 (13) の制約のもとで、次の目的関数を最小化する。

$$\begin{aligned}
 f_1(\mathbf{d}) &= 3d_1 + d_2 \\
 f_2(\mathbf{d}) &= d_2 - d_1 + 10
 \end{aligned} \tag{14}$$

この問題に対するパレート解は、設計空間における原点方向、つまり図 6 において左下の方向に存在し、制約条件  $g_1$  または  $g_2$  が活性化することになる。信頼性制約を  $\beta = 0$  である確定解の場合と、 $\beta = 1, 2, 3, 4, 5$  とした場合



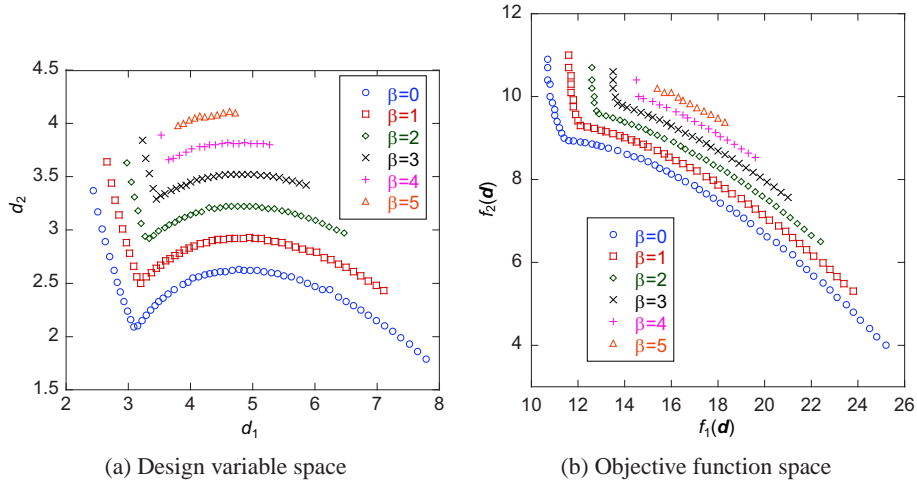


Fig. 7 Pareto set of case 1 in example 2.

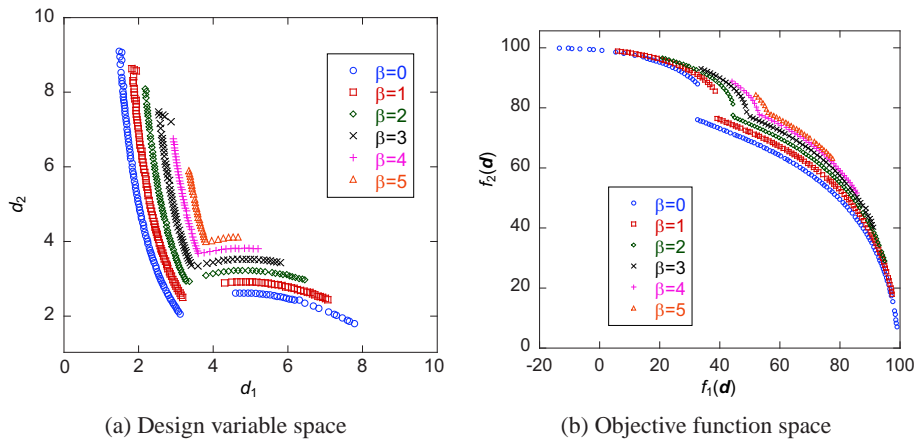


Fig. 8 Pareto set of case 2 in example 2

のパレート解を図 7 に示す. 信頼性制約が大きくなるにつれて, パレート解は右上の実行可能領域内部にシフトしていくことがわかる.

#### 4.2.2 ケース 2

式 (13) の制約のもとで, 次の目的関数を最小化する.

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{d}) &= 100 - \{(d_1 - 1)^2 + (d_2 - 10)^2\} \\ f_2(\mathbf{d}) &= 100 - \{(d_1 - 8)^2 + (d_2 - 2)^2\} \end{aligned} \quad (15)$$

この目的関数は, (1,10), (8,2) から遠くなるほど小さな値をとる.

