大阪公立大学 Osaka Metropolitan University 学術情報リポジトリ

コスト・ビヘイビアの分析技法

メタデータ	言語: jpn
	出版者:
	公開日: 2019-10-08
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: 加登, 豊
	メールアドレス:
	所属:
URL	https://doi.org/10.24729/00016606

ISSN 0473—4661

大阪府立大学経済研究叢書　第52冊

コスト・ビヘイビア
の分析技法

加　登　　豊　著

大阪府立大学経済学部

大阪府立大学経済研究叢書　第52冊

コスト・ビヘイビア
の分析技法

加　登　豊　著

大阪府立大学経済学部

はしがき

本書は管理会計および原価計算において基礎となるコスト・ビヘイビアの把握にかかわる基本的諸問題を検討したものである。

ところで，未熟な筆者が本書の校正を終えるまでに数多くの方々の御支援を得ている。紙面をかりて謝意を表わしたい。

恩師神戸大学経営学部教授溝口一雄先生からは，学部在学時代から大学院を経て今日に致たるまで御指導を賜っている。今後とも研鑽を積み，研究成果を上げることが先生の御指導御鞭韃に報いる方途であると考えている。

溝口先生を中心とする管理会計研究会の諸先生方からは日頃，きわめて高水準の研究発表を拝聴させていただく機会を持たせていただくとともに，筆者のとらえどころのない発表に対して，有意義な助言と糧になる論評をいただいている。本書の大部分は本研究会での発表を基礎としている。とりわけ，神戸大学経営学部教授小林哲夫先生ならびに同学助教授谷武幸先生の両先生から御指摘していただいた諸事項に対して検討を行なった結果が本書に結実しているといっても過言ではない。いたらぬ箇所が随所に散見されるとは思うが，これらはいずれも筆者の浅学に起因するものである。さらなる努力を重ねたい。

本学管理会計講座助教授門田安弘先生には，常日頃から学究生活の何たるかを，先生の真摯な研究姿勢から学ばせていただいている。また本書に，先生との共同論文を骨子とする第5章を掲載することを快諾していただいたばかりでなく，原稿を仔細に御検討いただき，有意義な助言を賜わった。今後ともの御指導を心から厚く御願い申し上げる次第である。

本学計量経済学講座教授今川正先生からは本書の統計学に関する記述について御検討していただき，筆者の誤まりを事前に指摘していただいた。感謝申し上げます.

さらに，本書を大阪府立大学経済学部研究叢書の一冊として加えていただく

にあたって審査の労をおとりくださった市橋英世教授をはじめ本学経済学部諸先生の御厚情と激励に感謝申し上げる次第である。また本学若手研究者で構成する研究会 INTERDISCIPLINARY WORKSHOP において，管理会計における学際的アプローチのあり方について考える機会を持ちうることは筆者のよろこびである。今後の研究会発展を研究会の一員として強く希望している。

神戸大学大学院在籍時の同輩である小倉昇，浅田孝幸，中田範夫の3君には，公私ともに親しくしてもらっているばかりでなく，学究上は筆者のよきライバルでもある。本書が成るに致たるまでに前記の研究会などをつうじて数多くいただいたコメントによって筆者の独断はかなり緩和されている。今後ともの御親交を御願い申し上げる次第である。

最後に，このようなすばらしい研究環境を与えて下さっている方々に再度御礼申し上げるとともに，筆者に研究者となる基盤を与えてくれ，今後の研究生活を緩かく見守ってくれるであろう両親と，原稿作成中筆者のわがままを聞きとどけてくれた妻章子に感謝する。

昭和55年　早春　　　　研究室にて

加登　豊

目　　次

本章の構成 …… 1

第1章　コスト・ビヘイビア分析の視点 …… 5
— 変動予算と直接原価計算の関係を通じて —

序 …… 5

第1節　直接原価計算の機能と原価計算機構 …… 6

第2節　変動予算の機能と原価計算機構 …… 9

2.1　変動予算の原価管理機能 …… 9

2.2　操業度測定単位の選択と複数の原価作用因 …… 12

第3節　変動予算と直接原価計算の関係 …… 23

3.1　変動予算と直接原価計算の共通点 …… 23

3.2　変動予算と直接原価計算の関係 …… 25

3.2.1　基礎的原価集計システムを経常的原価計算システムとする場合 …… 25

3.2.2　全部原価計算システムを経常的原価計算システムとする場合 …… 27

3.2.3　直接原価計算システムを経常的原価計算システムとする場合 …… 29

結　び …… 30

第2章　コスト・ビヘイビア分析技法の検討(I)
— 伝統的分析技法 — …… 33

第1節　概説 …… 33

第2節　コスト・ビヘイビア分析の準備作業 …… 35

2.1　観測値における偏向の存在の検討 …… 36

2.2　観測値の同質性の検討 …… 38

2.3　独立変数の選択 …… 39

2.4　図表へのプロット …… 40

第3節　インダストリアル・エンジニアリング法 …… 41

第4節　勘定科目別検討法 …… 43

第5節　最高最低法 …… 47

第6節　目視法……52
結　び……53

第3章　コスト・ビヘイビア分析技法の検討(Ⅱ)
— 単純回帰分析 —……57

序……57
第1節　回帰分析の長所……58
第2節　単純回帰モデル……61
第3節　推定回帰線のあてはまり具合の測定（決定係数）……67
第4節　回帰の標準偏差……70
第5節　回帰分析の諸仮定とその会計的観点からの検討……73
第6節　分散共分散マトリクスの利用と信頼区間の公式……81
第7節　分散分析と F 検定……85
第8節　回帰分析のコンピュータプログラム……87
結　び……88

第4章　コスト・ビヘイビア分析技法の検討(Ⅲ)
— 重回帰分析 —……92

第1節　重回帰モデル……92
第2節　重回帰分析の実施にともなう諸問題(a)……93
2.1　原価記録のタイムスパン……94
2.2　観測値数……95
2.3　観測値の範囲……95
2.4　原価作用因の特定化……96
2.5　上記要件が原価計算システムに与える影響……97
第3節　重回帰分析の実施にともなう諸問題(b)……100
3.1　測定の誤差……100
3.2　独立変数間の相関……101
3.3　撹乱項の分布に関する諸仮定……109
第4節　回帰式の関数形……111
結びにかえて……114

第5章　原価計算システムにおけるコスト・ビヘイビアの把握……121

序……121
第1節　構造行列原価計算モデルの概要……121
第2節　回帰分析による原単位の確定……124
2.1　連立方程式モデルとしての構造行列原価計算モデル……124

2.2　間接最小自乗法の適用 …… 126
2.3　二段階最小自乗法 …… 129
2.4　逐次最小自乗法の適用 …… 132
第3節　LPによる配合決定（原単位確定）と差異分析 …… 134
3.1　配合の意図的変更 …… 134
3.2　ウルク＝ヒルマンのモデル …… 136
3.3　モデルの解の解釈 …… 138
第4節　配合上の適応と差異分析 …… 140
結　び …… 145

第6章　コスト・ビヘイビアと習熟曲線 …… 149

序 …… 149
第1節　習熟曲線の概念 …… 150
第2節　習熟曲線概念の一般化をはかるうえでの諸問題 …… 152
概　説 …… 153
2.1　習熟効果発生原因の究明 …… 155
2.2　習熟効果の費目別分析 …… 156
2.3　機械集約的産業における習熟曲線の利用 …… 158
2.4　習熟効果の持続期間 …… 160
第3節　習熟曲線モデル …… 164
3.1　習熟曲線モデルの概要 …… 165
3.2　習熟曲線モデルと回帰分析 …… 170
第4節　習熟曲線モデルの利用 …… 175
4.1　自製・購入意思決定 …… 177
4.2　作業環境整備のための投資意思決定 …… 179
4.3　習熟曲線と標準原価 …… 182
4.4　予算編成 …… 186

補章　回帰分析のBASICプログラム …… 196

本書の構成

本書は，管理会計で使用されるさまざまな経営管理技法が円滑に作動するために明確になされていなければならないコスト・ビヘイビア（原価の変動態様）を分析する技法についての研究である。原価はその利用目的によって多様な分類がなされるが，そのうちでも操業度との関連での固定費・変動費区分は特に重要である。直接原価計算，変動予算，および損益分岐点分析では原価の固定費・変動費区分はそれらの計算機構の中枢をなすものである。しかるに，操業度基準によるコスト・ビヘイビアの分析は容易ではなく，固定費・変動費の区分も原価本来のビヘイビアを正しく反映せずになされる場合が少なくない。上述した経営管理諸技法がいかにすぐれたものであるにしても，それらの基盤となる原価の本来のビヘイビアの分析が十分になされていなければそれらは，「砂上の楼閣」でしかありえない。このような意味で，コスト・ビヘイビア分析は管理会計における重要な研究課題なのである。

さて，コスト・ビヘイビアの分析を行なうにあたってはいくつかの方法が存在する。本書ではそれらを逐一検討し，それぞれがコスト・ビヘイビアを明確に把握するために十分な能力を具備しているかどうかを考察する。考察の過程では，分析の結果明らかになるコスト・ビヘイビアを認識した上で，これらの知識が従来とられてきた会計手続にどのようなインパクトを与えるかをできうる限り説明するようこころがけた。コスト・ビヘイビアの把握を種々の技法によって行なうことと，これにもとづいた経営技法に対して検討を行なうことを本書では「コスト・ビヘイビア分析」と総称することにしたい。以下では各章の内容を要約的にしめすことによって，本書の構成を説明したい。

第１章では，ともに経営活動の計画と統制のために有効に機能するといわれる変動予算と直接原価計算の関係を検討した。経営管理諸技法が相互にいかに関連するのかを明らかにすることにより，会計における計画と統制の機能がどのような形で発揮されるべきなのかという問題を解く手がかりが得られると考えたのである。考察の過程で両者とも操業度を基準とした原価分解を行なうと

いう共通点があることがしめされた。そこで，これを根拠として，操業度を基準とするコスト・ビヘイビア分析を基礎として，固定費・変動費に区分された原価数値を利用する機構を両者は共有するのではないかという問題提起を行なった。この問題提起に基づいて両者の関係を3種類の状況で検討したが，コスト・ビヘイビア分析自体の不完全さがネックとなって，両者はそれぞれの目的を達成することを目指し，別個に機能する経営管理技法であるという結論しか導き出すことができなかったのである。ここでわれわれの行なった問題提起は変動予算と直接原価計算だけに限らず，コスト・ビヘイビアをいかにして把握すべきなのかという根本問題から出発しているという意味で重要である。したがって本章は筆者が本書における研究を始めるにいたった動機を説明するものであるといえる。

第2章，第3章および第4章ではコスト・ビヘイビアの分析技法を詳細に検討している。この3つの章での分析に関して特徴といえるのは以下の2点である。

まず第一にコスト・ビヘイビアの分析技法を固定費・変動費の区分に基礎をおくものと，そうでないものとに区分して考察を行なっていることである。第2章でとりあげる技法のうちインダストリアル・エンジニアリング法をのぞいた他のものはコスト・ビヘイビアに関する分析結果に重点を置かない，どちらかといえば経営管理技法をとりあえず作動させることに重点をおいて原価を区分する方法なのである。他方，第3章および第4章で説明を加える回帰分析はできうる限り忠実にコスト・ビヘイビアを把握することに重点がある。このような意味からは第2章でとりあげる過去の観測データを使用する諸技法はコスト・ビヘイビア分析技法とは呼ばずに原価分解技法と呼称するのが適切であったかもしれない。

第二に類書にない特徴として強調できる点は，コスト・ビヘイビア分析を行なうにあたって原価ならびに経営活動量の記録がいかになされるべきであるかについて原価計算手続との関係を十分に留意して検討したことである。コスト・ビヘイビア分析を詳細に行なうことの意義は，コスト・ビヘイビアが明確

に把握されれば，それに基づいて行なう経営意思決定は従来の計算手続からえられる数値をもとにして実行される意思決定よりも，それらの結果において誤まりが少ないだろうという仮説が成立する場合に認められるものである。この仮説の立証は将来の課題であるが，少なくともコスト・ビヘイビア分析が円滑に実施できるように，分析に使用されるデータが具備していなければならない諸要件を検討しておくことは重要であると思われる。

さて，第2章では会計において伝統的に使用されてきたコスト・ビヘイビア分析技法，第3章では単純回帰分析，そして第4章では重回帰分析についてそれぞれ概説を行なっている。第3章では回帰分析についてその計算手続を冗慢なほど説明しているが，これは回帰分析が会計においてそれほどなじみのない分析技法であることと，回帰分析に関する諸仮定が会計の観点からみていかなる意味を持つのかを説明したいという意図があるためである。第3章および第4章では，分析されるデータの具備すべき要件を第2章での議論をふまえて検討している。

第4章でとりあげた重回帰分析について注意を要するのは，これが複数の変数でコスト・ビヘイビアを分析することに関するものである。第3章まででは，操業度を基準としてコスト・ビヘイビア分析を行なうこと自体に関連する問題については，ことさら言及せずに説明を行なってきている。しかるに重回帰分析の場合には，操業度をあらわす変数以外のものが原価の説明変数に入ってくるのである。重回帰分析を原価計算システムと連動させることを考えた場合には，重回帰分析の結果としてえられる回帰方程式は複数の変数で原価の動きをしめすものであるから，操業度という単一基準で固定費・変動費に区分された原価数値を利用する既存の経営管理諸技法に重回帰分析が与える影響は多大であると思われる。この研究は非常に興味深く，筆者の今後の課題の1つである。しかし上記の点については問題を指摘するのみで，本書では重回帰分析もまた，操業度基準にもとづくコスト・ビヘイビアの分析方法であるとの理解のもとで論述を行なっている。

第5章および第6章では回帰分析の会計問題への適用について，コスト・ビ

ヘイビアの問題に限定せず，やや深化させた議論を展開している。第5章では回帰分析は，どのような形で原価計算システムで使用されるのかを，構造行列原価計算システムの係数行列の確定に回帰分析を適用する状況について説明している。第5章第3節では係数行列の確定にLPを使用する場合について検討した。本節は本書の全体の流れとは直接的な関連はないが，原価計算システムと経営管理技法を連動させる試みの1つとして，第1章での問題意識と無関連ではない。

最終章，第6章では直接労務費を主とする習熟効果のある原価費目のビヘイビアについて言及した。習熟現象がコスト・ビヘイビアに与える影響は少なくない。しかるに従来会計において積極的に習熟現象およびそれを測定する手段である習熟曲線についての検討はほとんどなされてこなかった。会計の分野における習熟曲線に関する論述としては，本章がわが国ではもっとも総合的なものであろう。習熟曲線の確定にあたっては回帰分析が使用される。習熟曲線が誤用されたり，特定の産業部門にその利用が限定されてきている理由の1つに回帰分析の手続に関して十分な知識が欠如していたことが指摘できる。第3章および第4章の内容は習熟曲線の一般化あるいは普及のために助けとなるであろう。なお習熟曲線モデルの利用の項では，他の文献でかなりの程度検討がなされているものについてはこれらを除外し，検討が十分でないと思われる分野について，主に筆者の見解を中心に論じている。

第1章　コスト・ビヘイビア分析の視点
――変動予算と直接原価計算の関係を通じて――

序

経営管理に有効とされている各種の技法には，それぞれの有用性をもっともよく発揮する適用領域があり，その目指す目的も多様である。このことを各目的ごとに用いられる会計数値，特に原価数値に関していえば，「異なる目的には異なる原価を」という言葉で表現されるように，目的に応じた特定の会計数値を導出する計算機構が必要である。したがって，この主張を極端にすれば，経営目的の数だけそれを達成する計算機構が必要になるということになる。

一方，現在のところ存在する経営管理諸技法は，企業内でなされる一環した経常的な計算手続――原価については原価計算手続――から獲得されうる数値をその基礎データとして使用するものが多い。また，種々の新たな技法にしても，現在のところこれら経常的計算手続からえられるデータなしには，つまりこれらから独立して考えることはできないのである。このように，各種の経営管理目的を達成するために管理諸技法に共通した計算システムを構築するというアプローチも興味深い。この意味で原価計算システムは原価情報を用いた計画および統制活動を円滑に遂行することを意図して設計されるべきである。この立場は，情報の経済性という観点からみても望ましいことはいうまでもない。

そこで本章では，上記の２つの異なる観点からの主張に含まれる問題点を特に後者のアプローチがすぐれているという観点から変動予算と直接原価計算で用いられる原価数値の性質に特に注目し，両者の関係を考察することを通じて検討してみたいと思う。なお，変動予算と直接原価計算については，論者によってその理解の仕方に相当異なる点があるが，ここでは，一般に理解されているところのものを基礎として議論を展開する。

第1節 直接原価計算の機能と原価計算機構

変動予算と直接原価計算の関係を明らかにするために，まず本節および次節で両者の有用性が発揮される機能ないし利用目的をしめし，それぞれの有用性を保証する原価計算機構の備えるべき要件をのべることにする。

さて，直接原価計算は，つぎのような特徴をもつ計算システムであるといえる。

(1) 操業度測定単位に生産量（あるいは販売量）を選択した上で，その変動に対して比例的に変動する原価を直接原価（direct costs）とし，定められた期間では操業度の変動にかかわらず一定額発生する原価を期間原価（period costs）として完全に区分する。

(2) 直接原価のみで製品原価を算定し，これをもって棚卸資産価額とする。

(3) 期間原価は，その構成要素それぞれについて管理可能な位置にある責任中心点で管理するとともに，その総額でもって期間の発生収益に対応せしめる。

(4) 制度として経常的に行なう。

このような特徴をもつ直接原価計算は，特に，会計制度として経常的に行なうという点に注目して，その財務会計機能について議論を展開する必要もあるが，本章はこのような観点には直接的関係をもたないので考察の対象から除外することにする。[(1)] とはいえ，制度面への積極的解釈を行なわないというだけで，以後展開する考察においては原価計算の制度的枠組みを完全にとりはずすのではなく，それを保証する範囲で一環した計算システムの基礎にある問題，つまりコスト・ビヘイビアをいかに明確に把握するか，という点に焦点をあわせて議論を展開することにする。

さて，直接原価計算思考の起点となったのは，従来の原価計算（全部原価計

（1） 直接原価計算の財務会計機能に関しては，たとえば以下の文献を参照されたい。青木［15］，伊藤［17］，小林［19］，溝口［22］，溝口［23］，岡本［24］，桜井［25］，および津曲［26］。

算）が提供しえなかったCVP関係（原価―操業度―利益の相互関係）を明瞭にしめそうとした点，つまり，企業の利益構造を明瞭にし，企業の行なう意思決定に有用な情報を提供することであったことを十分に認識する必要がある。(2)直接原価計算がCVP関係を明確にしめすということは，直接原価計算と総合的利益計画の間に有機的結合関係があるというように言いかえることができる。また，期間原価がさらにセグメントごとに把握されるなら，セグメント別の利益計画の設定を行なう場合にも有用な情報を提供する。このような点からみて，直接原価計算システムに基本的に組込まれている機能の1つは利益管理機能であるといえる。

一方，直接原価計算は1つの原価計算方式であるということから，標準原価計算として行なわれる場合（直接標準原価計算あるいは標準直接原価計算をいう）には，特に原価管理機能を発揮するものとされている。(3)直接標準原価計算では原価要素をまず直接原価と期間原価とに区分したのち，直接原価要素については一定の操業度測定単位（measure of activity）―この場合には，生産量（または販売量）あるいは製品単位数―にあとづけて標準額が設定され，これと実際原価発生額との対比を行ない，差異分析の手法を用いて原価の発生額をコントロールするのである。しかしながら，直接原価計算のもつ諸機能のうち原価管理機能にかかわる議論は従来ではそれほど見うけられず，利益管理機能と比較すれば，従来どちらかというと従属的な取扱いがなされてきたものである。

以上のべた直接原価計算の諸機能は，それが主導的なものであれ，従属的なものであれ，それぞれが円滑に遂行されるための基本的前提条件とはいったい何であろうか。それらの要件のうちもっとも重要だと思われるものの1つに，原価を製品単位に直接的に結びついて発生する直接原価と定められた期間製品