信頼性制約を  $\beta = 0$  である確定解の場合と,  $\beta = 1 \sim 5$  と変化させた場合のパレート解を図 8 に示す. この問題におけるパレート解は, 目的関数空間で非凸型となり, さらに, 目標信頼性指標  $\beta$  の値が小さい場合は分離型となる. このような問題に対しても, 本研究で提案した手法は妥当なパレート解集合を求めることができる.

#### 4.2.3 計算効率に対する考察

これらの 2 ケースにおける MOPSO の計算効率を考察する. まず, 各ケースにおいて, アーカイブに格納されるパレート解の数の履歴を図 9 に示す. 目標信頼性指標にかかわらず, 初期にパレート解の数が増加し, その数は, 50 回以降, あまり変化していない.

特筆すべきは, 最初の段階でパレート解候補として選ばれる個数が多いことである. 制約条件を逸脱した粒子を実行可能領域の境界上に移動させているため, 最初の段階でパレート解候補が効率よく見つかったことが

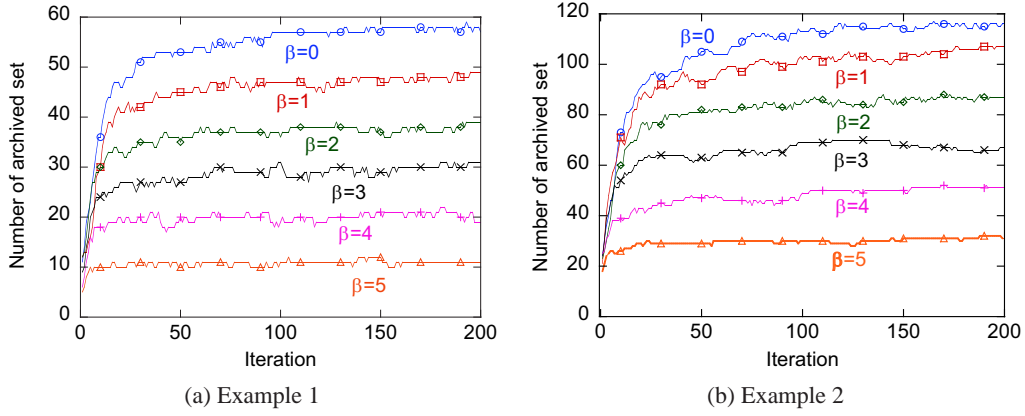


Fig. 9 History of the number of Pareto solution in archive.

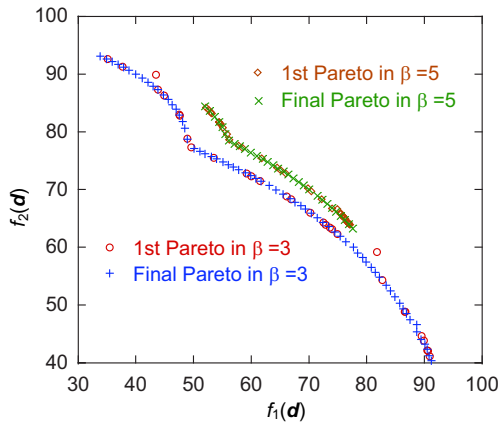


Fig. 10 First and final Pareto sets in cases of  $\beta = 3$  and 5.

$\beta$	case 1		case 2	
	Number of calls	Rate	Number of calls	Rate
0	163913	16.3	168481	16.8
1	142360	14.2	171741	17.1
2	119681	11.9	160209	15.9
3	125801	12.5	147642	14.7
4	142042	14.1	169145	16.8
5	181498	18.1	200791	20.0

わかる。これを示すために、 $\beta = 3$  および  $\beta = 5$  における最初のパレート解と最終的に得られたパレート解を図 10 で比較する。 $\beta = 3$  の場合は初期のパレート解のうち 2 個を除いて最終的なパレート曲線と一致し、 $\beta = 5$  の場合は初期のパレート解候補はすべてが最終的なパレート曲線と一致している。MOPSO の繰り返しにより、パレート曲線の領域を拡大するとともに隙間を埋めていると言える。

一方、計算回数が増大してしまっている。表 1 は、各目標信頼性指標に対する目的関数評価回数、1 世代 1 粒子あたりの目的関数平均評価回数およびパレート解数を示す。通常の MOPSO であれば 1 世代 1 粒子あたり 1 回の評価となるが、本手法では 10~20 回を要している。確定的な最適設計に本手法を適用した場合<sup>(21)</sup> と比べても計算回数が多い。RBMO においてはパレート解候補が実行可能領域境界上に存在するため、本提案手法ではそれが見つかりやすくなっている。しかし、逆に探索途中で制約を逸脱してしまう場合が増加するためだと考えられる。

### 4.3 信頼性制約による最適解の変化

信頼性に基づく最適設計において、目標信頼性の値に着目すると最適解が不連続に変化する場合がある。この計算例として、文献<sup>(17)</sup>に掲載されている単一目的の信頼性に基づく最適設計問題を変形した次式で表される問題に対して確認する。

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize: } f_1(\mathbf{d}) = 2 - d_2 & (16) \\
 & f_2(\mathbf{d}) = 3 - \beta \\
 & \text{subject to: } g_1(\mathbf{d}) = d_1^2 - 10d_2 \geq 0 \\
 & g_2(\mathbf{d}) = -d_1 + d_2 + 2.2 \geq 0 \\
 & g_3(\mathbf{d}) = d_1 - 3d_2 + 4 \geq 0 \\
 & -4 \leq d_1, d_2 \leq 4, \quad 0.5 \leq \beta \leq 3
 \end{aligned}$$

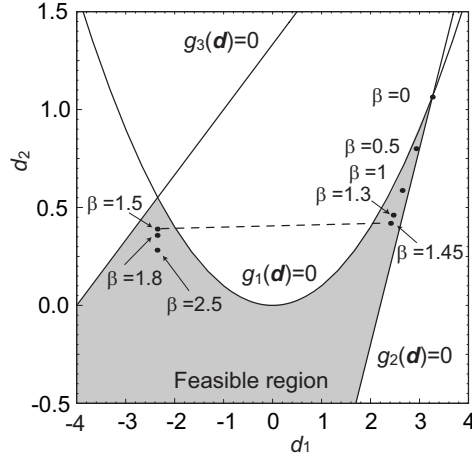


Fig. 11 Feasible region and Pareto set in design variable space

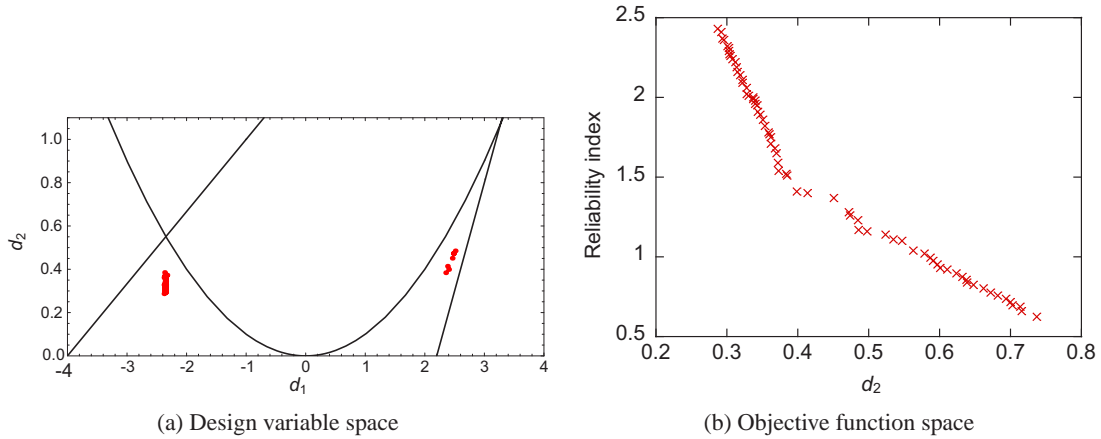


Fig. 12 Pareto set obtained by proposed method

ここで、 $d_1, d_2$  は標準偏差 0.1 の確率変数であり、 $\beta$  は各制約条件に対する目標信頼性指標である。このように、信頼性指標を設計変数および目的関数として多目的最適化問題として定式化することで、信頼性指標に対して最適な設計変数がどのように変化するかを調べることができる。