（2）　直接原価計算思考の起点となった記述とされている Harris［5］の論文も，利益管理への有用性に強調点をおいている。

（3）　直接標準原価計算については特に以下の文献が参考になる。
久保田［11］

単位数とは無関連に発生する期間原価に明確に分類することがある。[(4)] つまり，直接原価のビベイビアをもつ原価費目と期間原価としてのビベイビアをしめす費目に原価が明瞭に区分されることである。ところで，直接原価計算の主導的役割と考えられる利益管理機能に焦点をあわせた場合にでも，上記のように操業度との関連で原価を固定費と変動費とに区分する原価分解をふまえて，さらに目的に応じた原価分解を行なう必要がある。直接原価計算をセグメント別利益計画に結びつけるためには，期間原価はさらにセグメントへの帰属可能性を考慮して細分される必要がある。目標価格を算定するのに直接原価計算を使用する場合にも，固定費の段階的回収が意図されているので，固定費は回収時期についての優先順位別に区分しなければならない。さらに，意思決定問題に対する直接原価計算の役割を考える場合にも，キャパシティの保有によって発生する原価要素で固定費の別称であるキャパシティ・コストを，経営管理者に自由裁量権のあるマネジド・キャパシティ・コストと，企業方針により決定し長期的な意思決定にのみ関連するコミッティド・キャパシティ・コストに区分する必要がある。さらに必要に応じて特殊原価概念をオーバーラップさせることも考えねばならない。また，直接原価に注目した場合には，そのビヘイビアを単一の操業度測定単位だけで明らかにできるかどうかについてさらに検討する必要があるだろう。このように，直接原価計算は原価を操業度，より正確にはそれを表わす1つの指標としての操業度測定単位との関連でみて，そのビヘイビアから直接原価と期間原価とに区分した上で，特に期間原価はセグメントに対する帰属可能性や，各管理者の裁量権のおよぶ範囲などさまざまな判断基準にもとづいて区分して把握し，それら区分された数値を経営管理を行なう上で利用することを意図するものである。つまり，直接原価計算をその利用目的別に考察しようとするならば，まず操業度に対するコスト・ビヘイビアを把握した上で，それを前提として計算目的に応じた原価区分を行なう必要がある。

（4）　原価発生源泉に注目して，直接原価を製造・販売・一般管理など経営活動自体と直接的な関係をもつ原価，期間原価を経営活動を実行するための経営準備の原価と理解することもできるが，本章では上記本文中でのべた概念を適用する。

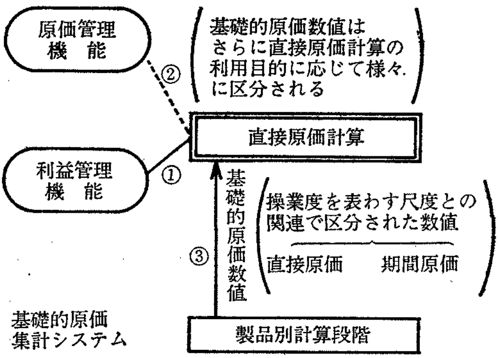


図1　直接原価計算の機能と原価分解

以上でのべたことを要約すれば，図1のようになる。この図で，①の実線は利益管理のために直接原価計算が非常に有用な経営管理技法であることをしめしており，②の点線は，直接原価計算の原価管理機能がその利益管理機能と比較すれば従属的であることを意味している。なお，ここでいう，原価管理機能とは，直接原価計算の基礎となる製品単位数量との関連における直接原価，期間原価の区分が原価管理に際して有用となることを意味している。そして，直接原価計算のもとで使用される原価数値は基礎的原価集計システム（この概念はのちに明らかにされる。現実に存在する種々の原価計算システムもわれわれからみて数多くの問題を内包するものの，ここでいう基礎的原価集計システムの一つの現象形態である。）の最終段階である製品別計算段階で獲得される直接原価と期間原価に区分済の原価数値であることが実線③であらわされている。

第2節　変動予算の機能と原価計算機構

2-1　変動予算の原価管理機能

変動予算は固定予算の欠陥を補うものとして生成発展してきたものである。企業予算としての予算を考える場合，それはたんに原価の支出の限度額をしめす一覧表としての役割を果たすだけでなく，さらに積極的に企業の行なう諸活動の計画ならびに統制に役立ちうるものでなければならない。しかしながら，固定予算のもとでは，予定操業度あるいは計画操業度が実際操業度と一致しな

い限り，事後の業績評価ないし是正措置と有機的な結合関係をもつようには予算数値と実績値の比較差異分析を有効に行なうことができない。つまり，固定予算のもとでは，実際発生額と予算とを比較してえられる差異数値はたんに予算の達成度合しかしめすことができないのであり，当該部門の原価能率をも測定するには，実際操業度は予算操業度あるいは計画操業度と一致するという前提条件が必要なのである。しかし，実際操業度が予算操業度と一致する状況はそれほどあるものではない。つまり，予算自体に実際操業度に対する予算許容額を算出する計算機構がなければ，本当の意味での原価能率測定を行なうことができない。変動予算は一般に，予算目標の達成度合の測定と，上記のような意味で，本来的には標準原価差異分析によって行なわれるといわれる原価能率の測定の両方を同時になしうる経営管理技法であると理解されている。

ところで，変動予算の特徴については，つぎのような主張もなされている。すなわち，

「変動予算に標準原価計算の手法が取り入れられたことにより，予算制度が近代化された(5)」

と。

このことは，変動予算による原価管理は，予算による原価管理と標準原価計算による原価管理との交錯領域にあって，その両者を包含するものであることを意味している。というのは，製品への帰属性の観点から直接費と間接費とに原価を分類する場合，直接費の管理には標準原価計算的なアプローチが，間接費の管理には予算の視点が強く影響を与えるのである。とはいえ，変動予算による差異分析を行なう際に使用される製造間接費予算許容額の算定手続は，その実体はさておいても，標準原価計算における標準直接材料費，標準直接労務費のそれと同様である。このことは，変動予算が標準原価計算手続の強い影響をうけていることをしめすものである。もっとも原価の管理思考，つまり規範値と実績値の比較対照を通じて原価に関するコントロールを行なうという思考方法，という観点から変動予算をみれば，標準原価との相違はそれほどあるもの

（5） 吉田［27］p. 41.

とは思えない。そこで，「直接費の管理は標準原価にゆだねられる」という主張がなされるのである。このことは，変動予算を議論の中心に置く場合には，変動予算は標準原価思考による原価管理をも行なうものであるという積極的な解釈となる。(6)

上記のように，変動予算は標準原価計算と原価管理機能をめぐってかなり強い結合関係をもつことと，その歴史的な生成・発展の経緯(7)とからも，その主導的機能が原価管理機能にあるということができる。これを図2では④の実線であらわしている。製造間接費を例にとれば，変動予算差異分析の結果として獲得される原価差異数値は周知のように，一般的には予算差異，能率差異，操業度差異に三分され，それぞれについての検討が行なわれ，事後の業績評価および是正措置の実施へと導びかれる。このような差異分析は，のちにのべるように原価数値自体に解決しなければならない問題があることに注意する必要がある。しかし原価数値に信頼性があると考えられる状況においては，変動予算は原価管理のためには非常に強力な技法となりうるのである。(8)

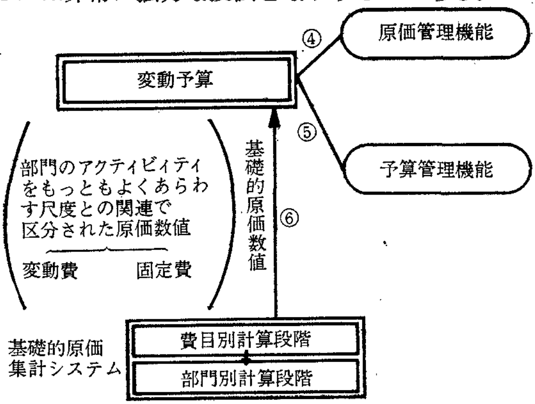


図2　変動予算の機能と原価分解

（6）　このような意味からも，原価管理を目的として変動予算の適用を考えるときには，その考察を製造間接費に限定せず直接費項目をも含めたすべての原価項目を対象としなければならない。Horngren［7］p. 228 を参照せよ。

（7）　変動予算の歴史的生成発展については肱黒［16］に詳しい。

（8）　変動予算差異分析についての詳細な検討は加登［18］で行なっている。

一方，変動予算の果たす予算管理機能（これは利益管理の一端をになうものである）は，その原価管理機能と同様に重要な機能の1つである。（図2の実線⑤をみよ。）
変動予算は，事前の計画段階で各部門管理者に対して操業度変動を考慮に入れた弾力的な活動目標，つまり原価達成目標としての予算原価許容額を提供することが可能である。また，変動予算の作成に各部門管理者を参画させることによって，動機づけ効果をもつ業績評価基準が獲得できる。このようにして設定された変動予算を使用すれば，円滑な原価管理活動が実施できるものと期待できる。このように変動予算は，部門管理者の行なう原価管理を含む諸活動を，みずからが参画して作成した変動予算による弾力的予算許容額に基づいてコントロールする，という予算管理の一つの機能を果たしうる計算機構を備えている。

2-2　操業度測定単位の選択と複数の原価作用因

前節でのべた変動予算の諸機能を十分に発揮させるためには，直接原価計算の項でのべたように，コスト・ビヘイビアの把握をどのように行なうかが基本的でかつもっとも重要な問題である。さて，変動予算は，操業度変動に応じた弾力的予算許容額を算定することから出発して，その原価管理機能ならびに予算管理機能を発揮することが期待される経営管理技法である。そこで変動予算で用いられる原価はまず，操業度変動にともなって比例的に変動する変動費，予算期間中は操業度変動にかかわらず一定額が発生する固定費，およびその中間形態たる準変動費とに分解されなければならない。

変動予算におけるコスト・ビヘイビアの把握については，直接原価計算における場合とは違った意味でかなりの困難が存在する。なぜなら，変動予算は原価管理と深い関係をもつため，基本的には個々の原価項目を原価中心点で管理することに主眼が存するのである。そのため原価を部門ごとに何らかの基準に基づいて変動費と固定費に区分する必要が生じるのである。もう1つの問題は，操業度測定単位に何を選択するかということである。これは直接原価計算の場合にはそれほど問題とはならない。この原価分解の基準の選択が各種管理技法

の有用性を決定するといってもよい。操業度測定単位には，すぐ以下で説明するような各種の要件を備えたものを選択しなければならない。したがって，直接原価計算と変動予算における原価分解の基準に関しては，それらを同一レベルで検討することはできないのである。操業度とは所与の生産能力に対する1期間の技術的な利用水準ないし活動水準を意味するが，原価の発生をこの操業度にあとづけて把握しようとする場合には，適切な操業度測定単位を選択するという問題が生まれてくる。直接原価計算のもとで原価を直接原価と期間原価に区分する基準となる操業度測定単位は製品単位数であった。ところが，変動予算のもとで選択される操業度測定単位は，変動予算が原価発生場所である各部門での原価管理に大きな役割が期待されている，ということを十分に考慮して決定されなければならない。

それでは，操業度測定単位の選択にあたって考慮しなければならないという要件(9)とはいかなるものであろうか。その要件を列挙すれば，つぎの4つになるが，以下ではそのそれぞれについて検討を加えることにしよう。

(1)　操業度測定単位は，原価を変動せしめる原因となる経営活動の変動を測定するものでなければならない。
(2)　選択される操業度測定単位は，操業度以外の原価作用因によって原価が影響を受けにくいものでなければならない。
(3)　操業度測定単位は，単純でかつ容易に理解できるものでなければならない。
(4)　操業度測定単位は，よけいな事務費を使わないで求めることのできるものでなければならない。

(1)の要件についてはまず，原価測定の対象となる経営活動は具体的には何で

(9)　NACA [10] pp. 1226-1227. 同訳書 pp. 20-22。なお，操業度測定単位の選択基準について同様の記述が Horngren [7] pp. 221-222, Shillinglaw [12] pp. 229-230, および Welsch [14] p. 313 にもある。

あるかを明確に把握しなければならない。直接原価計算の場合には，その対象となる経営活動とは全般的な製造活動を意味することから，操業度測定単位には生産量（あるいは販売量）という製品単位数に関連する指標が使用される。一方，変動予算については，その設定される部門の経営活動をもっともよく反映するものを選択しなければならない。したがってこの場合には，操業度測定単位と一定の操業状態のもとで許容される原価額との間にそれらの趨勢について密接な相互関係が存在することが要求されるのである。変動予算が製造部門あるいは製造工程のそれぞれに対して設定されるのであれば，直接作業時間，機械運転時間，直接労務費などが操業度測定単位として候補となりうるだろうし，補助部門については用役生産量あるいは製造部門への用役供給量が，製造部門全般に対しては生産数量，売上高などが検討されなければならない。さらに販売費・一般管理費に対して変動予算を設定することを考えるならば，やはり当該活動がもっとも密接な関係をもつ製造活動をあらわす操業度測定単位を選択する必要がある。(10)

さて，上記のような各種の操業度測定単位のうちから変動予算の設定対象の経営活動をもっともよく反映し，変動予算が実効をあげるためにもっともふさわしいものを選択するための1つの基準となるのは相関分析の結果である。

相関分析によってわれわれは，原価ともっとも密接な関係をもつ操業度測定単位を選択することができる。以下では Koehler and Neyhart の論述(11)にしたがって説明を行なうことにする。

R社は工業用の液体化学洗浄薬1品のみを製造していて，過去の予算期間では50ガロンから200ガロンの間で操業を行なっている。ここで考察する注入部門では，検査部門から容器に未注入の状態で製品をうけとり，これを適当なサイズのアルミニウム製のドラム容器に注入する。そしてそれをコンベアにのせて運送部門に送る。当該部門で発生する労務費は，活動水準にかかわらず一定

(10)　上記の各々の操業度測定単位のもつ特質については肱黒［16］pp. 101–107 をみよ。

(11)　Koehler and Neyhart［8］.

数の作業員が，作業に従事していなければならない。この費目はその態様から間接労務費に分類さるべきものである。この費目の発生は，容器数と注入量(ガロン)の両方に依存するものと思われる。労務費発生額，容器注入数，および注入量のデータは以下のとおりである。

R社注入部門の実績データ
(1978年11月～1979年10月)

月	労務費発生額	容器注入数	注入量
11	2,100ドル	413個	10,000ガロン
12	2,130	430	10,500
1	2,240	435	11,500
2	2,350	440	13,000
3	2,270	430	12,000
4	2,180	430	11,000
5	2,250	400	9,000
6	1,860	410	7,500
7	1,770	400	5,500
8	1,700	430	7,000
9	1,890	390	8,000
10	1,960	390	9,000
	24,700ドル	4,998個	114,000ガロン

R社は従来，当該部門の固定予算を作成するにあたって容器注入数を基準として使用してきた。一般に2つの変数 (x, y) の相関関係の度合を数量的に表わす相関係数 r は次式でもとめられる。

$$r=\frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{\{n\sum x^2-(\sum x)^2\}\{n\sum y^2-(\sum y)^2\}}}$$

上記の数値で原価発生額 (y) と容器注入数 (x) の相関係数は $r=0.48$ となる。$r=0.48$ という相関係数の値から実績データ原価と容器注入数の間に正の相関(ただし，それほど強い相関ではない) がみられることは明らかになったが，母集団についても同様の結論を導くことができるだろうか。このことは母集団での両変数の相関係数—母相関係数 ρ—が0 (つまり両変数間には関連はない) とした場合に，12組の実績データで $r=0.48$という観測がなされる可能性

があるかどうか，を検定してみれば明らかである。そのためには，

$$H_o : \rho=0$$

という帰無仮説の検定を行えばよい。

2つの変数の母集団がそれぞれ正規分布すると仮定すると，帰無仮説 H_o のもとで，r から計算される変量

$$t=\frac{r}{\sqrt{1-r^2}}\sqrt{r-2}$$

は自由度（$n-2$）の t 分布にしたがうことは明らかになっている。n は観測値数であるから，ここでの t 値は，

$$t=\frac{0.48}{\sqrt{1-0.48^2}}\sqrt{12-10}=1.7302$$

となる。

t 分布表から

$$pr\{|t|\geqq 1.372\}=0.10$$
$$pr\{|t|\geqq 1.812\}=0.05$$

であるから，有意水準10％では帰無仮設 H_o は棄却されるが，5％では棄却できない。この結果から，「原価と容器注入数の間には関連がありそうだ」とはいうことはできるが，両者の間に密接な関連があるとはただちに結論できない。一方，原価と注入量との間の相関係数は $r=0.921$ となる。一般に相関係数の絶対値が高い（1に近づく）ほど，両者の関係は密接で直線的であると考えられるから，この場合には容器注入数にかえて注入量の方を操業度測定基準として選択することが望ましい。なおこの場合の t 値は $t=7.49$ で5％で有意である。

以上のように相関分析によって操業度測定単位を選択することは，選択の際に原価と操業度測定単位の関連度合について管理者の判断が介入することを防止するという意味で有用な方法である。ただ相関分析の結果がすぐれた操業度測定単位であることがわかっても，次のような状況においては，当該操業度測定単位の妥当性を今一度検討してみるべきである。それはこれらの状況は以下にしめすように，観測値がすべて過去の実績データであることに起因するため

である。

1　データの集計および表示方法が不適切である場合。

2　最良（上記の意味で……筆者注）の操業度測定単位と原価との間の不安定な関係による原価管理の欠如。

3　たった2つの観測値にもとづく係数（観測値数が少ない場合に相関係数の信頼性に疑問のあることをいう……筆者注）

4　効率的な機械設備の購入などによって作業状況が，原価と操業度測定基準の関係を変化させる場合。[12]

経営管理技法の円滑な作動をはかるため，コスト・ビヘイビアを操業度測定単位との関連で明らかにしようとする場合には，適切な操業度測定単位が選択されていなければ，いかにすぐれた原価推定方法が採用されていても，算定される予算許容額はその本来の役割を果たしうるとはいえない。したがってコスト・ビヘイビアが明確に把握されていなければ，事後の業績評価および是正措置を行なうための基礎資料を提供する変動予算差異分析も，その有効性を十分に発揮することはできないのである。ここで「適切な操業度測定単位」というのは，すでにしめした統計的手続の基準を通過したもののうちで，各種経営管理技法が果たすべき目的に適合的な測定単位を意味している。そこで例えば，変動予算の場合を考えるとつぎのように言うことができよう。変動予算がその設定される原価中心点であるところの各部門における原価管理に重点をおく場合，直接原価計算で使用される生産量というような総括的な操業度測定単位を変動予算においても同様に使用することは適切ではない。また，各費目のビヘイビアをよく表わす測定単位であっても，部門活動との関係が不明確なものも適切であるとはいえないのである。操業度測定単位の選択がコスト・ビヘイビアを把握するためには非常に重要であり，この選択を行なう基準を明確にしなければならないというわれわれの主張は，例えばつぎにしめす論述を基礎としているといってもよい。

---

(12)　*Ibid.*, p. 23.

「変動費目（準変動費をいう……筆者注）の変動態様を明らかにするのに適した操業度測定単位をどのように選択すべきかをのべた文献が欠落しているために，それが1つの原因となって，会計担当者は原価費目の固定費・変動費の区分あるいは準変動費項目の固定部分・変動部分の分解をためらったり，あやまった操業度測定単位の選択を行なったりしている。不正確な操業度測定単位を選択すると，たとえ最小自乗法やスキャッター・グラフ（散布図表）を用いても，不正確な結果しかえられなかったり，他の適切でない原価分解方法が用いられたりするのであろう(13)。」

第2の要件に関しては，一定期間の原価額に影響する操業度以外の原価作用因をまず認識し，それらと操業度測定単位との間に有意な関係が存在するかどうかを検討しなければならない。有意な関係がある場合には選択した操業度測定単位にあとづけてコスト・ビヘイビアを把握することは困難になる。したがって，ここでもまた操業度とその他原価作用因との関連度合を測定し，ひいては分析対象にもっともふさわしい操業度測定単位を選択する1つの根拠をあたえるのは，相関分析を通じてえられる結果なのである。

さて，操業度以外の原価作用因には，(1)工場設備の変更，(2)製品・使用材料・製造方法などの変更，(3)組織・人員・作業時間あるいは作業条件，および能率の変化，(4)原価要素に対して支払われる価格の変化，(5)原価に対する経営方針の変更，(6)原価発生と操業度との報告の間で生じるタイム・ラグ，(7)ストライキ・天候の激変等の異常事態などが考えられる(14)。このような操業度以外の攪乱要因の影響を部分的に排除するための努力は，かなりの程度なされている。たとえば，価格変動の要素を分析において回避するために，貨幣項目表示の操業度測定単位を使用しないとか，季節的変動の要因に対処するために，変動予算設定期間を短かくとるなどがそれにあたる。

ところで，一般に製造部門および補助部門に対して変動予算を設定する場合

(13)　Gynther [4] p. 30.