なお、SLSV においては制約条件は近似した設計点で評価するので、制約条件の目標信頼性指標に対する感度も以下に示すように、容易に求めることができる。

$$g(\mathbf{d}^t, \mathbf{z}_j) = g(\mathbf{d}^t, \mathbf{d}^t - \beta \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}_j^{-1})$$

$$\frac{\partial g(\mathbf{d}^t, \mathbf{z}_j)}{\partial \beta} = \sum_k \frac{\partial g(\mathbf{d}^t, \mathbf{z}_j)}{\partial z_{jk}} \frac{\partial z_{jk}}{\partial \beta} = - \sum_k \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\alpha}_j^{-1} \frac{\partial g(\mathbf{d}^t, \mathbf{z}_j)}{\partial z_{jk}} \quad (17)$$

ここで、添え字  $k$  は確率変数の成分を示す。

この問題の実行可能領域およびパレート解を図 11 に示す。 $\beta$  が小さいときは右上の細い領域に最適解が存在するが、 $\beta \geq 1.5$  となると左側に飛び移ることになる。なお、このパレート解は、信頼性を制約として単一目的関数問題を解いて求めたものである。

この問題に対して、粒子数 50、繰り返し回数 300 として求めたパレート解を図 12 に示す。ねらい通りに、設計変数空間で分離するようなパレート解が得られていることがわかる。目的関数空間でみると  $\beta$  が大きい値の領域と小さい値の領域でパレート曲線の傾きが異なり、 $\beta \approx 1.5$  付近で切り替わっていることがわかる。

ただし、詳細にみるとこの近傍におけるパレート解は、 $(d_1, d_2, \beta) = (-2.37, 3.85, 1.51), (2.35, 3.84, 1.52), (-2.33, 3.73, 1.54)$  となり、きれいに分離しているわけではない。MOPSO などのメタヒューリスティック手法では最適解の厳密性(局所最適性)が保証できないために避けられないことでもあるが、本提案手法は十分な探索能力を有していると言える。

## 5. 結 論

本研究では、信頼性に基づく多目的最適設計に対する効率的なアルゴリズム開発を目的として、制約条件の感度解析と多目的 PSO を統合したハイブリッド型多目的 PSO<sup>(21)</sup> と、信頼性に基づく最適設計の単一ループ解法である SLSV 法<sup>(7)</sup> を統合した新しい手法を提案した。そして、本研究で開発した手法をいくつかの数値計算例に適用し、信頼性制約を満足するパレート解を効率的に求められることを示した。