(14)　NACA [10] p. 1230.　同訳書 p. 26。

には，以下のような操業度測定単位が主として使用される。[(15)] このとき，すでにのべたように第1の要件ならびに第2の要件を満たし，当該部門の活動内容や発生する原価の構成割合などを考慮に入れたもっとも適当な操業度測定単位を選択しなければならない。

操業度測定単位

(1)　製造部門
　a 生産数量（単一製品が生産される場合）
　b 直接作業時間
　c 直接機械運転時間
　d 直接労務費
　e 原材料消費量
(2)　補助部門
　a 修繕維持部門——直接修繕時間
　b 動力部門——供給 Kwh
　c 購売部門——純購入額
　d 工場管理部門——工場における総直接作業時間または従業員数

以上のべたような手順を経て採択された操業度測定単位は続いて第3，第4の要件を満たす必要がある。単一の操業度測定単位にあとづけてコスト・ビヘイビアを把握することに有用性が認められる場合には特に，操業度測定単位の選択が問題となるのである。ただ先ほどのべたように，単一の操業度測定単位だけで部門で発生する原価の動きをすべて説明することはできない，いいかえれば，コスト・ビヘイビアを単一の操業度測定単位のもとに明らかにすることは，攪乱要因が数多く存在することを勘案すればおのずから限界が存在するのである。変動予算に関連づけていえば，単一の操業度測定単位にあとづけて算出される変動予算原価許容額に信頼性が付与できるかどうかはすべて，選択される操業度測定単位の良否に依存するのである。

そこで，以下にしめすような観点からのアプローチも当然考えられてよい。

(15)　Welsch [13] p. 172.

すなわち，コスト・ビヘイビアをできうるかぎり明瞭に写し出すことを第一義に考えるのであれば，コスト・ビヘイビアの把握に際しては，単一の操業度測定単位を媒介とすることに固執する必然性はないのである。コスト・ビヘイビアを，複数の原価作用因を同時に考慮して単一の操業度測定単位にあとづけて行なうよりも正確に把握できるのならば，その方がすぐれていると考えるのである。この場合には，過去の原価発生額の分析をふまえて，将来の複数の原価作用因の予測される動向を反映させて，未来原価発生額を推定することが可能になる。そうすれば，種々の意思決定活動に対して動態的な分析が行なえるようになり，原価数値の多面的かつ弾力的な適用の方途も開けてくるのである。ここでいう原価作用因は操業度ならびに操業度からみたときの攪乱要因となる作用因の両方をいうのであるから，それらの具体的な測定単位を「操業度測定単位」と呼ぶことはもはや適切な用語の使用法ではなくなるのである。上記のようなアプローチは，操業度測定単位についての第1の要件を拡張して適用するものであり，原価発生額と高い相関関係をしめし，かつ因果関係についてもある程度明らかな複数の原価作用因を同時に採択して，コスト・ビヘイビアをよりよく写像する回帰式（regression equation）を確定するのに重回帰分析（multiple regression analysis）を適用することを意味する[16]。重回帰分析を使用するコスト・ビヘイビアの分析は，複数の原価作用因と原価との関係を明らかにしようとするものであるから，勘定科目別検討法，最高最低法，スキャッター・グラフ法および単純回帰分析などの単一の独立変数（操業度）と従属変数（原価額）との関係を明らかにしようとするコスト・ビヘイビアの分析技法とは当然のことながら，先ほどのべたような意味で原価測定に対するアプローチの方法が出発点からして異なるものであることに注意しなければならない。これらのコスト・ビヘイビア分析技法は，単一の変数で原価の動きを把握することが可能である，あるいは単一の変数で原価の動きを説明することで十分，経営管理技法の基礎データを提供できるのであるという前提条件のもとで使用されるからである。重回帰分析によってもとめられた回帰式に信頼性が認

（16）　重回帰分析に関しては第4章で検討する。第4章末の文献を参照せよ。

められる場合には，前記の攪乱要因（原価作用因）のうち重要なものがほとんどが原価関数に組み込まれることからも，それらの変動にともなう影響を吸収して実際の状況に応じた原価額を算定することができるのである。なお，回帰分析（単純回帰分析および重回帰分析）は，西ドイツにおける構造行列に基づく原価計算モデル(17)では，係数行列の値を確定する際に使用される1つの方法であり，ダニエルソンの研究のアプローチ(18)とも分析視点において同一の基礎にたつものであることを指摘しておきたい。

第3と第4の要件については，その必要性をあらためて説明する必要はないと思われるが，一応，つぎのような問題があることを指摘しておこう。すなわち，従来，操業度測定単位の選定にあたっては，経済性の観点，理解の容易さ，計算の迅速性を要求するこれらの要件がかなり重視され，まずこれらの要件のふるいにかけられたものについては，ある程度第1，第2の要件を満たす操業度測定単位を採択する傾向があったことである。しかし，コスト・ビヘイビアをできうる限り正確に把握し，これに基づいて状況に応じたアクションをとることを考えているなら，第1，第2の要件を満たすものについてのみ第3，第4の要件を考慮すればよい。というのは，計算の経済性ならびに迅速性の問題はコンピュータ・サイエンスの急速な発展やソフトウェアの開発によって解決されつつあるし，また操業度測定単位の理解の容易さについても，管理者に教育・訓練を行なうことによってほとんど克服可能だからである。したがって，現在および将来，われわれが重視しなければならないのは，種々の経営管理技法で用いられる原価数値をできうる限り正確で客観的なコスト・ビヘイビアの把握方法に基づいて算出しようとするアプローチである。そのためにも，説明変数の選択にあたっては，第1および第2の要件を特に重視しなければならない。

以上，操業度測定単位の選択にあたって考慮しなければならない事項や，操業度以外の原価作用因を考慮する必要性について説明を加えてきた。ところで，

(17)　第6章およびその文献を参照せよ。

(18)　Danielsson［2］. ダニエルソンについては小林［20］を参照せよ。

変動予算許容額算定にあたって単一の操業度測定基準を選択する方針をとる場合，有資格であるといえる操業度測定単位は，具体的にいえば，直接作業時間と直接機械運転時間ということになるであろう。このような操業度測定単位は，直接原価計算のもとにおいて適用される製品・用役の測定単位である生産量（あるいは販売量）[19]とはコスト・ビヘイビアの分析を行なう上で非常に異なる性格をもつものである。次節では議論の展開の便をはかるため，生産量（あるいは販売量）をアウトプット基準，直接作業時間あるいは直接機械運転時間をインプット基準という言葉で代表させることにする。

最後に，変動予算の機能と原価集計機構との関係について，図2を使って要約しておくことにする。④の実線は変動予算の主導的機能が原価管理機能であることをしめしており，変動予算の予算管理機能が原価管理機能と同様に重要ではあるものの，企業予算の果たすべき機能のすべてを変動予算だけでは現在のところ遂行できないということを⑤の実線でしめしている。そして，変動予算がこれらの諸機能を円滑に遂行できるように，原価集計プロセスの費目別計算，ならびに部門別計算の段階で原価が適切なインプット基準のもとに，例えば固定費，変動費，および準変動費に区分されることが⑥でしめされている。[20]

---

(19)　Dean［3］では，CVP 関係のための原価の固定費・変動費区分にさいして，操業度測定単位として生産量と販売量のどちらかが適切であるかについて詳細な分析がなされている。しかし本章では，原価をアウトプットである製品の単位数量の変動との関係で区分するという立場ではなく，製品自体との関連で原価区分を考えているので上記の問題は取扱わない。というより，生産量と販売量が等しい場合，つまり在庫が存在しないことを仮定しているといってもよい。

(20)　このような要約を行なうと以下のような2つの事項が問題点として指摘できる。

(1)変動予算の予算管理機能は，それが企業予算として実施される場合には特に不可欠なものであり，変動予算を企業予算として使用する場合の問題は，さらに考察を深める必要がある。

(2)操業度測定単位の選択およびコスト・ビヘイビアの把握方法については，直接原価計算の場合ほど簡単には説明することはできない。この問題をさらに掘り下げていけば，現行の経営管理諸技法に少なからぬ影響をあたえるであろうと予想されること。

第3節　変動予算と直接原価計算の関係

3－1　変動予算と直接原価計算の共通点

前節まで，変動予算と直接原価計算はそれぞれ独自の主要な機能領域があり，これら機能を遂行するには，それぞれに基礎データを提供する原価計算機構が必要であることを明らかにした。両者の相違点を要約的にのべるなら，変動予算は原価中心点における原価管理をめざす，いわばコントロール志向の管理技法であるのに対し，直接原価計算は種々の意思決定局面でその利用が期待される計画志向の管理技法であるということである。しかし，この両者はつぎの2点について共通性を有している。

(1)　両者は程度の差こそあれ，いずれも原価管理機能および利益管理機能を同時に遂行することが期待される管理技法であること。
(2)　両者はいずれも，その計算の基礎資料となる原価数値の獲得に際して，一定の操業度測定単位のもとに原価を区分しなければならないこと。

そこで，本節では特に後者の共通性をよりどころにして変動予算と直接原価計算の関係について検討し，そこに生じる問題点を明らかにしたいと思う。

変動予算と直接原価計算の関係については従来から議論が行なわれており，本節でわれわれがとろうとしているアプローチ，すなわち両者の関係をコスト・ビヘイビアの把握問題にかかわらせて検討するというアプローチ，もすでに採用されているものである。そこで，まずこのような視点から検討を加えているものについて，若干の考察を行なうことにしよう。

まず，変動予算と直接原価計算の関係に対してつぎのようなそれらの発生史的観点から論述がある。

「変動予算の作成のために必要とされるコスト・ビヘイビアの研究とその際に原価を固定要素と変動要素とに区分するために考え出された方法は，直接原価計算に対して道を開いた。[21]」

(21)　Marple［9］p. 7

これは，変動予算のもつ基本理念についての最初の記述とされる Hess の論文[22]以来，それ以後の一連の論考において展開されてきた変動予算のもとにおけるコスト・ビヘイビアの研究が，第2次世界大戦以後さかんに議論されることになった直接原価計算の1つの起源であることをのべている。つまり，直接原価計算思考の出発点であるともいえる，原価を生産量（あるいは販売量）との関連で直接原価と期間原価とに区分するという方法に，変動予算が間接的にせよ影響を与えたことに言及したものである。

さらに最近では，Böer は，変動予算の生み出すデータが直接原価計算の基礎データになると考えているが，そのことはつぎの論述にうかがえる。

「直接原価システム（Direct Cost System）における製造間接費予算（彼はこれを変動予算によって設定するといっている……筆者注）の目的は，生産量あるいは他のいくつかの原価作用因の変動にともなって変動する製造間接費部分と，一定の時間間隔（time period）を通じて一定である費目とに識別することにある。[23]」

また，NAA のResearch Series, No. 23, Direct Costing, 1953. においては，逆に直接原価計算における原価分解から出発して，「直接原価計算は，原価管理目的のための標準原価や変動予算との結合をもたらす。[24]」とのべている。

同様の主張は日本の論者についてもみられる。たとえば，以下のような論述に注目しておきたい。

「変動予算制が採用され，変動予算が作成される場合は，その作成の対象となる企業内の諸部門における諸費目について固定・変動分解がなされること

(22)　Hess［6］

(23)　Böer［1］p. 34.

(24)　NACA［11］p. 1079. 同訳書 p. 109.

になるが，この点が同じく原価を固定費と変動費に区分して計算を行なう原価計算方式である直接原価計算と変動予算の類似点であり，直接原価計算と変動予算との関係に関する考察の一面はこのような類似点をめぐってなされるものであるといえる。[25]」

以上，変動予算と直接原価計算との関係についての分析が，原価区分に関する議論を連結環として行なわれてきていることを見てきた。それぞれの論者が変動予算の側から両者の関係をみたり，直接原価計算の立場から考察を行なったりしているので，その各々の論点についての比較検討を行なうことは容易でない。ただ，これらの主張はすべて一定の操業度測定単位との関連でのコスト・ビヘイビアの把握の問題を取扱っていることは異論は存しない。したがってコスト・ビヘイビアの分析を出発点として，個々の経営管理技法で要求される原価の備えていなければならない要件をそれぞれについて検討し，それをふまえて個々の経営管理技法の相互関係を企業全体の経営管理活動を円滑に矛盾なく遂行するということを念頭において考察する必要がある。

3-2　変動予算と直接原価計算の関係

本節では，変動予算と直接原価計算の関係をそれらの技法において使用される原価情報の入手源の態様別に考察してみたい。

(1)基礎的原価集計システムを経常的原価計算システムとする場合

各種経営管理技法が使用される状況に応じて，原価数値をそのつど収集し，それを一定の方法で加工・処理することができるなら，それらの技法は正しく用いることができよう。しかし，一般にはそのような方法はとられない。そこで望ましいとされるのは企業の一環した原価計算システムの存在である。このシステムから必要に応じた原価数値を導き出すことができれば，状況ごとに原価を計算する場合の欠点――計算が迅速に行なえない，情報獲得にコストがかかりすぎる，過去において発生した原価の資料を記録として貯蔵しておくこと

(25)　肱黒［16］p. 227.

ができない――を克服することができよう。従来の原価計算システムがここで説明してきた要件を満たすのであれば問題はない。しかし，従来の原価計算システムはどちらかといえば製品原価算定を主目的としているため，多様で相互に関連しあった経営管理諸目的を達成する（数々の経営管理技法によって）ために有用な原価資料を十分に提供しているとは必ずしもいえない。このことは，現状では経営管理技法の多くが，現在実際に存在する原価計算システムからえられる歴史的原価数値を基礎資料として使用せざるをえない状況にあるといいかえることができる。つまり，各種経営管理技法はそれをもっとも生かすことができるデータが獲得できずに，次善のデータ（伝統的な原価計算システムから獲得されるデータをいう）を使用するため，それらの有用性がかなり制限されることになるということである。

さて，伝統的な原価計算システムのもつ欠陥を補い，特に意思決定を行なう際に，必要となるデータをただちに提供できるように仕組まれた原価計算のシステムを，基礎的原価集計システムとよぶことにしよう。基礎的原価集計システムは，(1)費目別計算――(2)部門別計算――(3)製品別計算という一環した3つの計算プロセスからなるものである。これは特に，組織内に投入されたインプットがアウトプットとして組織外に提供される過程をコスト・フローの側面から注目したシステムである。システムの設計にさいしては，それがいかなる役割を果たすことが期待されているのかを十分に把握し，システムにその期待に応えることができるような目的と機能を持たせる必要がある。そこで，このような意味から上記のシステムはそれぞれ(1)原価各費目の精密な分析のための計算サブシステム――(2)原価中心点で原価管理を遂行するための計算サブシステム――(3)総合的観点からの利益管理に資するための計算サブシステムといいかえることができよう。

さて，変動予算は基礎的原価集計システムの(1)費目別計算――(2)部門別計算のプロセスと関連しており，くり返しのべているようにそれは，原価発生場所である各部門の原価管理に主眼がある。そのため，基礎的原価集計システムで原価費目を分解する基準となる操業度測定単位には，インプット基準が選択さ

れるのである。(26)

一方，直接原価計算は基礎的原価集計システムの(3)製品別計算のプロセスと関係する。直接原価計算がその主要機能である利益管理機能を遂行するためには，基礎的原価集計システムにおいて原価は，アウトプット基準で期間原価と直接原価に区分されなければならない。したがって，インプット基準による原価分解とアウトプット基準によるそれが同時にかつ整合的になされる基礎的原価集計システムにおいては，上記の意味で，原価数値に一貫性があるという点を根拠として，変動予算と直接原価計算は関連づけられることになる。ただしここで注意しなければならないのは，異なる経営目的に対して適合的な原価情報が相互にどのような関係にあるかを明示的にしめす計算機構が基礎的原価集計システムに組込まれていなければならないことである。本章でとりあげた変動予算と直接原価計算を例にとれば，基礎的原価集計システムには，変動予算のためのインプット基準で区分された原価数値を，直接原価計算で使用されるアウトプット基準で測定されたそれへと変換する合理的な計算機構が内蔵されなければならない。ここでのべた状況のもとでの変動予算と直接原価計算の関係は図3のようにあらわすことができる。

(2)全部原価計算システムを経常的原価計算システムとする場合

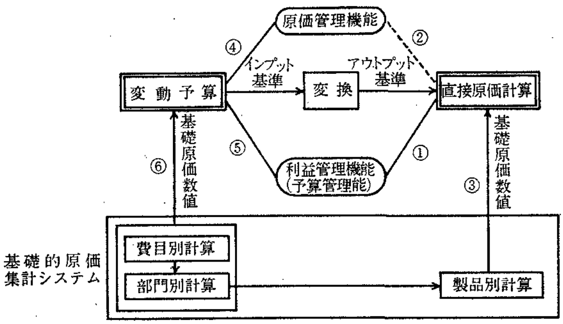


図3　変動予算と直接原価計算の関係

(26)　「製造間接費は，アウトプット総量よりもインプット総量により密接な関係をもって変動する。」Shillinglaw［12］p. 230.

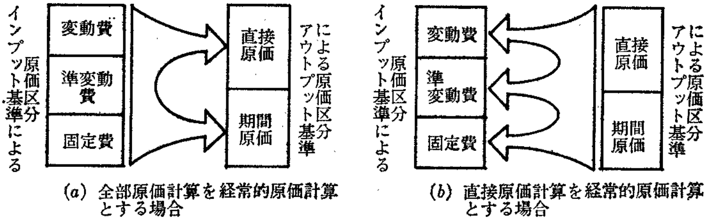
それでは，われわれのいう基礎的原価集計システムの存在を前提としない場合，この状況が一般には妥当するのであるが，変動予算と直接原価計算の関係はどのように理解されるのであろうか。まず企業の一環した計算システムとして全部原価計算システムを考えてみよう。伝統的な原価計算システムでは，費目別原価の測定からはじめて，最終的には製品原価を算定するという積上げ計算がなされる（われわれのいう基礎的原価集計システムも(1)費目別計算――(2)部門別計算――(3)製品別計算というサブシステムからなるという点では伝統的な全部原価計算システムとその構成は変わることがない。ただ，われわれの原価計算システムは，各サブシステムそれぞれが独自の経営管理目的に適合的な情報を提供することを主眼としていて，組織形態・企業規模・各管理階層の組織内での役割などを十分に考慮して，かつ従来の原価計算システムのもつさまざまな欠陥――たとえば配賦の恣意性――を解消しようという目的をもつものであることで伝統的な原価計算システムとは異なる)。そこで特にコスト・ビヘイビアに注目した場合には，費目別計算・部門別計算によってもとめられるインプット基準で区分してもとめられた原価は，製品別計算の段階で集計されることになるが，これをアウトプット基準にあとづけてどのように区分されるのかが問題となるのである。つまり，インプット基準によって，たとえば固定費，変動費，準変動費と区分された原価を，アウトプット基準のもとでの期間原価，直接原価という原価区分に変換するような一定の対応関係が存在するかどうかということである。ここでいう対応関係が満たされた場合にのみ，変動予算と直接原価計算はそれぞれ独自の機能を発揮し，かつ相互に有機的な結合関係をもつ経営管理技法であるといえる。しかし，伝統的な原価計算手続ではコスト・ビヘイビアを正しく把握することができない。それは再三のべてきたように，直接原価計算と変動予算とではコスト・ビヘイビア分析の基準となる操業度操業単位が異なることに起因している。つまり，両技法ではコスト・ビヘイビアを反映しない計算が行なわれている。したがって，この両者はそれぞれ別個に機能する経営管理技法であると考えるのが妥当であろう。ここでのべたことは，図3で基礎的原価集計システムのところを全部原価計算とおきかえて図示でき

る。

(3)直接原価計算を経常的原価計算システムとする場合

最後に，経常的な原価計算システムとして直接原価計算を考える場合についてのべることにする。このときには原価はすでにアウトプット基準のもとに，期間原価と直接原価に区分されているものと考えてよい。そこで変動予算のように原価管理に重点をおく経営管理諸技法が有効に機能するためには，上記の原価区分をインプット基準による原価区分へと合理的に区分しかえる必要がある。注意しなければならないのは，インプット基準の選択によって，アウトプット基準による原価区分とインプット基準による原価区分との対応関係が異なってくることである。(2)と(3)のケースでは，アウトプット基準で測定された原価とインプット基準でのそれが，経常的に運用される原価計算システムが作動するうえで，支障をきたさない範囲でそれらの真の関係をできうる限り写し出すことが必要である。言葉をかえれば，インプット基準とアウトプット基準との正しい関係をできるだけくずさないような計算システムを構築することを考えねばならない。

これらの作業がどのようになされるかについては図4のようになるだろう。つまり，(2)，(3)どちらのアプローチをとるにしても，変動予算と直接原価計算の間に関係をみいだそうとする場合には，インプット基準による原価分解とアウトプット基準のもとでの原価分解にそれぞれの有効性を認めた上で，両者の関係が明らかになることが必要である。しかし，上記の問題についての検討が十分になされていない現在のところ，基礎的原価集計システムからの考察を行なう場合よりも，上記のようなアプローチによって変動予算と直接原価計算の関



(*a*)　全部原価計算を経常的原価計算とする場合　　(*b*)　直接原価計算を経常的原価計算とする場合

図4　インプット基準とアウトプット基準の対応関係

係を明らかにすることは困難な作業であるといえる。

結び

企業は今日，その内在的な諸目標と企業外部からのインパクトに多分に影響された目的の達成にむけて休みなく活動する社会の一構成要員である。このような多元的な目標を調整し，その達成にむかう過程で企業は，種々の意思決定問題に対処し，一定の方向性をしめすとともに，企業内で生じる諸問題に対しては特に計数による管理ならびに統制活動を実施しなければならない。計数による企業活動の管理のために，管理会計は重大な責務をになっているのである。

組織内で生じる種々の問題に対して有用であるとされる技法はかなりの数存在するものと思われる。これらの技法の適用上で使用される数値は，その大部分組織内に存在する計算システムから経常的に生み出される基礎数値を加工・処理したものである。このような経常的計算システムからえられる数値がまったく偏向を帯びず，企業の実際の諸活動をできるかぎりありのままに写し出すものであれば，これをよりどころにして，種々の目的に適応的な経営管理諸技法の相互関係を明らかにできるだろう。

本章では，上記のような分析視野から変動予算と直接原価計算の関係を考察した。両者は第1節，第2節でしめしたように，それぞれ独自の機能領域を持ち，そこにおいてはかなりの有用性を発揮する経営管理技法である。しかしこれらは，使用する原価数値の分解(コスト・ビヘイビアの分析)に関して少なからぬ問題をそれぞれの計算機構に内包しているため，それらが組織体の経営管理システムにおいてどのように位置づけられ，両者がどのような関係にあるかについては明解な結論をもたらすにはいたらなかった。したがって，今後われわれが追求すべきは，前節で概要をのべた基礎的原価計算システムの内容を充実させることである。その足がかりとなるのは再三指摘しているように，一定の操業度測定単位のもとで原価を区分すること，一般的にいえばコスト・ビヘイビアの分析に関して考察をさらに詳細に行なうことである。コスト・ビヘイビア分析の問題を考えるためには本章でのべたように，測定した原価数値をど

のような目的で使用するかを前もって検討しておく必要がある。原価を単一の原価作用因にあとづけて把握することの有用性は否定できないが，特に複数の原価作用因を考慮して原価の測定あるいは推定を行なおうとするアプローチは，変動予算や直接原価計算にかぎらず，種々の経営管理技法の持つ潜在能力をさらに増大させるものとして今後さらに検討を加える必要があるものと考える。

次章以降ではコスト・ビヘイビアを把握するための諸方法を検討し，これらと経営管理諸技法との関連をさぐってみたい。

参　考　文　献

[1] Böer, G., *Direct Cost and Contribution Accounting; An Integrated Management Accounting System,* John Wiley & Sons, 1974.

[2] Danielsson, A., *On Measurement and Analysis of Standard Cost,* The Business Research Institute at the Steckholm School of Economics, Norstedts, 1963

[3] Dean, J., Methods and Potentialities of Break-even Analysis, *Australian Accountant,* Oct.-Nov., 1951 (in Solomons, D. ed., *Studies in Cost Analysis,* Sweet and Maxwell, 1968).

[4] Gynther, R. S., Improving Separation of Fixed and Variable Expenses, *NAA Bulletin,* Jun., 1963.

[5] Harris, J. N., What Did We Earn Last Month?, *NACA Bulletin,* Vol. 17, No. 10, Jan., 1936.
(in Marple, R. P. ed., *NAA on Direct Costing,* Ronald Press, 1966)

[6] Hess, H., Manufacturing; Capital Costs, Profits and Dividends, *Engineering Magazine,* Dec., 1903.

[7] Horngren, C. T., *Cost Accounting; A Managerial Emphasis,* 4th ed., Prentice-Hall, 1977.

[8] Koehler, R. W. and Neyhart, C. A., Difficulties in Flexible Budgeting, *Managerial Planning,* May-Jun., 1972.

[9] Marple, R. P., Historical Background, (in Marple, R. P. ed., *NAA on Direct Costing,* Ronald Press, 1966.)

[10] NACA Research Series, No. 16, *The Variation of Cost with Volume,* 1949. (諸井勝之助・山口達良訳『損益分岐点分析』日本生産性本部，昭和34年)

[11] NACA, Research Series, No. 23, *Direct Costing,* 1953. (染谷恭次郎監訳『直接原価計算』日本生産性本部，昭和38年)

[12] Shillinglaw, G., *Managerial Cost Accounting*, 4th ed., Richard D. Irwin, 1976.

[13] Welsch, G. A., *Budgeting; Profit Planning and Control*, 2nd ed., Prentice Hall, 1964

[14] Welsch, G. A., *Budgeting; Profit Planning and Control*, 4th ed., Prentice Hall, 1977.

[15] 青木茂男著『原価計算論』三訂版，税務経理協会，昭和44年。

[16] 肱黒和俊著『変動予算論』森山書店，昭和46年。

[17] 伊藤博著『管理会計論』現代会計学叢書3，同文館，昭和52年。

[18] 加登豊稿「変動予算の研究—計画と統計のための会計システムに関連して」神戸大学修士論文，昭和53年。

[19] 小林健吾著『直接原価計算』現代原価計算全集第4巻，同文館，昭和53年。

[20] 小林哲夫稿「標準原価の測定と分析」『会計』昭和53年8月号。

[21] 久保田音二郎著『直接標準原価計算』千倉書房，昭和40年。

[22] 溝口一雄著『近代原価計算—原価管理』国元書房，昭和54年。

[23] 溝口一雄著『最新例解原価計算』中央経済社，昭和46年。

[24] 岡本清著『原価計算』三訂版 国元書房，昭和55年。

[25] 桜井通晴著『経営原価計算論』中央経済社．昭和54年。

[26] 津曲直躬著『管理会計論』国元書房，昭和52年。

[27] 吉田弥雄稿「企業予算の業績評価機能」『会計』昭和45年10月号。

第2章　コスト・ビヘイビア分析技法の検討（I）
――伝統的分析技法――

第1節　概　　　説

本章を含む以下の3章ではコスト・ビヘイビアの分析に使用される諸技法について検討を加える。コスト・ビヘイビアの分析技法は種々の観点から分類することが可能ではあるが，本書では固定費・変動費の区分を前提とするものと固定費・変動費の分解を念頭にはおかないものという分類を行なうことにする。前者に属するものとしては，勘定科目別検討法，最高最低法，および目視法（スキャッター・チャート法）がある。後者に属するものとしては回帰分析があり，これは第3章および第4章で説明を行なう。前者に属する技法とインダストリアル・エンジニアリング法は伝統的に会計実務で広範に使用されてきたコスト・ビヘイビアの分析技法であり，これらは本章でまとめて説明を行なう。ところで，最小自乗法による単純回帰分析は固定費・変動費の分解を前提とするコスト・ビヘイビアの分析方法であるとの理解が一般的であるが，本書ではそのような立場をとらない。その理由は論を進める過程で次第に明らかにされるであろう。

さて，コスト・ビヘイビアの分析方法を上記のように2つに分類することの意味について若干触れておきたい。経営管理のために有用であるとされる技法のうち多くのもの――たとえば前章で検討した変動予算，直接原価計算や損益分岐点分析など――は，原価には操業度との関連で固定的なものと操業度変動によって変化するものがあり，かかる基準で固定費と変動費とに区分された原価データがすでに手許にあるものとして考察が行なわれることが多い。そこで，これら技法の適用にあたっては，まず原価を固定費・変動費に区分するための分析がなされる必要がある。これがコスト・ビヘイビアの分析である。ただしここでの分析は操業度との関連でのコスト・ビヘイビアを詳細に検討すること

に最重点があるのではなくて，コスト・ビヘイビアを正確に把握することを放棄しても固定費・変動費の概念にあった形に原価項目を区分することに重点がおかれる。つまり経営管理技法の適用が容易になるように原価数値を加工しようとするものである。したがって，本章でとりあげるコスト・ビヘイビアの分析技法はインダストリアル・エンジニアリング法をのぞいて，いずれも原価分解技法であるというのが妥当かもしれない。これらは，コスト・ビヘイビアを把握するための分析技法ではなくて，これらの技法から明らかにされるビヘイビアを判断基準として，原価を固定費・変動費等の原価概念範疇に分解して区分する方法なのである。

一方，回帰分析についてはどのように考えられるのだろう。このアプローチでは原価の過去の推移に注目して，これをもっともよく説明するであろう変数を統計的に選択し（相関分析の適用），さらにこの変数と原価の間の関係をもっともよく反映する関数形を選択した上で最小自乗法という基準でこの関数形をあてはめるのである。回帰方程式のパラメータの推定値は従来は固定費と変動費率を表わすと考えられることもあったが，これは正しい解釈ではなく，会計上利用価値のあるのは，独立変数の1単位の変化が原価に与える影響を意味する，つまり限界原価をあらわす回帰係数のみであり，定数項の数値は利用できないと考えるべきである。このような手続からわかるのは，回帰分析はコスト・ビヘイビアの明確な把握という点に重点があって，獲得された回帰方程式をどのように利用するかといった事後的な考慮は分析自体には入りこんでいないことである。したがって次のステップとしては，回帰分析でえられた回帰方程式を生かして（つまり，明らかにされたコスト・ビヘイビアを基礎として），それを種々の経営管理技法とリンクさせることを考える必要は当然のことながら生じてくるのである。上記のことから，回帰分析はその適用にあたって固定費・変動費の区分を前提としたコスト・ビヘイビアの分析技法ではないことがおおよそ明らかになったと思う。

本章では伝統的なコスト・ビヘイビア分析技法を吟味するが，まずコスト・ビヘイビア分析を行なうにあたって必要だと思われる準備作業について検討す

ることにする。この準備作業は特に，過去の観測データを利用する分析技法にとっては不可欠なものであるが，インダストリアル・エンジニアリング法を適用する場合にも参考になることが多い。

第2節　コスト・ビヘイビア分析の準備作業(1)

過去原価資料を用いて原価推定を行なおうとする場合にまず注意しなければならないのは，IE 法とのアプローチの仕方の違いである。周知のように，IE 法はインプットとアウトプットの技術的関係を明らかにしようとするものである。それに対して過去原価資料を用いるアプローチでは，IE 法でもとめられるインプット—アウトプットの技術的関係を基礎とはしないのであって，インプットをあらわす活動水準と原価観察値との組になったデータから過去における両者の関連を明らかにし，これによってコスト・ビヘイビアの分析を行なおうとするのである。それ故，上記のような特徴をもつ過去原価資料を用いたコスト・ビヘイビアの分析法を適用しようとする場合には，その実施の準備段階として以下の作業を行なう必要がある。これらの作業は簡便な技法を用いる場合にでも行なわれなければならないが，特に第3章および第4章でのべる回帰分析を使用しようとする場合には必要不可欠な作業である。それでは，まず準備作業について，それらを列挙し以下でそれらのそれぞれについて検討することにしたい。

1　会計処理手続が原価データに偏向をあたえていないかどうかを検討し，原価データが偏向していることが明らかな場合には，是正措置を講じる。

2　観測値の獲得された状況を検討し，原価データが同質的であるかどうかを調査する。

3　適切な操業度測定単位を選択する。

4　原価と操業度測定単位の関係および予測原価額からの偏差を明らかにする目的で観測データを図表上にプロットする。(2)

(1)　本節の論述は Dopuch *et. al.* [4] pp. 53–56 に基礎をおいている。

(2)　Dopuch *et. al.* [4] p. 53.

2.1　観測値における偏向の存在の検討

会計的処理をうけた原価数値は，操業度測定単位との関連でそのビヘイビアを明らかにすることに困難が生じることが多い。いいかえれば，会計数値をそのままの形で用いて，そのビヘイビアを明らかにすることはほとんど不可能なのである。(3) このような障害をのりこえて，コスト・ビヘイビアを明確に把握するためには，観測データは以下の4つの要件をみたしていなければならない。また，観測データがこれら要件をみたしていない場合には，観測データを要件をみたすように修正するか再度諸要件を満足するデータを収集しなおさなければならない。(4)

(1)　原価データと経営活動をしめすデータは同一期間のものでなければならない。(5)　この要件は原価発生額を一定の操業度測定単位にあとづけて把握しようとする場合に，両者間に明確な期間的対応関係をもとめるものである。しかるに，財務会計的発想にもとずく費用・収益対応の原則にしたがって記録される数値は，期間における費用と収益の対応に重点をおくものの，原価と操業度単位の記録についての期間対応には留意していないのである。原価記録上にタイム・ラグが存在する場合には，活動基準の記録期間と原価発生額の記録期間にづれが生じることになるので，慎重な検討を行なって原価と活動記録を対応させてやらねばならない。

備品・消耗品の原価を活動指標にあとづけて把握しようとする場合にも類似の問題が発生する。これらの原価を備品・消耗品購入時に費用として処理するものとすれば，購入時期が不規則であったり，活動水準が低い時期に購入がなされたりすれば，発生原価と活動基準の間には対応関係が認められなくなるの

（3）「分析に使用するデータを単純に通常の原価計算記録から入手するとすれば，回帰モデルのアウトプットが有意義であるという見込はほとんどない。」Benston［1］pp. 662–663.

（4）原価計算方法を根底から再検討する必要が生じる可能性がこの問題を追求していけば生まれるであろう。*Ibid.*, p.663 を参照のこと。

（5）Dopuch *et. al.*［4］p. 54.

である。このような費目のビヘイビアを把握するためには，それを一般的な操業度測定単位にあとづけることを放棄して，もっとも当該コストの態様を明確にしめす尺度を利用すべきなのである。

(2)　観測データは，原価計算単位（costing unit）ごとに適切に分類されねばならない。[6]　これは部門別のコスト・ビヘイビアを明らかにしようとする場合には不可欠な要件である。部門の設定は組織体の効率的管理の遂行という点にかなり強調があるため，原価を一定の操業度測定単位にあとづけて把握することは困難になるのである。コスト・ビヘイビアの把握が容易となるように原価計算単位を組織単位とは別に設定することも考えられるのだが，このような二重構造をとる場合の問題については多いに検討の余地がある。たとえば，責任別に原価を区分することを第一義的に考えると，コスト・ビヘイビアの把握が困難になるといった状況も存在するであろう。そこで，組織単位と原価計算単位とが一致しているという通常の状況においては，観測データの部門への帰属性を十分に考慮してそれらの区分をできうる限り正確に行なう必要がある。

(3)　会計的配賦手続が原価計算単位の原価に与える影響は，これを分離して把握しなければならない。[7]固定費が原価計算単位に配賦されると，この配賦済原価を含めた総原価を一定の操業度測定単位にあとづけて把握しようとしても当該測定単位とは無関連に発生する原価が混入しているため，正確にコスト・ビヘイビアの把握を行なうことはできない，たとえば，固定費の配賦基準と原価測定のための操業度測定単位が同一の場合には，固定費をあたかも変動費であるかのようにとりあつかうため，変動費率は実際のものより過大評価されることになる。固定費の配賦額が部門総原価に占める比率が大きいときほどこの問題は深刻である。したがって，部門原価のビヘイビアを分析する場合には，配賦固定費を除外しておく必要がある。このような意味で，直接原価計算のシステムは全部原価計算のそれと比較して部門原価のビヘイビアを分析するのに適切な計算システムであるといえよう。

---

(6)　*Ibid.*, p. 54.

(7)　*Ibid.*, p. 54.

(4) 観測データを収集する場合の単位となるタイム・ピリオド（原価計算期間）については，それは意味あるデータを収集できるだけの長さがなければならないとともに，活動水準の変化が平均化されるのを防ぐため，可能なかぎり短期間でなければならない。(8) この要件は2つの内容を含んでいる。1つは，原価に関する観測データと活動水準をしめす観測データとの対応関係が把握しうるだけの期間が必要であることを要求するものである。もう1つは，原価と活動水準の観測データはその関係が明確につかめるように，タイム・ピリオドは短かくとれればとれるほどよいことを内容としている。タイム・ピリオドが長くなれば両者の関係が平均化されてしまうのである。この2つの対立する要件をともに満足することは非常に困難であるとともに，原価推定の対象いかんによってもっとも適当なタイム・ピリオドは異なるであろうから，コスト・ビヘイビアの分析対象によってもっとも適切なタイムピリオドを決定する必要がある。

2.2 観測値の同質性の検討

原価を発生せしめる要因は多様である。しかし，単一の操業度測定単位を選択し，それにあとづけてコスト・ビヘイビアを分析するというアプローチをとる場合には，選択した測定単位はもっとも強く原価発生に作用するものであり，かつ他の要因のインパクトはできうる限り微少であることが望ましい。このような条件が満たされ，コスト・ビヘイビアの分析にあたって理想的であると思われる状況下で原価推定を行なうのであれば，前節でのべた原価数値記録に関する要件を満たすことのみを考慮すればよいのである。ところが実際には，選択した操業度測定単位以外の要因の影響を原価ならびに選択された操業度測定単位がうけるのである。特に環境要因の変動がこれらに与える影響は測定が困難であると思われる。これら諸要因の影響を知り，観測データの同質性を確保することがコスト・ビヘイビアの分析の成果を左右する鍵なのである。クロス・セクショナル・データが使用できる場合にはそれを用いて分析を行ない，観測値の同質性が維持されているかどうかを検討するのも一つの方法である。観

(8) *Ibid.*, p. 55. Benston [1] p. 663 も参照せよ。

測値に同質性を確保できないような状況変化が確認されそれらを調整することが困難な場合には，歴史的原価資料を用いてコスト・ビヘイビアの分析を行なうことは断念しなければならないだろう。

2.3　独立変数の選択

独立変数（操業度測定単位）の選択については前章で詳細に検討した[9]。そこでここでは，前章でのべたことを要約的にしめしておくことにする。原価の推定を行なう際に使用される変数は，原価の観測値に強く作用するものでなければならないのは当然のことではあるが，この変数と原価発生額の間には因果関係が存在しなければならないことに注意すべきである。選択された変数がいかに原価の動きをよく説明しえても，管理者が当該変数と原価の間になんらかの因果関係が存在するという合理的な信念がどうしても持てない場合には，この変数を用いてコスト・ビヘイビアの分析を行ない，それをもとに原価を推定することは断念すべきである。上記のような状況でもとめた原価推定値を実際に使用し，それに基づいて何らかのアクションをとれるものなのかどうかを考えても結論は明らかであろう。したがって，前章で操業度測定単位の選択にあたって相関分析が有効な判断基準となることを指摘したが，相関分析の実施に先だって，つぎのしめすような手順をふむ必要がある。すなわち，操業度測定単位として有資格であると一般にいわれる変数ならびに原価推定対象に特有の変数があればそれらもまずすべて列挙する。つづいて，コスト・ビヘイビアの分析によってえられる原価方程式がいかなる状況で使用されるかを検討するとともに，管理者が原価との間に関係があると合理的な信念をもてる変数を列挙したものの中から選択する。この段階で選択された変数については，原価との因果関係が認められ，それら変数を用いて原価方程式をもとめ，それを種々の状況で使用することについての承認も得られたことになるのである。そこで，上記のテストを通過した変数のうちから1つを選択する場合に判断基準になるのが，原価とこれら変数の関連の程度なのであって，この段階ではじめて相関分析が適用できるのである。このような手順が正しくとられた場合には，相関係