今後は、さらなる計算効率の向上や大域解探索性能の向上などのアルゴリズムの改良、および実際の設計問題への適用を進める。

## 文 献

- (1) 室津義定, 米澤政昭, 邵 暁文, システム信頼性工学, 共立出版 (1996)
- (2) Choi, S-K., Grandhi, R. V., and Canfield, R. A., *Reliability-Based Structural Design* (2007), Springer-Verlag.
- (3) Valdebenito, M. A., and Schuëller, G. I., A Survey on Approaches for Reliability-Based Optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 42 (2010), pp. 645-663.
- (4) 小木曾 望, “最近の信頼性に基づく最適設計の発展 (1)”, *機械の研究*, Vol. 61, No. 3, (2009), pp. 325-330.
- (5) 小木曾 望, “最近の信頼性に基づく最適設計の発展 (2)”, *機械の研究*, Vol. 61, No. 4, (2009), pp. 428-434.
- (6) Rackwitz, R., and Fiessler, B., “Structural Reliability under Combined Random Load Sequences”, *Computer and Structures*, Vol. 9 (1978), pp. 489-494.
- (7) Chen, X., Hasselman, T. K., and Neill, D. J., “Reliability Based Structural Design Optimization for Practical Applications”, *Proceedings of 38th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Vol. 4, (1997), AIAA-97-1403, pp. 2724-2732.
- (8) Du, X. and Chen, W., “Sequential Optimization and Reliability Assessment Method for Efficient Probabilistic Design”, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 126, No. 2 (2004), pp. 225-233.
- (9) Wu, Y.-T. and Wang, W., “Efficient Probabilistic Design by Converting Reliability Constraints to Approximately Equivalent Deterministic Constraints”, *Journal of Intergrated Design and Process Sciences*, Vol. 2, No. 4 (1998), pp. 13-21.
- (10) Youn, B. D., Choi, K. K., Yang, R.-J., and Gu, L., “Reliability-Based Design Optimization for Crashworthiness of Vehicle Side Impact”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 26, No. 3-4 (2004), pp. 272-283.
- (11) 小木曾 望, 平野佑享, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 関 勝載, “複数の性能に関する信頼性を考慮したフレーム構造のトポロジー最適設計への SLSV 法の適用と収束特性の改善”, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 75, No. 751 (2009), pp. 719-726.
- (12) 平野佑享, 山田崇恭, 小木曾 望, 西脇眞二, “レベルセット法による形状表現を用いた信頼性に基づくトポロジー最適化”, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 75, No. 758 (2009), pp. 2633-2641.
- (13) Yang, R. J. and Gu, L., “Experience with Approximate Reliability-Based Optimization Methods”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 26, No. 1/2 (2004), pp. 152-159.
- (14) Yang, R. J. and Gu, L., “Experience with Approximate Reliability-Based Optimization Methods, II: An Exhaust System Problem”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 29, No. 6 (2005), pp. 488-497.
- (15) Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., and Meyarivan, T., “A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2 (2002), pp. 182-197.
- (16) Reyes-Sierra, M. and Coello Coello, C. A., “Multi-Objective Particle Swarm Optimizers: A Survey of the State-of-the-Art”, *International Journal of Computational Intelligence Research*, Vol. 2, No. 3 (2006), pp. 287-308.
- (17) Deb, K., Padmanabhan, D., Gupta, S., and Mall, A. K., “Reliability-Based Optimization Using Evolutionary Algorithms”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 13, No. 5 (2009), pp. 1054-1074.
- (18) Sinha, K., “Reliability-based Multiobjective Optimization for Automotive Crashworthiness and Occupant Safety”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 33 (2007), pp. 255-268.

- (19) Li, F., Luo, Z., and Sun, G., “Reliability-Based Multiobjective Design Optimization under Interval Uncertainty”, *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 74, No. 1 (2011), pp. 39-64.
- (20) Rangavajhala, S., and Mahadevan, S., “Joint Probability Formulation for Multiobjective Optimization Under Uncertainty”, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 133 (2011), 051007, pp. 1-11.
- (21) 小木曾 望, 川治翔一郎, 小原正宜, 石亀篤司, 佐藤恵一, “多目的 PSO と制約条件の感度解析を統合した制約あり多目的最適設計問題の解法”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 785 (2012), pp. 201-213.
- (22) 石亀篤司, 安田恵一郎, “群れの知能: Particle Swarm Optimization”, 日本知能情報フuzzy学会誌, Vol. 20, No. 6 (2008), pp. 829-839.
- (23) Knowles, J. D., and Corne, D. W., “Approximating the Nondominated Front Using Pareto Archived Evolution Strategy”, *Evolutionary Computation*, Vol. 8, No. 2 (2000), pp.149-172
- (24) Mostaghim, S., and Teich, J., “Strategies for Finding Good Local Guides in Multi-Objective Particle Swarm Optimization”, *Proceedings on IEEE Swarm Intelligence Symposium* (2003), pp. 26-33.
- (25) Liang, J., Mourelatos, Z. P., and Tu, J., “A Single-Loop Method for Reliability-Based Design Optimization”, *ASME 2004 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, ASME DETC 2004-57255 (2004)