（9）　第1章第2節 2-2 をみよ。

数の最も高い変数を操業度測定単位（独立変数）とする方針にしたがうことには異論はなかろう。

2.4　図表へのプロット

以上で説明してきた準備作業が完了すれば，コスト・ビヘイビアの分析に必要な原価と活動水準に関する観測データが獲得されたことになる。そこで，この獲得されたデータは対応する原価観測値と活動水準観測値を1組にして図表上にプロットされる。観測値の図表上へのプロットはたとえばつぎのようになる。

さて図表への観測値のプロットは，この段階で始めて行なわれる作業ではなくてこの段階までに幾度も実施されていなければならないのである。原価観測値と活動水準についての観測値間のタイムラグの存在の確認や相関分析の準備作業として図表へのプロットは重要な作業である。コスト・ビヘイビア分析の準備作業として図表へのプロットを行なえば，適切な原価観測値と活動水準観測値であっても異常な観測値が存在することがあるが，これを容易に明らかにすることができる。このような異常値についてはそのデータがえられた期間の活動を再検討してその原因を究明しておくことがのちの分析を実施する上で重要となる。さらに観測値のプロットを行なっておれば，のちにのべる回帰分析を用いてコスト・ビヘイビアの分析を実施する場合には，これら異常値が非同質的な観測値であるのかそれともたんによく調整された状況（well-ordered situation，あるいは安定的過程 stationary process）のもとにおいても一定の確率のもとで獲得されるものであるかを統計的に明らかにすることができる

のである。[(10)]

また，図表上に観測データをプロットすることによって，原価と活動水準間に存在すると仮定した関数関係が実際にも妥当するかどうかを検討することができる。原価分析を始めるに際して原価と活動水準に直線的推移関係があるだろうとの前提をおいていた場合に，実際の観測値がそのような趨勢をしめさないのであれば，両者に直線関係をあてはめることは妥当ではない。このような状況に遭遇した場合には本章でとりあつかうコスト・ビヘイビア分析技法はもはや有効でなくなり，統計的方法によって，1)別の関数形をあてはめる，2)複数の独立変数を選択して重回帰分析を適用することを考える必要があろう。

第3節　インダストリアル・エンジニアリング法

IE 法（インダストリアル・エンジニアリング法）とは，ある生産プロセスに対するインプットと当該プロセスからえられるアウトプットのそれぞれの観測値の間に存在する物量的関係（physical relationship）を特定する方法である。製造プロセスにおけるこのインプットとアウトプットの物量的関係は製造されたアウトプットの明細な検討を行なうことによって把握できるのである。製造工程は工学的観点から，所与の材料組合せ，労働構成，および資本設備のもとで一定量のアウトプットが生みだされる様に設計される。[(11)] この場合のインプット－アウトプット関係を工学的見地から決定する方法が IE 法なのである。このような意味で，IE 法は原価が，いくら発生すべきであるかをしめす規範値を算出するものである。[(12)] ただし，IE 法で決定されるのはインプットとアウトプットの技術的関係であり，インプットとアウトプット原価との関係を明らかにするものではないことに注意しなければならない。インプットに対するアウトプット原価をもとめるには，IE 法で確定された技術係数をそれぞれの価格要素（材料単価や賃率）に乗じる必要がある。さらにもう一つの問題点は，

---

(10)　Dopuch *et. al.* ［4］p. 56.

(11)　*Ibid.*, p. 51.

(12)　原価計算基準検討委員会報告［9］p. 11.

アウトプット1単位の製造の要する原価項目はIE 法によって技術的関係が明らかになるものだけではなく，その多くは個々のアウトプット単位に直接的にあとづけるのが困難なものが多いのである。これらは発生する部門において直接原価であれば，部門への帰属性という観点からは把握することができてもアウトプット自体にはあとづけられない。このことから，IE 法の利用はインプットとアウトプットの技術的関係が合理的に決定できる直接労務費や直接材料費などの直接費項目に限定されることになる。(13)(14) IE 法によるコスト・ビヘイビアの分析はそれが直接費項目を対象とする場合でも，技術係数に乗ぜられる価格要素が技術係数の確定された状況時と異なる場合にはIE 法を基礎とする原価予測には問題がある。1つはIE 法によってもとまるのは理想的な状況における技術係数である(15)のに対して，実際には，仕損や材料の浪費あるいは労働効率の変化（労働構成の変更や習熟による効率の上昇あるいは低下）がみられるのである。もう1つは，賃率に応じて労働意欲が変化するという関係が存在すると考えられることである。

さらにIE 法を実際に使用する場合には，時間・動作研究をはじめとして，その他数多くの製造プロセスに関連する分析・検討を行なう必要があるため，非常に高価なものにつく。したがって，IE 法の適用にあたってはコスト・ベネフィット分析的考察を行なわなければならない。上記のことから，コスト・ビヘイビアの分析にIE 法を使用できる状況を一般的にのべるなら，(1)材料費

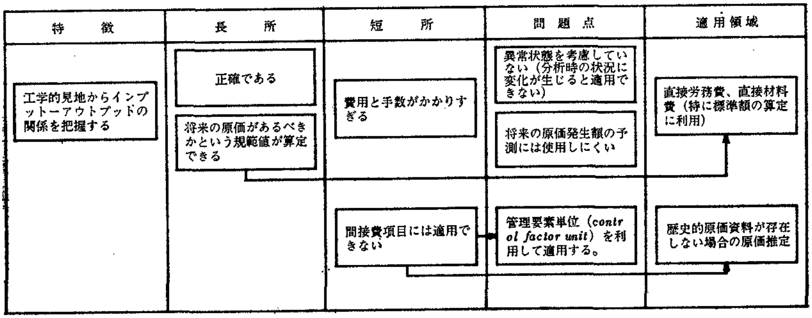
---

(13)　実際IE 法は標準労務費の標準作業時間，標準材料費の製品単位当たり消費量の決定に利用される。この場合には当然，それら標準の規範性を考慮し，タイトネスについて調整を加えることはいうまでもない。

(14)　技術的関係が明瞭な販売・一般管理活動にもIE 法は適用される。Dopuch *et. al.* [4] p. 51 および Davidson *et. al.* [3] p. 125 をみよ。

(15)　理想標準原価の概念を想起されたい。理想標準原価とは，「最も高い程度の標準となる原価であって，原価要素の価格としては長期的な正常価格を条件とし，技術的にみて達成しうる最大の操業度を予定し，また作業能率についても最高の状態を予定して計算されるものである。理論的に最高の水準を示す標準原価であるということができる。」溝口 [8] p. 260。

および労務費のアウトプット総原価に占める割合がかなり高く（これは，IE法を適用して正確な原価推定を行なえることによるベネフィットが導入にかか



わるコストを上回る状況の一例示である），かつ(2)インプットーアウトプットの関係が時間の経過の影響をうけず安定的である場合であるといえよう。IE法の長所・欠点，適用領域などを一覧表でしめせば，上記のようになろう。

第4節　勘定科目別検討法

勘定科目ごとにその勘定に含まれる費目のビヘイビアを分析実施者が決定する方法を勘定科目別検討法（inspection of chart of accounts）という。これは，あるアウトプット水準 x_0 であるときに期末勘定残高を個別に検討して固定費と変動費とに区分するという形で行なわれる。勘定が固定費項目と変動費項目とに分類されれば，アウトプット水準 x のときの総原価 TC はつぎのように表わすことができる。

$$TC=\underbrace{\sum_j FC_j}_{\text{固定費}}+\underbrace{\left(\frac{\sum_j VC_j}{x_0}\right)\cdot x}_{\text{変動費}}$$

ここで，

FC_j＝固定費に分類された j 番目の勘定残高

VC_j＝変動費に分類された j 番目の勘定残高

x_0＝分析に使用した勘定残高を記録した期間のアウトプット水準

x＝原価推定を行なおうとしている期間の予想アウトプット水準

である。

勘定科目別検討法による原価分類の実例を以下に参考のため記載しておこう。(16)

某機械会社

＜変動費＞

① 製造原価

直接材料費，間接材料費(補助材料費，消耗工具器具費)，基準外賃金，光熱諸費，運送費，外注加工費

② 販売費・一般管理費

基準外賃金，運送費，旅費交通費，交際費，外注工賃，販売奨励金，カークーラー物品税および特許権使用料

＜固定費＞

① 製造原価

間接材料費（原材料費，製品・半製品費，消耗工具器具備品費，基準内賃金，雑給，福利費，厚生費，保険料，修繕費，租公税課，旅費交通費，通信費，図書費，試験研究費，交際費，広告宣伝費，賃借料，クレーム費，事務用消耗品費，教育費，棚卸減耗費，雑費，減価償却費，仕損費．有償支給差額)

② 一般管理費

基準内賃金，福利費，役員報酬厚生費，保険料．修繕費，光熱諸費，租税公課，通信費，図書費，広告宣伝費，賃借料，供試品費，事務用消耗品費，監査費用，棚卸減耗費，雑消耗品費，雑費，減価償却費

③ 営業外費用

某機械会社

＜変動費＞

① 製造原価

材料費〔素材費，素型材費(鋳鍛造品費)，具備品費，木型費〕，外注加工費(外注設計費を含む)，労務費〔時間外手当，深夜業手当，休日出勤手当，雑給(日雇，アルバイト等)，経費〔電力料・水道料・瓦斯使用料（ただし基本料部分を除く)，修繕料（ただし，定期的ないしは経常的に発生する部分の費用を除く）通信費（郵便料等経常的に発生する部分を除く）

② 販売費

販売直接費〔荷造梱包費，運賃，運送保険料，販売手数料，ローヤリテー，輸出諸掛，

(16) 記載例は企業経営協会編［7］pp. 191-192 から引用した。

旅費交通費（ただしクレームやサービス出張費等）取扱説明書等〕

＜固定費＞

① 製造原価

労務費・労務副費（基準内賃金，賞与引当金，法定福利費，退職給与引当金，福利施設費負担額，養成工訓練費，厚生費），経費〔賃借料，保険料，租税公課，減価償却費，修繕費・電力料・水道料・瓦斯使用料・旅費交通費・通信費（これらの費用のうち，上記変動費以外の部分）交際費，事務用消耗品費，図書費，雑費

② 販売費・一般管理費

販売間接費・一般管理費（役員給与，給料賃金，従業員賞与手当，法定福利費，退職給与引当金，厚生費，賃借料，保険料，租税公課，減価償却費，広報費，広告宣伝費，海外滞在費，事務用消耗品費，図書費，手形取立料，雑費等）

③ 支払利息，割引料

業種，生産形態，規模経営政策など種々の要件によって固定費，変動費の区分がかなり恣意的であることに注意されたい。勘定科目別検討法は，分析実施者に豊富な経験と知識がある場合には，分析処理時間をそれほど要せず，そのため分析にそれほどの費用がかからないという利点がある。さらに，原価構造や原価分類について変化が生じることを考慮して定期的に改訂することが可能である。(17) このような現状の実務に適した利点を持つ勘定科目別検討法は，原価分解の方法として広く使用されている。(18)

しかしながら，勘定科目別検討法には以下で順次しめすような欠陥を持っている。まず第1に指摘しなければならないのは，勘定科目残高を判断基準として固定費，変動費の区分を行なうため，分析実施者の主観的判断がおおいに介

(17) Dopuch *et. al.* [4] p. 58.

(18) 変動予算のための原価分解の方法として，調査会社120社がすべて勘定科目別検討法を利用しているという実態調査報告がある。津曲・松本[10] pp. 124–125をみよ。

また企業経営協会編[7]の実例としてあげられている企業でもすべて勘定科目別検討法を採用している。執筆者の1人は勘定科目別検討法の採用理由をつぎのようにのべている。

「……実際には，（原価を……筆者加筆）を高等数学的な解析手法を用いて分解することは，その結果において，簡便法によるそれと比較しても，実務としては大勢に影響はないのであり，初歩的な分解方法ではあるが，単純に科目によって分類する個別費用法（勘定科目別検討法のこと……筆者注）をとっている。」p. 105.

入することである。勘定科目別検討法では一般に，原価を固定費・変動費の二大範疇に区分するため，そのようなビヘイビアをもたない勘定の区別がはなはだ恣意的なものとなる。さらに，固定費・変動費の区分にあたって分析実施者は，勘定の重要性と勘定残高の金額的重要性を勘案しなければならないがこれは相当に困難な作業なのである。判断があやまっていれば原価推定値の信頼度が低下し，その利用に困難が生じることになる。

第2点は，会計的処理を加えられた結果である勘定残高は，活動水準との関係でコスト・ビヘイビアを把握するためのデータとして備えるべき要件を欠いていることである。会計的処理が本来のコスト・ビヘイビアの把握を可能とする原価記録を行なうことの障害となっていることは，前節3.1でのべた。したがって，勘定設定の際にコスト・ビヘイビアの把握が可能となるような配慮がなされていなければ，勘定科目別検討法は実効力をもたないというべきである。

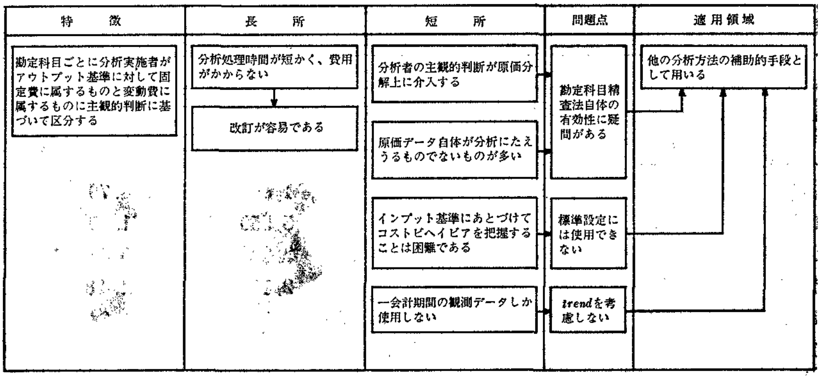
第3には，勘定科目別検討法においては原価分解の基準となるものは生産量などのアウトプット基準であって，インプット基準がとれないことである。コスト・ビヘイビアの分析はアウトプット基準によるものだけではない。インプット基準にもとづくコスト・ビヘイビアの分析が不可欠な問題も数多く存在するのである。このような問題に対処するために勘定残高を一定のインプット基準にあとづけて固定費と変動費に区分することは現状ではほとんど不可能である。業績能率測定に使用される原価標準を決定するのに勘定科目別検討法にもとづく原価推定値は不適格である(19)という指摘は，上記の説明からも明らかであろう。

最後に欠点として指摘できるのは，原価方程式をもとめるのに勘定科目別検討法は一会計期間の資料しか用いないことである。過去の数期間の観測データが存在するときには，これらのすべてを使用する原価推定方法との比較では勘定科目別検討法は過去の観測データにおける趨勢を原価方程式上に反映できないので明らかに劣っている。

---

(19) Dopuch *et. al.* [4] p. 59.

以上のべたことを一覧表にまとめるとつぎのようになる。勘定科目別検討法は会計実務で広汎に使用されてはいるものの，その信頼性は，はなはだ疑問であり，他の方法の補助的手段にとどまるものである。(20)



第5節　最　高　最　低　法

コスト・ビヘイビアを過去の原価資料を基礎として把握しようとする場合，伝統的な方法の１つとして最高最低法（high-low method）がある。これは原価額を操業度（独立変数あるいは説明変数）の変動にあとづけて，どのように変化するのかを把握しようとする方法であるという点では，次章で説明する回帰分析と同一基盤に立つものである。ただ最高最低法では周知のように，利用可能な原価ならびに操業度をあらわす活動水準の観察データのうちで，最高操

(20)　「……したがってこの方法は，他の分解法との併用を前提とし，分解を要する費目と分解を要しない費目とに篩い分けをする，最初の手続として採用するのが適当である。過去の経験から，純粋の変動費または固定費であることが明らかな費目をまず選び出し，あとに残された費目を，他の方法によって分解すればよい。この篩い分けにさいして，例えば原材料のように技術的に変動費である費目と，広告費，交際費，試験研究費などについて，それぞれの予算を売上高の一定率に定めるために，会計方針によって変動費化する自由裁量変動費とを区別する必要がある。」原価計算基準検討委員会報告［９］p. 12.

業時と最低操業時のデータ，つまり2組の観測値をもとにして原価直線 $y=a+bx$ をもとめるのである。以下のような観測値データ(21)があるとき，原価直線は最高最低法によれば，つぎのように決定される。

表1

	原価（単位1,000ドル）	操業度（単位1,000）			←― 偏	差 ―→	
年	y	x	x^2	xy	$(\bar{y}-y)^2$	$(\bar{y}-\hat{y})^2$	$(\hat{y}-y)^2$
1963	262	60	3,600	15,720	1,806.25	2,784.70	105.48
1964	230	55	3,025	12,650	5,550.25	4,761.99	30.17
1965	247	72	5,184	17,784	3,306.25	190.48	1,909.56
1966	258	62	3,844	15,996	2,162.25	2,141.41	.05
1967	240	58	3,364	13,920	4,160.25	3,512.34	27.41
1968	330	75	5,625	24,750	650.25	16.48	873.75
1969	314	74	5,476	23,236	90.25	53.39	282.46
1970	340	85	7,225	28,900	1,260.25	807.40	50.20
1971	348	88	7,744	30,624	1,892.25	1,455.95	28.55
1972	360	94	8,836	33,840	3,080.25	3,322.52	4.59
1973	350	92	8,464	32,200	2,070.25	2,615.97	31.88
1974	375	100	10,000	37,500	4,970.25	5,948.37	43.90
合計（Σ）	$3,654	915	72,387	287,120	30,999.00	27,611.00	3,388.00

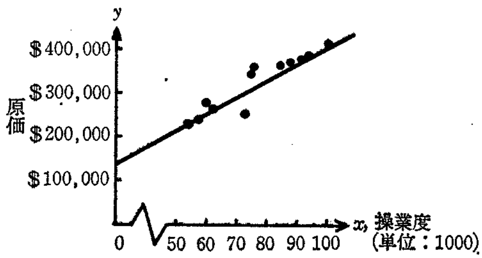


図2

(21) Corcoran［2］p. 48.

	年度	y（原価額）	x（操業度）
最高操業度	1974	＄375,000	100,000
最低操業度	1964	230,000	55,000
Δ（差異）		＄145,000	45,000

原価直線の傾き$=\Delta y/\Delta x=\$145,000/45,000=\$3.22=b$

原価直線の方程式　$y=a+bx=a+\$3.22x$

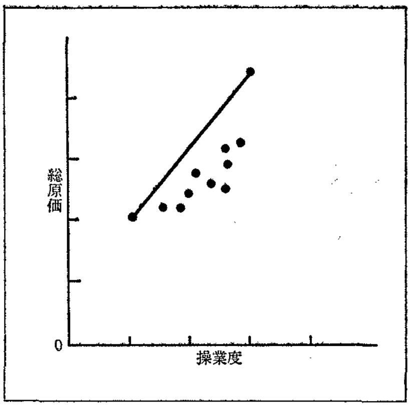
$x=100,000$ のとき，$y=\$375,000=a+\$3.22\times 100,000$

であるから，$a=\$53,000$

となる。したがってもとめる原価直線の方程式は，

$$\underset{(固定費)}{y=\$53,000}+\underset{(変動費)}{\$3.22x}$$

このような最高最低法による過去原価資料への原価直線のあてはめは，(1)算定処理時間が短かく，(2)理解が容易であるという長所をもつため，実務ではしばしば利用されるコスト・ビヘイビアの把握方法である。しかし，最高最低法によって原価直線を確定しようとする場合には，利用可能な観測データのうち



から，ただ2組のデータしか使用しないため，前ページの図のように最高操業時および最低操業時の観測データが他のすべてのデータを代表するものではないときには問題がある。

観測データをプロットしたスキャッター・グラフに最高最低法によってもとめた原価直線をえがいてみれば，上記のような状況が存在するかどうかが直ちに明らかになる。場合によっては，最高最低法でもとめた原価直線をもとにすると，誤まった意思決定を下す危険もある。したがって，やむをえず原価直線の決定に2個の観測データを使用するときには，最高点・最低点を無条件に採用するのではなくて，観測値を代表し，できうるかぎり広い操業圏をカバーする2組の観測データを利用することが望ましい。[23]

さらに，上記の問題にも関連するのであるが，最高最低法やそれに準じる方法によって獲得した原価方程式がどの程度，観測データに適合するものであるかを判断する客観的基準は現在のところ存在しないことに注意すべきである。過去の歴史的原価観測データを使用してコスト・ビヘイビアを明らかにし，原価方程式を獲得しようとするアプローチでは，最高最低法のみならず次章で検討する回帰分析においても，われわれは暗黙のうちに過去の原価実績と同様の原価の趨勢が将来にも考えられることを仮定しているのである。したがって，このようなアプローチでは，まず獲得された原価方程式がその算定の基礎となった観測データに適合するものであるという確証がえられる必要がある。この

(23)　同様の指摘がドパッチらによってもなされている。「この2つの極端な値（最高点・最低点をいう……筆者注）は，ただ全体的な差しか反映しないので，結果としてえられる原価方程式は，いかなる異常状態の存在も考慮していない。最高点および最低点が全体の趨勢をあらわすものでない場合，算定された原価関数は，実際には，正常ではない原価—操業度関係をしめすものとなる。」

Dopuch *et. al.* [4] p. 61.

なお，ホーングレンが注記しているデムスキーによる **next high next low method, next-next-high next-next-low method** を用いる場合にも，それらの点が観測値を代表する2点であると結論できる根拠は存在しない。ただ，最高・最低点を分析からはずしても，推定量が統計的な種々の特性を失わない状況についての考察が統計学ではなされていることを付記しておこう。**Horngren** [5] **p.788.**

ことが確認されてはじめて，原価方程式を将来にむけて使用することの可能性がひらけてくるのである。

最高最低法のように簡便なコスト・ビヘイビアの把握方法を使用しようとする場合にでも，本章第2節でのべたコスト・ビヘイビア分析の準備作業が実施されていなければならない。さらに，原価直線の傾き（変動費率）は選択された観測データいかんによって相当に変動するため，固定費額にも重大な影響をあえることになる[24]。獲得した原価方程式を，いかなる目的に使用するかによって原価方程式にもとめられる信頼性の程度は異なるのは当然としても，このような不明瞭なコスト・ビヘイビアの把握方法にもとづく原価方程式を，種々の意思決定問題に適用するということ自体に相当な問題を内包しているものといえる。したがって，最高最低法を使用する場合にはその限界を十分に認識しておかねばならない。

最高最低法の具体的な適用状況としては，たとえば意思決定に必要な正確で詳細な原価データがえられるまでの間に，まずラフなデータでもって意思決定状況の概要を把握しようとしている場合が考えられる。このときには最高最低法によってもとめた原価推定値が利用できるだろう。

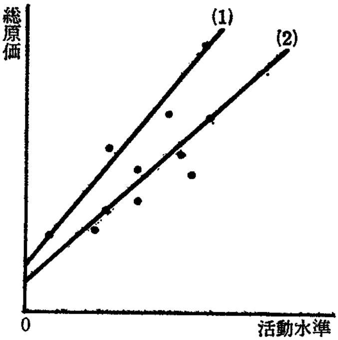
最後に最高最低法について一覧表の形で要約しておきたい。

特　　徴	長　　所	短　　所	問　題　点	適用領域
観測データから最高操業時、最低操業時2組のデータを選択し、それらから原価直線をもとめる	算定処理時間が短かい	2組の観測値しか使用しないため、観測データの趨勢を正しく反映できない	最高最低点が観測データを代表しない場合の処理をいかに行なうか	意思決定に際して詳しい推定値がえられるまでに、まずラフな推定値によっておおよその状況を把握するような場合に利用される
	理解が容易である			
	最高最低点が観測データを代表するものであるときには、かなりすぐれた原価推定値がえられる			

(24)　Corcoran [2] p. 50.

第6節　目　　視　　法

図表上にプロットされた観測データをみて原価観測データと活動水準観測データの関係をもっともよく説明する直線を目視で決定するのが目視法（visual curve fitting method）である。目視法はスキャッターグラフ法（scatter graph method）ともよばれる。最高最低法を用いてもとめた原価直線が観測データにあまりフィットしていないと思われる場合には，目視法を利用すればより適切な原価直線をもとめることができるかもしれない。下図を参照されたい。(1)が最高最低法による原価直線，(2)が目視法によるものである。



そこで目視法は，最高最低法の補助的技法として有用であるといえるかもしれない。[(25)]

又，目視法によれば観測データがすべて使用されることになるため，勘定科目別検討法や最高最低法に比較すれば目視法はすぐれた方法であるとみることもできるのである。[(26)]

しかしながら，スキャッター・グラフを用いて分析実施者が目分量で直線をあてはめるのであるから，同一の観測データに別の直線が他の分析実施者によってあてはめられることもあろう。このような場合に，いずれの直線がもっと

(25)　Dopuch *et. al.* [4] p. 61.

(26)　Horngren [5] p. 789.

も適切であるのかの判断基準がないことが目視法の欠点である。

結 び

本章ではまず第1節でコスト・ビヘイビア分析を行なうにあたって考察しなければならない事項をしめすとともに，コスト・ビヘイビア分析を実施する場合の方針を明らかにした。第3節で説明を加えたインダストリアル・エンジニアリング法はそれが適用できる状況においては，過去の観測データを使用するいくつかのコスト・ビヘイビアの分析方法よりもすぐれたものである。ただインダストリアル・エンジニアリング法はインプットとアウトプットの関係が明瞭である状況または一部の費目にその適用が限られるという欠点をもつのである。そこで，インダストリアル・エンジニアリング法の守備領域外をカバーするものとして過去の観測データにもとづくコスト・ビヘイビアの分析方法の意義が認められる。過去の観測データにもとづくコスト・ビヘイビアの分析を行なおうとするときに考慮しなければならない諸事項については第2節で検討した。ここのべたことは分析実施に先だって欠くことのできない最小限の事項であって，次章で検討する回帰分析を実施する場合には，これらに加えてとりあつかわれるデータは統計上の要件をも満たさなければならない。(27)

第4節以降の3節では，過去の観測データを使用する簡便なコスト・ビヘイビアの分析方法について概説した。これらはいずれも，もとめられる原価直線に信頼性が認められないため，実務での使用が広汎になされているといっても決してすぐれた方法ではない。次章ではこれらの欠陥をおぎなうであろう回帰分析について検討を加える。本章をおえるにあたって，本章でとりあげた分析方法についてそれらのもつ特徴を比較検討できるように分析方法をとりあつかった各節末の一覧表をまとめ，目視法のそれをも加えてしめしておく。回帰分析，回帰分析については検討が次章以降で行なわれるが，ここでそれらについても要約的にしめしておく。

---

(27) 詳しくは Johnston [6]および同訳書を参照されたい。回帰分析実施にあたってデータが備えていなければならない要件については次章および次々章で検討がなされる。

コスト・ビヘイビア分析技法			特　　徴	長　　所
技術的分解法	IE法		工学的見地からインプットとアウトプットの関係を把握する。	・正確である ・将来の原価がいかにあるべきかという規範値が算定できる
過去の観測データに基づく方法	勘定科目別検討法		勘定科目ごとに分析実施者がアウトプット基準によって固定量に属するものと変動費に属するものに主観的判断に基づいて区分する。	・分析処理時間が短かく，費用がかからない ・改訂が容易である
	最高最低法		観測データから最高操業時，最低操業時の2組のデータを選択し，それから原価直線をもとめる	・算定処理時間が短かい ・理解が容易である ・最高・最低点が観測データを代表するものであるときには，かなりすぐれた原価推定値がえられる
	目視法（スキャッター・チャート法）		図表上にプロットされた観測データにもっともよくフィットする線を分析者がえがいて，それから原価方程式をもとめる	・すべての観測値を利用する
	回帰分析	単純回帰分析	攪乱項の自乗和が最小になるように，予定した関数のパラメータ推定値を確定する	・他の過去の観測データに基づく方法の長所をあわせもつ ・観測データに対する回帰線のあてはまりのよさを測定できる
		重回帰分析	・単純回帰分析に同じ ・複数の変数を考慮して，コスト・ビヘイビアを検討する	・単純回帰分析に同じ ・操業度以外の原価作用因の原価に与える影響を1つの方程式であらわすことができる

短　　所	問　題　点	適　用　領　域
・費用と手数がかかりすぎる ・間接費項目には適用できない	・異常状態を考慮していない ・将来の原価発生額の予測には使用しにくい	・直接労務費，直接材料費 ・歴史的原価資料が存在しない場合の原価推定
・分析者の主観的判断が原価分解上に介入する ・勘定科目自体がコスト・ビヘイビアの把握に十分なものでない ・インプット基準にあとづけてコストビベイヒアを把握することが困難 ・会計期間の観測データしか使用しない	・勘定科目検討法自体の有効性に疑問である ・標準設定には使用できない ・過去の原価のトレンドを考慮しない	・他の分析方法の補助的手段として用いる
・２組の観測データしか使用しないため，観測データの趨勢を正しく反映できない	・最高・最低点が観測データを代表しない場合の処理をいかに行なうか	・意思決定に際して，詳しい推定値からえられるまでにまずラフな推定値によっておおよその状況を把握しようとする場合
・原価方程式が一意的にもとまらない ・分析者の主観が介入する	・一意的な原価方程式がえられない	・最高最低法の補助的手段として用いる
・コンピュータのパッケージプログラムが利用できるため，一定の要件をみたさない観測データがインプットされても回帰方程式がもとまるので，誤用の危険がある ・分析結果が利用できるためには比較的きつい仮定が満足されなければならない ・計算が複雑である	・モデルの制約をゆるめても有用な結果がえられるようにするには，どうすればよいか ・業績評価基準として使用する場合の問題	・観測データが多数存在し，それらが一定の要件をみたしている場合には，どのような対象に対しても適用できる
・単純回帰分析に同じ ・重共線性の問題の回避が困難である	・単純回帰分析に同じ	・単純回帰分析に同じ ・原価計算システムとの連動が可能であろう

参 考 文 献

［1］ Benston, G.J., Multiple Regression Analysis of Cost Behavior, *The Accounting Review*, Oct., 1966.

［2］ Corcoran, A. W., *Costs; Accounting, Analysis, and Control*, John Wiley and Sons, Inc., 1978.

［3］ Davidson, S., J. S. Schindler, C. P. Stickney, and R. L. Weil, *Managerial Accounting; An Introduction To Concepts, Methods and Uses*, Dryden Press, 1978.

［4］ Dopuch, N., J. G. Birnberg, and J. Demski, *Cost Accounting; Accounting Data for Management Decisions*, 2 nd ed., Harcourt Brace Jovanovich, Inc., 1974.

［5］ Horngren. C. T, *Cost Accountig; A Managerial Emphasis*, 4th ed, Prentice Hall, Inc., 1977.

［6］ Johnston, J., *Econometric Methods*, McGraw Hill Book Company, Inc., 1963. (竹内啓訳『計量経済学の方法(上)(下)』，東洋経済新報社，昭和39年)

［7］ 企業経営協会編『費用分解の手法と活用』中央経済社，昭和44年。

［8］ 溝口一雄著『最新例解原価計算』中央経済社，昭和44年。

［9］ 日本会計研究学会原価計算基準検討委員会報告『原価計算基準の研究』昭和54年。

［10］ 津曲直躬・松本譲治編著『わが国の企業予算——実態調査と今後の課題』日本生産性本部，昭和47年。

第3章　コスト・ビヘイビア分析技法の検討(Ⅱ)
—単純回帰分析—

序

コスト・コントロールおよび意思決定の種々の局面でコスト・ビヘイビアが明確に把握されていなければ，当該局面で原価数値自体の信頼性が疑問視されたり，誤まった決定を下だす危険がある。コントロール面のみをとりあげても，①予算の作成，②標準原価の設定，③業績報告書の作成，④原価差異の評価などの数多くの管理活動はそこで使用される原価数値がどれほど信頼できるかによって，それらの成果が大きく左右されるのである。(1)

それにもかかわらず，コスト・ビヘイビアを明らかにする方法についての考察は，いまだ十分なものであるとはいえない。さらに，実務をおいて使用されているコスト・ビヘイビアの把握方法は前章でも明らかにしたように，そのほとんどがコスト・ビヘイビアの分析方法とも呼べない，まったくの簡便法なのである。前章でのべた技法のうち，インダストリアル・エンジニアリング法をのぞいた他の技法はともに過去の原価観測データに基礎をおくものであるが，いずれもその適用の結果として獲得される原価推定値は信頼できるものではない。このことは前章末の一覧表からも明らかであろう。本章ならびに次章ではこれら技法の欠点を克服するものとして，回帰分析をとりあげる。これもまた過去の原価観測データを使用するコスト・ビヘイビアの分析方法であるから，前章第2節でのべた準備作業が分析の実施にあたって必要であることを忘れてはならない。さらに回帰分析を有意義なものとするためには，観測データが一定の統計的要件を満たさねばならぬことも確認しておかねばならない。このことについてはその会計的解釈とともに分析実施者は十分な知識を有しているこ

---

(1) Bierman and Dyckman [2] p. 521.

なお本章の参考文献のリストは第4章末に第5章のものとあわせて掲載してある。

とが回帰分析の適用にあたってはことさら重要である。というのは，現在，回帰分析の使用はそのソフトウエア・パッケージを利用すればコンピュータで容易に行なえる状態にあるからである。そこで会計担当者がなすべき作業は，分析結果が即時に利用できるように回帰分析のデータ要件を満たす観測データを準備することと，アウトプットを読みとり，それを行動に結びつける能力を身につけることである。

まず本章では単純回帰分析をとりあげ，その概要をコーコランの記述(2)にそって検討する。本節で行なう説明の大部分は，計量経済学などの分野で広汎に用いられている回帰分析の基礎理論である。しかし，回帰分析については会計の分野ではその理解が十分でないところがあり，会計的解釈を加えねばならない箇所もその随所に見うけられるので，逐一説明を行なうことをここで断っておく。

第4章では複数の原価作用因と原価の関係を分析する技法である重回帰分析の説明を行なう。重回帰分析についても，観測データの具備せねばならない要件に着目し，それらの検討を通じて重回帰分析の有用性とその限界について言及する。

それでは単純回帰分析から議論を出発させることにしよう。

第1節　回帰分析の長所

過去の原価観測データをもとにして，まず原価の趨勢を分析することが歴史的原価資料を用いてコスト・ビヘイビアを明らかにするためには必要である。このような情報は種々のコントロール活動に非常に有用なものである。さらに未来原価の獲得のためにも，過去原価の動向をしめす情報が重要となる。このように過去原価に関する資料は，言葉をかえていえば，経営活動のコートロール面のみならずプランニングの局面にも使用されるのである。このような経営諸活動に原価観測データをもとにした原価方程式を使用するときには，できる限り当該原価方程式が信頼できるものでなければならない。原価方程式が不正確であれば，意思決定にともなう幾多の判断が正しくても，良好な結果はえら

(2)　Corcoran [5].

れないだろう。

しかし前章でのべた過去の観測データを使用するコスト・ビヘイビアの分析方法である勘定科目別検討法，最高最低法，および目視法（スキャッター・チャート法）は種々の欠陥をもっており，これらの欠陥はいずれも原価方程式の信頼性に疑問を持たせるほど重大なものなのである。そこでこれらの技法の欠陥を補い，なおかつこれら技法の長所をもあわせもつ技法を究明しなければならない。これが回帰分析にほかならない。回帰分析をコスト・ビヘイビアの分析に使用すれば，過去の原価趨勢をすべての観測データを用いて把握し，一意的な原価方程式を獲得できる(3)。回帰分析は他の過去の観測データに基づく原価分解法のもつ長所をすべて有している上に，分析を通じてもとめられた原価方程式の信頼性が測定できるという他の技法にない長所をかね備えているのである。回帰分析がコスト・ビヘイビア分析方法としてすぐれたものであることには異論はないはずであるにもかかわらず，その検討が十分になされていない理由として，回帰分析の適用に関して統計的仮定が満たされなければならないという条件があることが指摘できる。このような統計的仮定が会計的計算処理手続と合い入れない箇所が随所に存在することは論を進める過程で明らかにされるであろう。意思決定に有用な情報を提供することが期待されている会計システムが，その内部の計算機構に信頼できる情報を提供できないような制約を課せられていることは重大な問題である。そこで，回帰分析がコスト・ビヘイビアの分析に有効で，その結果が会計の種々の局面で利用できるものであるとすれば，回帰分析の基礎にある統計的諸仮定をできうる限り満足させるように会計における記録手続を改善しようとするアプローチ(4)がとられてもよい。本書は

(3) Koehler and Neyhart [12] p. 26.

(4) 第4章で議論する重回帰分析に関する Benston [1] の論考はわれわれのここでいうアプローチと共通した性格をもっているといえよう。彼はつぎのように言う。「重回帰分析におけるデータ要件のほとんどは原価計算記録がいかなる方法でなされているかによって決まるものである。ただ単に観察データが通常の原価計算システムからとられたら，回帰分析からえられる結果は無意味なものである。したがって，回帰分析の効果をあげるには，原価記録をまず最初にいかにコード化しそれを記録する

このようなアプローチをとろうとする場合の始発点という役割をになっている。もとより考察がいまだ十分でないため，問題となる事項を指摘するにとどまっているが，それでも回帰分析になまの会計数値をそのまま利用して適用しても，会計的に意味ある情報は獲得できそうもないことは明らかにされるものと考える。

さらに原価方程式の確定に回帰分析という統計的方法を適用する場合には，つぎの警句を決して忘れてはならない。

「独立変数と従属変数の間に一定の因果関係が存在する場合，それは統計的分析に組込まれるものであり，分析によって明らかにされるという性質のものではない，つまり，回帰分析がなしうるのは，どのように変数どうしが関連するかを叙述することである。[(5)]」

したがって，原価方程式の確定に統計的分析の適用を考える状況を想定すれば，分析実施者は分析を行なうにあたって，独立変数と従属変数の間に後の分析を通じて使用されるであろう原価方程式が，種々の経営管理目的に対して合目的的であるように一定の因果関係を設定しておかねばならない。[(6)]

次節以降で回帰分析手法の概略を説明する。回帰分析の結果を誤まりなく，かつ有効に利用するためには，前章第3節でのべた分析の準備作業が円滑になされている必要がある。そして，過去の操業度に関するデータから，組織が従来どの程度の範囲で操業してきたかを認識しておくことが重要である。さらには回帰方程式からもとめられる原価推定値，各々の原価観測データの値とその

かを注意深く検討する必要がある。」

Benston［1］pp. 662–663.

（5）　Corcoran［5］p. 50. なお傍点は筆者が加筆した。

（6）　操業度測定単位に何を選択するかは，独立変数と従属変数の関連の程度からだけでは決定できないことに注意すべきである。このような認識が分析者にないと，正しい分析手順をふんで獲得された結果の解釈を誤まる危険がある。再度のべるが，変数の関連の度合を決定することは相関分析（correlation analysis）の範疇に属すること（*Ibid.*, p. 51.）であり，変数間の因果関係とは無関係なのである。

平均値をそれぞれ比較すると同時に，それらの過去の趨勢を把握しておくことも重要である。

第2節　単純回帰モデル

まず，図1を用いて最小自乗法によって推定回帰直線を確定する手順をのべることにする。

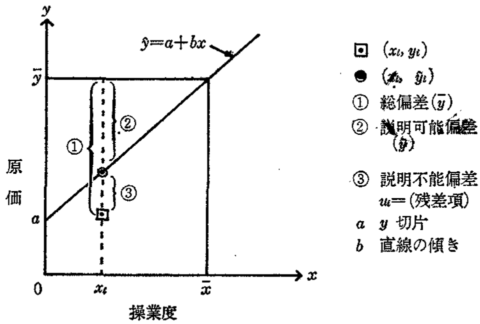


図　1

図1で y_i は期間 i の実際原価観測値，$\bar{y}$ は平均原価，$\hat{y}_i$ は期間 i の原価の回帰推定値である。回帰直線をもとめる過程では，単に推定原価方程式（回帰方程式）$\hat{y}=a+bx$ に含まれるパラメータの推定値，a および b（a は定数項 constant term, b は回帰係数 regression coefficient とよばれる）を確定するだけであるから，回帰分析に関する統計的諸仮定については本節では言及しない。推定原価方程式に特定の x の値を代入すれば，その x に対する y の真の平均値の予測値がえられることになる。観測データ y_i が獲得される過程では，「どのような観測においても，ある程度の測定誤差はどうしても避けられないものである。(7)」さらに説明変数以外にも原価に影響する作用因は存在するものといえる。そこで，実際測定値（観測データ）は次のようにあらわすことができる。

$$y_i=a+bx_i+u_i \quad i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n \tag{1}$$

（7） 岩田［20］p. 188.

ここで u_i は攪乱項である。[8]

パラメータの推定値 a, b を獲得する方法の1つに最小自乗法がある。これは攪乱項の自乗の和,

$$u_1^2+u_2^2+u_3^2+\cdots\cdots+u_n^2=\sum_{i=1}^{n}u_i^2 \tag{2}$$

を最小にするように，パラメータの推定値 a, b を決める方法である。[9] 観測値の組の数を n, 攪乱項の自乗和を S とすれば,

$$S=\sum_{i=1}^{n}u_i^2=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\hat{y}_i)^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-bx_i)^2 \tag{3}$$

S を最小にするパラメータの推定値 a, b の値は，次の条件をみたすことが必要である。

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial a}=-2\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-bx_i)=0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial b}=-2\sum_{i=1}^{n}x_i(y_i-a-bx_i)=0 \end{cases} \tag{4}$$

表　1

年	原価（単位1,000ドル）y	操業度（単位1,000）x	x^2	xy	←偏差の自乗和→ $(\bar{y}-y)^2$	$(\bar{y}-\hat{y})^2$	$(\hat{y}-y)^2$
1963	262	60	3,600	15,720	1,806.25	2,784.70	105.48
1964	230	55	3,025	12,650	5,550.25	4,761.99	30.17
1965	247	72	5,184	17,784	3,306.25	190.48	1,909.56
1966	258	62	3,844	15,996	2,162.25	2,141.41	0.05
1967	240	58	3,364	13,920	4,160.25	3,512.34	27.41
1968	330	75	5,625	24,750	650.25	16.48	873.75
1969	314	74	5,476	23,236	90.25	53.39	282.46
1970	340	85	7,225	28,900	1,260.25	807.40	50.20
1971	348	88	7,744	30,624	1,892.25	1,455.95	28.55
1972	360	94	8,836	33,840	3,080.25	3,322.52	4.59
1973	350	92	8,464	32,200	2,070.25	2,615.97	31.88
1974	375	100	10,000	37,500	4,970.25	5,948.37	43.90
合計（Σ）	$3,654	915	72,387	287,120	30,999.00	27,611.00	3,388.00

(4)式を書きあらためると，

$$\begin{cases} na+b\sum_{i=1}^{n}x_i=\sum_{i=1}^{n}y_i \\ a\sum_{i=1}^{n}x_i+b\sum_{i=1}^{n}x_i^2=\sum_{i=1}^{n}xy_i \end{cases} \tag{5}$$

(5)式は，回帰直線の正規方程式（normal equation of the regression line）とよばれるものである。

正規方程式をマトリクス表示すると次のようになる。[(10)] 以下，添字は表記法を簡略化するために省略する。

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \end{bmatrix} \tag{6}$$

$\boldsymbol{X}$ を独立変数のマトリクス（$n\times2$），$\boldsymbol{Y}$ を観測値のベクトル（$n\times1$），$\boldsymbol{B}$ をパラメータの推定値のベクトル（2×1）とする。つまり，

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{Y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{X}$ の転置行列を $\boldsymbol{X}^T$ とすれば，(6)式は次のようにあらわされる。

(8) 撹乱項 u_i は，測定誤差と特定化されなかった作用因が原価にあたえる影響をあらわしている。また，

$$u_i=y_i-a-bx_i \qquad i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n$$

とすると，u_i は未知のパラメータの推定値 a，b の関数であると考えられる。撹乱項（random disturbance）は，統計的分析をさらに展開する上でいくつかの仮定のもとにある確率変数である。撹乱項にかかわる諸仮定については後に詳説する。

(9) 岩田［20］pp. 189–199.

(10) マトリクス表示の利点は，回帰分析に複数の変数が導入されても（次章の重回帰分析の項をみよ），正規方程式の表示法が変わらないという計算技術上の利点である。Corcoran［5］p. 54.

同様の主張は次の文献にもみられる。

中村訳［26］p. 47.

安川［33］pp. 108–136 も参照のこと。

$$(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}) \tag{7}$$

(7)式を解けば,

$$(\underbrace{\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{I}}{}^T\boldsymbol{X})\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y})^{-1}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y})$$

$$\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}) \tag{8}$$

となる。

正規方程式を解く手順を表1(これは最高最低法の項でしめしたものと同じものである)の数値を並記しながら見ていくことにしよう。

$$\begin{array}{ccccc} \boldsymbol{X}^T & & \boldsymbol{X} & & \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \cdots\cdots 1 \\ x_1 & x_2 \cdots\cdots x_n \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{bmatrix} \end{array}$$

(8)式右辺第1項のマトリクス

$$\begin{array}{ccccc} \boldsymbol{X}^T & & \boldsymbol{Y} & & \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \cdots\cdots 1 \\ x_1 & x_2 \cdots\cdots x_n \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \end{bmatrix} \end{array}$$

(8)式右辺第2項のベクトル

$$\begin{array}{ccc} \boldsymbol{B} = & (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1} & \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \Sigma x^2 & -\Sigma x \\ -\Sigma x & n \end{bmatrix}}{n\Sigma x^2-(\Sigma x)^2} \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} \Sigma x^2\Sigma y - \Sigma x\Sigma xy \\ n\Sigma xy - \Sigma xy \end{bmatrix}}{n\Sigma x^2-(\Sigma x)^2}$$

表1に示されている原価と操業度についてのデータを代入すると

$$\begin{array}{ccc} \boldsymbol{X}^T & \boldsymbol{X} & \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \cdots\cdots 1 \\ 60 & 55 \cdots\cdots 100 \end{bmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 60 \\ 1 & 55 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 100 \end{pmatrix} = & \begin{bmatrix} 12 & 915 \\ 915 & 72,387 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \boldsymbol{X}^T & \boldsymbol{Y} & \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \cdots\cdots 1 \\ 60 & 55 \cdots\cdots 100 \end{bmatrix} & \begin{pmatrix} 262 \\ 230 \\ \vdots \\ 375 \end{pmatrix} = & \begin{bmatrix} 3,654 \\ 287,120 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\boldsymbol{B} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1} \quad \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 72,387 & -915 \\ -915 & 12 \end{bmatrix}}{12(72,387) - 915^2} \begin{bmatrix} 3,654 \\ 287,120 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 72,387 & -915 \\ -915 & 12 \end{bmatrix}}{31,419} \begin{bmatrix} 3,654 \\ 287,120 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 1,787,298 \\ 102,030 \end{bmatrix}}{31,419}$$

$$= \begin{bmatrix} 56.8859 \\ 3.2474 \end{bmatrix}$$

以上の結果から，推定原価直線の方程式はつぎのようになる。

$$\hat{y} = \$56,885.9 + \$3.2474\,x$$

　　（固定費）　　　（変動費）

上記の手順でもとめられる a，b の値は，最小自乗法という1つの基準により獲得される推定値であることに注意しなければならない。[11] 最小自乗法によって獲得されるパラメータの推定値 a，b の値は，S の値を最小化する。このこ

(11)　岩田 [20] p. 191.

とは容易に証明できる。[12] a, b のもとめられた値が点推定値(point estimates)として統計的にみてすぐれていることが最小自乗法を回帰分析に適用する最大の理由である。[13] 推定値が信頼できるものであることが知られていれば，それにもとづいて意思決定を行なう際に，原価方程式自体に無用の考慮を払うことがなくなる。このような意味で，統計的分析の知識も会計では不用のものであるとはいえない。われわれの目的は，原価方程式を確定することのみにあるのではなく，それを基礎としてマネジメントの種々の局面にインパクトをあたえることにもある。[14] それゆえ，統計的方法のすぐれている点とその適用上の限界の

---

(12) *Ibid.*, p. 191, 脚注2. をみよ。

(13) 点推定の良さをしめす条件とは次のものをいう。

(i) 一致性をみたすこと

(ii) 不偏性をみたすこと

(iii) 有効性をみたすこと

(iv) 充足性をみたすこと

最小自乗法は上記の条件をみたす最も簡潔な点推定法であると一般には理解されている。藤沢，松行［17］pp, 192-194.

最小自乗法が上記の条件をみたすことについては，後節で回帰分析の諸仮定を列挙する際に説明を加えることにする。

(14) かって，最小自乗法の適用に対して次のような批判がなされたことがある。「たいていの場合，この直線はスキャッター・グラフによって最もよくあてはめられる。最小自乗法は図にある点の特定の集合により正確にあてはまる直線をもたらすけれども，もとの原価数字がおおざっぱな近似値にすぎないので，このように正確にみえるのは虚構であろう。……インタビューしたある会社は両方の方法をテストして比較したが，この2つの方法の正確性に重大な相違はみられなかったと述べた。」(NAA, Research Report No. 16, 17, 18, *The Analysis of Cost-Volume-Profit Relationships*, 1949-50, p. 16, *fn*. 12. 傍点は筆者加算）このように分析の基礎資料が不正確である場合には，統計的方法の適用は慎しむべきである（豊島［31］p. 122脚注24参照)。しかしながら，これを理由に統計的方法の適用を放棄すべきではない。分析される資料をできうる限り正確に測定する努力をおしんではならない。観測データが備えるべき諸要件については，第2章第2節および次章第2節と第3節で検討している。正確に測定された資料をもとにすれば，最小自乗法によって資料にもっともよく適合する原価直線が一意的にえられるだけではなく，従来，会計の分野ではみすご

両者について熟知していなければならない。

第3節　推定回帰線のあてはまり具合の測定（決定係数）

回帰方程式は観測値にどれほど適合するものであろうか。回帰方程式のあてはまりのよさは，全変動（total deviation）に対する回帰変動（explainable deviation）の比率で計算される決定係数（coefficient of determination）r^2 で測定される。[15] 決定係数は次式から明らかなように，y の変動のうちどの程度が，回帰方程式によって説明されるかをしめす係数である。

$$r^2=\frac{\text{回帰変動}}{\text{全変動}}=\frac{\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2}{\Sigma(\bar{y}-y)^2} \qquad (9)$$

われわれは，決定係数を判断基準として，よりあてはまり具合のよい回帰方程式をもとめる方法をとるか，現状で満足すべきかを決定する。(9)式はまた，次のようにも書きあらわすことができる。[16]

されがちであった獲得された結果の信頼性をも測定すること（統計的検定）が可能となるのである。最小自乗法によってえられた原価方程式をマネジメントの種々の局面で適用する場合にはその信頼性に関する知識は不可欠なのである。

(15)　全変動とはすべての観測値についての総偏差（$\bar{y}-y_i$）の自乗和である（図1参照)。同様に回帰変動は説明可能偏差（$\bar{y}-\hat{y}$）の自乗和，誤差変動は説明不能偏差（$\hat{y}_i-y_i$）の自乗和である。換言すれば，全変動，回帰変動，誤差変動はそれぞれ，観測値の平均よりの偏差の平方和，推定値の平均からの偏差の平方和，観測値の推定値のまわりの偏差（つまり残差）の平方和，である。なお，

$$\Sigma(\bar{y}-y)^2=\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2+\Sigma(\hat{y}-y)^2$$

（全変動）（回帰変動）（誤差変動）

が成立つことは注16をみよ。

上式から $0\leq r^2\leq 1$ であることは明らかであろう。

(16)　(9)式から(10)式は次のようにして導かれる。

$\hat{y}$ は x に値があたえられた場合の y の推定値であるから

$$\hat{y}=a+bx \qquad (1)$$

(5)式でしめされる正規方程式より

$$\Sigma y=na+b\Sigma x=\Sigma(a+bx)=\Sigma\hat{y} \qquad ((1)\text{式より}) \qquad (2)$$

$$\Sigma xy=a\Sigma x+b\Sigma x^2 \qquad (3)$$

$$r^2 = 1 - \frac{\Sigma u^2}{\Sigma(y-\bar{y})^2} \tag{10}$$

つまり，残差平方和が小さくなると，決定係数の値が1に近づくものである。残差平方和が小さいほど，回帰直線のあてはまり具合がよいと考える。r^2 は回帰直線のあてはまりの程度をしめす指標として使用されるのである。表1の数値から決定係数をもとめると，

$$r^2 = \frac{\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2}{\Sigma(\bar{y}-y)^2} = \frac{27,611}{30,999} = 0.8907061 \tag{11}$$

また，$\Sigma y\hat{y} = \Sigma y(a+bx) = a\Sigma y + b\Sigma xy$ (4)

$$\begin{aligned}
&\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2 + \Sigma(\hat{y}-y)^2 \\
&= \Sigma(\bar{y}^2 - 2\bar{y}\hat{y} + \hat{y}^2) + \Sigma(\hat{y}^2 - 2\hat{y}y + y^2) \\
&= \Sigma\bar{y}^2 - 2\bar{y}\Sigma\hat{y} + 2\Sigma\hat{y}^2 - 2\Sigma y\hat{y} + \Sigma y^2
\end{aligned}$$

ここで，(4)式をさらに展開すると，

$$\begin{aligned}
\Sigma y\hat{y} &= a(na + b\Sigma x) + b(a\Sigma x + b\Sigma x^2) \qquad \text{((2), (3)式より)} \\
&= na^2 + 2ab\Sigma x + b^2\Sigma x^2 \\
&= \Sigma(a^2 + 2abx + b^2x^2) \\
&= \Sigma\hat{y}^2 \qquad (5)
\end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned}
&\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2 + \Sigma(\hat{y}-y)^2 \\
&= \Sigma\bar{y}^2 - 2\bar{y}\Sigma y + 2\Sigma\hat{y}^2 - 2\Sigma y\hat{y} + \Sigma y^2 \qquad \text{((2)式より)} \\
&= \Sigma\hat{y}^2 - 2\Sigma\bar{y}y + 2\Sigma\hat{y}^2 - 2\Sigma\hat{y}^2 + \Sigma y^2 \qquad \text{((5)式より)} \\
&= \Sigma(\bar{y}^2 - 2\bar{y}y + y^2) \\
&= \Sigma(\bar{y}-y)^2
\end{aligned}$$

つまり $\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2 + y(\hat{y}-y)^2 = \Sigma(\bar{y}-y)^2$ が成立つ。

(回帰変動) (誤差変動) (全変動)

そこで

$$r^2 = \frac{\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2}{\Sigma(\bar{y}-y)^2} = \frac{\Sigma(\bar{y}-y)^2 - \Sigma(\hat{y}-y)^2}{\Sigma(\bar{y}-y)^2} = 1 - \frac{\Sigma(\hat{y}-y)^2}{\Sigma(\bar{y}-y)^2}$$

定義より $\hat{y}-y=u$，したがって

$$r^2 = 1 - \frac{\Sigma u^2}{\Sigma(\bar{y}-y)^2}$$

Corcoran [5] pp. 56—57.

となる。この決定係数の値から，回帰方程式はかなりよく観測値にあてはまっているといえる。[17] しかし，このようなあてはまり具合のよさも独立変数と従属変数に共通する増加傾向によることも考えられるので，決定係数が絶対的なあてはまり具合の基準ではないことに注意しなければならない。

後の節で分析をさらに進めるため，ここでは，決定係数はまた，次のようにも書きあらわすことができることをしめしておく。[18]

$$r^2=\frac{[\mathrm{Cov}(x,\ y)^2]}{V(x)V(y)} \tag{12}$$

(17)　$r^2=0.8$ 以上であれば通常回帰式は信頼できるものとされる。ただし，これはあくまでも判断の問題であることを十分認識しておく必要がある。

(18)　(12)式導出の手順は次のとおり，

$$r^2=\frac{\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2}{\Sigma(\bar{y}-y)^2}=\frac{\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2/n}{\Sigma(\bar{y}=y)^2/n}=\frac{\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2/n}{V(y)}$$

ここで，$\frac{1}{n}\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2=\frac{1}{n}\Sigma(\hat{y}-\bar{y})^2$

$$=\frac{1}{n}(a+bx-\bar{y})^2$$

$$=\frac{1}{n}\Sigma(a+bx)^2-\frac{2}{n}\Sigma(a+bx)\bar{y}+\frac{1}{n}\Sigma\bar{y}^2$$

$$=a^2+2ab\bar{x}+bb^2(\Sigma x^2/n)-2a\bar{y}-2b\bar{x}\bar{b}+\bar{y}^2$$

$$=(a-\bar{y})^2+2b\bar{x}(a-\bar{y})^2+b^2(\Sigma x^2/n)$$

$$=[(a-\bar{y})+b\bar{x}]^2-b^2\bar{x}^2+b^2(\Sigma x^2/n)$$

正規方程式の第一式を使用し，共通項をくくりだして式を整理すると，$\bar{y}=a+b\bar{x}$ であるから，

$$\frac{1}{n}\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2=0^2+b^2(\Sigma x^2/n-\bar{x})^2$$

$$=b^2V(x)$$

ここで，$b=\frac{n\Sigma xy-\Sigma x\Sigma y}{n\Sigma x^2-(\Sigma x)^2}=\frac{n^2\,\mathrm{Cov}(x,\ y)}{n^2V(x)}=\frac{\mathrm{Cov}(x,\ y)}{V(x)}$

したがって，$\frac{1}{n}\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2=\frac{[\mathrm{Cov}(x,\ y)]^2}{V(x)}$

ゆえに，$r^2=\frac{[\mathrm{Cov}(x,\ y)]^2}{V(x)V(y)}$

Corcoran [5] pp. 57–58.

$V(x)$，$V(y)$はそれぞれ，x と y の分散，$\mathrm{Cov}(x, y)$ は x と y の共分散である。

第4節　回帰の標準偏差

前節で説明した決定係数 r^2 の値が大きい（つまり，1に近づく）ということは，ある意味では，回帰分析を用いてわれわれが行なった原価分析の結果，観測データが回帰方程式によくあてはまることをしめすものである。(19) しかし，回帰直線の方程式の観測へのあてはまり具合は，さらに，次のような観点からも検討される必要がある。すなわち，観測データが回帰直線のまわりでそのちらばり具合が小さいほど，その回帰直線はデータに適合するものであるということである。このことを測定する統計量は，回帰の標準偏差 (standard deviation of regression) とよばれる。(20) つまり，回帰の標準偏差は，回帰直線のまわりにみられる実際観測値のちらばりの測度である。とくに回帰方程式を原価予測に使用する状況を考える場合には，回帰の標準偏差の値ができうるかぎり小さいことが望ましい。

回帰の標準偏差は $S_{y \cdot x}$ であらわされる。これは，観測誤差分散の平方根に等しい。

$$S_{y \cdot x}=\sqrt{\frac{\Sigma(\hat{y}-y)^2}{n}}=\sqrt{\frac{\Sigma u^2}{n}}=\sqrt{\frac{3,388}{12}}=16.80 \qquad (13)$$

同様に，従属変数（被説明変数）にのみ注目すれば，標本標準偏差 (sample standard deviation) S_y——設例の場合には，原価変動の平方根である——も算出できる。

(19) *Ibid.*, p. 58.

(20) 回帰の標準偏差とは一般に，推定値の標準誤差 (standard error of the estimate) と呼ばれているものである。コーコランは後者の呼称が当該統計値を誤って使用する原因となっているとし，その使用を戒めている。

Ibid., p. 58.

$$S_y=\sqrt{\frac{\Sigma(\bar{y}-y)^2}{n}}=\sqrt{\frac{30,999}{12}}=50.83 \tag{14}$$

決定係数 r^2 は(10)式から

$$r^2=1-\frac{S_{y\cdot x}^2}{S_y^2}$$

というようにあらわされる。

自由度を考慮して(13)式，(14)式でしめされる統計量を調整すればつぎのように回帰の標準偏差推定値がえられる。

$$\hat{S}_{y\cdot x}=\sqrt{\frac{n}{n-2}}S_{y\cdot x}=16.80\times\sqrt{\frac{12}{10}}=18.41 \tag{15}$$

$$\hat{S}_y=\sqrt{\frac{n}{n-1}}S_y=50.83\times\sqrt{\frac{12}{11}}=53.09 \tag{16}$$

調整された標準偏差の値を用いて，われわれはコントロール・チャート（production control chart）[(21)] を作成する手順とほぼ同一の方法で，推定値のまわりの信頼限界（confidence limits around estimates）を設定することができる。「推定値のまわりの信頼限界によって，われわれは，推定値がわれわれが望ましいと思うだけの正確性（精度，つまり許容性）と信頼性をもつと（確率的に）言明することが可能なのである。[(22)]」

観測値 y_i と残差項 u_i がともに正規分布すると仮定すれば（あるいは，正規分布すると信じるにたる根拠があれば），統計的観点から，一定の確率で，観測値が回帰直線のまわりの一定の範囲内に存在するということができる。観測データ数が少ない場合には，これを t 分布にしたがうものと見なして，次式

(21) コントロール・チャートについては多くの文献があるが，たとえば次のものを参照せよ。

神戸大学会計学研究室編『管理会計ハンドブック』中央経済社，昭和44年，pp. 989–999, Corcoran [5] pp. 430–433., Dopuch *et. al.* [6] pp. 484–486., Boot, J. C. G. and E. B. Cox, *Statistical Analysis for Managerial Decisions*, McGraw-Hill, 1974, pp. 522–534.

(22) Corcoran [5] p. 59.

により，一定の確率でデータが回帰直線のまわりに存在する範囲（特定の x の値について，y が一定の確率を付与された場合にとりうる値の範囲），すなわち，信頼区間帯（confidence band）を算定できる。[23]

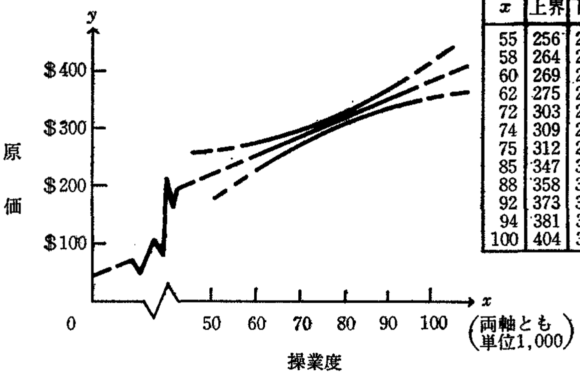
$$\hat{y} \pm t_{n-2,\alpha/2} \times \hat{S}_{y \cdot x} \times \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{\Sigma(x-\bar{x})^2}} \tag{17}$$

ここで，$t_{n-2,\alpha/2}$ は t 分布表からのよみである。（n……観測値数，α……特定の x の値に対してそれに対応する y の値が信頼区間内にふくまれない確率）

表1のデータで最小自乗法によって算定した回帰直線の95%信頼区間を設定すると，その信頼区間帯は次のようになる。

$$(56,885.90+3.2474x) \pm 2.228 \times 16.41 \times \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{(x-76.25)^2}{2,618.25}} \tag{18}$$

(18)式をグラフでしめすと図3のようになる。信頼区間帯が，標本平均 $\bar{x}$ の



x	上界	下界
55	256	215
58	264	226
60	269	234
62	275	242
72	303	278
74	309	285
75	312	289
85	347	319
88	358	328
92	373	338
94	381	344
100	404	359

図　3

ところでもっとも狭くなり，標本平均から離れるのにしたがって幅広くなるような放物線であらわされることに注目してほしい。これは，(17)式から明らかなように，独立変数 x の値によって信頼区間の上界，下界の値が変化するからである。[24] このことは，最小自乗法という基準によってサンプルにあてはまり

(23)　(17)式の導出については，中村訳［26］pp. 23-24. をみよ。

具合のよい回帰直線が導出され，かつ，推定されたパラメータ値も統計的にすぐれたものであっても，当該原価方程式を用いて原価額の予測を行なう場合に，独立変数の値が標本平均から離れていけばいくほど，回帰直線の信頼性が薄れてくることを意味している。なお，ここでは，回帰の標準偏差値を一定としてある。このような状況は，分散斉一性の仮定（assumption of homoscedasticity）[25] とよばれるが，次節でその意味を検討したい。

第5節　回帰分析の諸仮定とその会計的観点からの検討

回帰直線の方程式を確定するさいには，何らの統計学的観点からの仮定も必要ではなかった。しかし，前節では推定値 $\hat{y}$ の信頼限界を算出するために，観測値 y ならびに残差項 u が正規分布するという仮定をおいた。このように，回帰方程式に対してさらに有用な統計的言明を行なうには，種々の仮定をおく必要がある。これらの仮定が維持されている場合にかぎり，回帰分析によって母集団の特性を，そこから抽出されたサンプルを通じて把握することが可能となるのである。そこで，回帰分析の諸仮定を列挙した後に，それぞれについて若干のコメントを付記することにする。[26]

---

(24)　平均のまわりの分散（variance around an average）は個々の観測値のまわりの分散より小さいので，統計学者は個々の y 予値測の信頼限界を次のように算定する。

$$\hat{y} \pm t_{n-2,\alpha/2}\hat{S}_{y\cdot x}\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(x-\bar{x})^2}{\Sigma(x-\bar{x})^2}}$$

予測値のまわりの分散と平均のまわりの分散のちがいは次にしめすとおり。すなわち，$\hat{y}$ のまわりの信頼限界は，標本 y が回帰線を決定する時に用いたのと同じ固定値 x のところで同じ大きさでとらえられたら，その特定の x に対する y の平均値が95%の確率で真の母集団からの回帰線がこの限界内に存在することをしめすのに対し，$\bar{y}$ のまわりの信頼限界は，個々の観測値 y が対応する所与の x の値について，95%の確率でその信頼区間内にあるだろうということをしめすものである。

Ibid., p. 60, *fn.* 2.

(25)　「分散斉一性」という訳語は今川［18］によっている。

(26)　Corcoran［5］pp. 60–62.

それではここで注14の補足説明を行なうことにしよう。

まず，不偏推定量（unbiased estimator）とは，推定値の平均が，パラメータの平均に等しい推定量である。独立変数と従属変数の関係が次のようにあらわされるとする。

$$y=\alpha+\beta+u$$

$\bar{y}=\alpha+\beta\bar{x}$ であるから，回帰係数の推定値 b は，

$$
\begin{aligned}
b&=\frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\Sigma(x-\bar{x})^2}\\
&=\frac{\Sigma(x-\bar{x})\{\beta-(x-\bar{x})+u\}}{\Sigma(x-\bar{x})^2}\\
&=\frac{\beta\Sigma(x-\bar{x})^2+\Sigma(x-\bar{x})}{\Sigma(x-\bar{x})^2}\\
&=\beta+\frac{\Sigma u(x-\bar{x})}{\Sigma(x-\bar{x})^2}
\end{aligned}
$$

$E(b)=\beta$, したがって，b は β の不偏推定量である。同様に $E(a)=\alpha$ となるから a も α の不偏推定量である。

一致性（consistency）とは，観測値を増加させると，推定の精度が次第によくなるという性質である。大きさ n のパラメータの推定量を，$\hat{\theta}=\hat{\theta}(X_1,\ X_2,\ \cdots\cdots,\ X_n)$ とした場合，$\hat{\theta}(X_1,\ X_2,\ \cdots\cdots,\ Xn)$ が θ に確率収束する。つまり，任意の $u>0$ に対して，$P\{|\hat{\theta}(X_1,\ X_2,\ \cdots\cdots,\ X_n)-\theta|>n\}\longrightarrow 0$ を満足することをいう。一致性は，パラメータの推定値の分散が $n\to\infty$ の時，0に近づけばみたされる。そこで最小自乗推定量 b の分散を考えてみると，

$$V(b)=E\{(\Sigma n(x-\bar{x}))^2\}/(\Sigma(x-\bar{x})^2)^2$$

ここで，$E(n_i^2)=\sigma^2$ でかつ $E(n_in_j)=0$ ゆえ，

$$
\begin{aligned}
V(b)&=\sigma^2\Sigma(x-\bar{x})^2/(\Sigma(x-\bar{x})^2)^2\\
&=\sigma^2/\Sigma(x-\bar{x})^2
\end{aligned}
$$

n を限りなく大きくすれば $\Sigma(x-\bar{x})^2\to\infty$ したがって b の分散は限りなく0に近づく，それ故，b は β の一致推定量である。同様にして a も α の一致推定量となる。

θ の推定量，$\hat{\theta}=\hat{\theta}(X_1,\ X_2,\ \cdots\cdots,\ X_n)$ が不偏性と一致性をみたしている場合，有効性（efficiency）とは，$\hat{\theta}(X_1,\ X_2,\ \cdots\cdots,\ X_n)$ と θ の誤差が他の推定量と比較して小さい可能性が大きいことを意味する。回帰分析では，最小自乗推定量が有効性をみたすように，観測値が正規分布することを仮定するのである。

充足性（sufficiency）についてはその意味だけをのべておくことにする。すなわち，推定量 a が充足推定量（sufficient estimator）である場合には，同一の標本からえら

〔仮定1〕 x（独立変数）と y（従属変数）の関係は，直線によってあらわすことができる。また，母集団回帰線も線形である。すなわち，$E(Y|X)=A+BX$（線形性の仮定）

〔仮定2〕 従属変数 y は確率変数であり，y の母集団 Y の値は正規分布する。

〔仮定3〕 攪乱項 u は確率変数である。u はたがいに独立でありかつ x の値とも独立である。さらに $u \sim N(0, \sigma^2)$。

〔仮定4〕 攪乱項 u の標準偏差は，x の値のいかんをとわず一定である。（分散斉一性の仮定）

〔仮定5〕 回帰分析を通じて獲得された結果は，x の観測範囲内でのみ有効である。

〔仮定1〕，すなわち，線形性の仮定については，まず，分析の準備段階でスキャッター・グラフをえがくことが重要である。観測値に直線をあてはめることができるかどうかは，直観的にではあるが，この方法によってもっとも容易に把握することができる。スキャッター・グラフによって観測値に直線をあてはめることが困難である状況でも，技術的には最小自乗法によって当該観測値に対してもっとも適合する直線をあてはめることは可能であるので，この作業は不可欠なのである。

ついで，〔仮定1〕に関しては次のことに注目したい。すなわち，原価方程

れる他のどのような推定量よりも a がもっとも推定されるパラメータ α に関する情報をしめしていて，追加的な情報を a 以上に提供しきれないのである。

上記の仮定に加えて，誤差項の正規性を仮定すれば，最小自乗推定量はさらに最適なものになる。観測値が，$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，……，$(x_n,\ y_n)$ という値をとる確率が最大になるのが，α，β が a，b という値をとる時である場合，このような推定量のことを最尤推定量という。誤差項が正規分布する場合，尤度関数は，

$$L=(2\pi)^{-n/2}\sigma^{-n}\exp\{-\Sigma-\alpha-\beta x)^2/2\sigma_2\}$$

$$-\log L=n\log(2\pi)/2+n\log\sigma+\Sigma(y-\alpha-\beta x)^2/2\sigma^2$$

L が最大となるのは，$n\log(2\pi)/2$，$n\log\sigma$ が一定であるから，$\Sigma(y-\alpha-\beta x)^2$ が最小の時である。ゆえに，仮定がすべてみたされている場合には，最小自乗推定量は最尤推定量となる。

式獲得のための基礎データ，つまり母集団から抽出された標本（観測値）がほとんどの場合，時系列データであることである。しかるに，われわれの〔仮定4〕では，分析上では観測値は時系列データではないとみなしているのである。時系列データをもとに回帰分析を行なう場合，一般に単純線形回帰モデルを適用することには問題があるとされている。(27) このような問題があるにもかかわらず線形性の仮定を設けるのは，特に獲得された原価方程式の操作性を考慮してのことである。さらに，操作性の問題や，測定上の誤差を別としても，実際には厳密な直線関係が存在せずとも直線をあてはめることに意義が認められるという状況では，線形性の仮定自体を厳密に考える必要はないように思われる。

〔仮定2〕，〔仮定3〕，〔仮定4〕はそれぞれ，確率変数である y と u の母集団に関する仮定である。これらの仮定をおいてはじめて，われわれは分析を開始することができる。〔仮定2〕，〔仮定3〕は，回帰分析によって，回帰直線を推定する作業だけを考えるのであれば不必要なものである。しかし，信頼限界についても言及しようとするなら，観測値 y は正規分布にしたがうと仮定しなければならない。なお，〔仮定3〕のうち，$E(u_i)=0$ はそれほどきつい仮定ではないことをのべておこう。$E(u_i)=\mu\neq 0$ とすれば，

$$
\begin{aligned}
E(y_i) &= E(\alpha+\beta x_i+u_i)\\
&= E\{(\alpha+\mu)+\beta x_i+(u_i-\mu)\}
\end{aligned}
$$

ここで $(\alpha+\mu)$ を定数項，$(u_i-\mu)$ を攪乱項と考えれば，$E(u_i-\mu)=0$ となるからである。

〔仮定4〕が成立しない状況は分散非斉一（heteroscedasticity）とよばれる。分散が非斉一の場合には，(17)式から明らかなように，回帰の標準偏差をもとめる式は無意味となる。分散が非斉一であるかどうかの検定を行なうことは困難である。なぜなら，分散非斉一の場合に検定を行なうには（通常，獲得不能な）比較的多量の観測値が必要だからである。(28) しかし，分散非斉一の状況は原

(27) 河原〔21〕p. 10.

(28) 「この検定は観測値ごとにその実際値の分散を $\hat{y}_i$ のまわりで計算することによって行なわれる。この際，十分な数の観測値が存在しなければ分散を算出してそれら

価の動きを操業度を代表する測定尺度で説明しようとする場合には一般的である。そこでは，分散斉一となるようにデータを修正する方法を講じねばならない。

最後の〔仮定5〕は，回帰分析の結果を会計的にどのように解釈するか，つまり固定費のもつ意味にかかわる興味深い仮定である。従来，会計では獲得された回帰方程式を用いて，独立変数がゼロの値をとるものとした場合（通常，ゼロ操業時の観測値は獲得不能であるが）にえられる従属変数 y の推定値を固定費と解釈して使用することが多かった。回帰分析の分析対象である原価が費目原価であるか部門原価であるか，それとも総原価であるかによって，考慮すべき事項には若干の相違がある。しかし，観測値にゼロ操業時のデータが存在しないかぎり，ゼロ操業を回帰方程式上で想定し，原価推定値をえるという外挿法の適用は強くいましめられるべきである。この意味でわれわれは〔仮定5〕を，回帰分析の誤まった使用がなされてはならないという警告としてうけとらねばならない。したがって，従来議論されてきたようにパラメータ推定値 a を固定費と考えることは上記のような手続でえられた推定値が負の値をとろうとも，たとえ正の値であっても，すべて無意味である。なお，次章でのべる重回帰分析の場合には，独立変数の数が複数となり，観測値の存在領域が多次元空間であらわされることになるので，外挿法が適用される危険性が増大するから特に注意すべきである。

〔仮定3〕のうちで仮定された攪乱項相互の独立性が侵犯される状況が実際には存在するだろう。原価と独立変数間で，実際には線形であらわせない関係が存在するにもかかわらず，線形関数をあてはめた場合，独立変数値が大きくなれば，攪乱項もそれに応じて増加する傾向がある[(29)]場合などがこの状況にあてはまる。このように攪乱項が互いに独立できない状況は自己相関（autocorrelation）あるいは系列相関（serial correlation）とよばれる。自己相関が存

を比較することはできない。」

Dopuch *et. al.* [6] pp. 78–79.

(29) *Ibid.*, [4] p. 80.

在する場合，スキャッター・グラフに観測値をプロットし，回帰直線をそれに重ねると，データは回帰直線を中心として波形にうねっているようにあらわれる。[(30)]「回帰分析が，季節的変動（seasonality phenomena）が存在するかどうか不明瞭な原価に対して適用された場合，観測値がただ単に自己相関の影響をうけているだけなのに，あたかも季節的変動を呈示しているかのように誤解される場合がある[(31)]」ので注意すべきである。

また，自己相関が存在する場合には，標準誤差と有意性判定の公式は，近似式としても適用できなくなるので，誤差項（母集団回帰直線からの観測値 y の偏差をいう）が実際に，確率変数であるかどうかを確認することは非常に重要な問題である。一般に，誤差項 ε_i の自己相関は，残差項 u_t に反映されると考えられる。そこで自己相関の検定には，ダービン＝ワトソン比（Durbin-Watson ratio）d が使用される。[(32)]

u_t を期間 t の残差項，つまり，

$$u_t=\hat{y}_t-y_t \quad (t=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ m)$$

としたとき，d は次式でもとめられる。

$$d=\sum_{t=2}^{m}(u_t-u_{t-1})^2\Big/\sum_{t=1}^{m}u_t^2 \qquad (19)$$

一般に，確率変数 x_i で $E(x_i)=0$，$E(x_i^2)=\sigma^2$ なら，$E(x_i-x_j)^2=2\sigma(i\neq j)$

(30)　下図のような状況が自己相関があらわれていることを示している。

このように，スキャッター・グラフは自己相関の有無を確認するのにも使用できる。

(31)　Corcoran［5］p. 62.

(32)　ダービン＝ワトソン検定は自己相関がなり，つまり Cov$(u_t,\ u_{t-\theta})=0$ という仮定のもとでモデルを推定し，その仮説が棄却できるかどうかを検定するものである。θ は1を想定する（つまり，前期のデータとの相関を考える）のが通常であり，この検定もまた $\theta=1$ の場合を対象としている。宮川［23］pp. 169–173 を参照せよ。

である。したがって，残差項が相互に独立なら，d の値は2であり，正の自己相関がある場合には2より小さくなる。負の自己相関が存在することはまれであるが，その場合には，$4 \geq d > 2$ となる。(以下では負の自己相関については考えない。)

y_t の値が y_{t-1} の値と独立でなければ，残差項 u_t と u_{t-1} とは独立ではない。つまり，$u_t = pu_{t-1}$＋誤差（ここで $|p|<1$）とした時に，$p=0$ なら，y の値の独立性が明らかになり，残差項もたがいに独立となる。そこで，帰無仮説 (null hypothesis) $H_0: p=0$, 対立仮説 (alternative hypothesis) $H_1: p>0$ を設定し，ダービン＝ワトソン比の下限の有意点 d_L, 上限 d_U, と(19)式で算定される d の値を比較し，

$$\begin{cases} d \geq d_U & \text{なら，} H_0 \text{ は棄却できない} \\ d_L < d < d_U & \text{なら，検定は不能} \\ d \leq d_L & \text{なら，} H_0 \text{ は棄却される} \end{cases}$$

という結論を導くのである。(33)

以上の検定手順によって，自己相関の存在の有無を決定する。$d \leq d_L$ の時には，後述の方法によっても自己相関が解消されなければ，時系列データを最小自乗法が適用できるように修正する必要があろう。この修正が行なわれなければ，回帰係数の信頼限界をもとめることは適当ではない。また，ダービン＝ワトソン比を使用する時，信頼するにたる結果を獲得するためには，標本の大きさが50以上必要であることにも注意すべきである。(34) 自己相関は，モデルに新たな変数を導入したり，変数変換を行ったり，あるいはダミー変数 (dummy variable) を導入することによって解消されることもある。(35) 上記のダービン＝

(33)　5％有意水準での d_L, d_U の値を表にしたのが表2である。なお，n は観測値数，k' は独立変数の数である。表2は，Durbin and Watson [7] p. 173 から引用した。

(34)　Corcoran [5] p. 62.

(35)　*Ibid.*, pp. 62–63.

たとえば，変数変換については佐和・前川 [29] pp. 31–32, ダミー変数の利用については，Benston [1] pp. 666–667. を参照せよ。

表2　5％有意水準での d_L, d_U

n	$k'=1$		$k'=2$		$k'=3$		$k'=4$		$k'=5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
16	1.10	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73	0.74	1.93	0.62	2.15
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.90	1.71	0.78	1.90	0.67	2.10
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69	0.82	1.87	0.71	2.06
19	1.18	1.40	1.08	1.53	0.97	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
20	1.20	1.41	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67	0.93	1.81	0.83	1.96
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66	0.96	1.80	0.86	1.94
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66	0.99	1.79	0.90	1.92
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.10	1.66	1.01	1.78	0.93	1.90
25	1.26	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
26	1.30	1.46	1.22	1.55	1.14	1.65	1.06	1.76	0.98	1.88
27	1.32	1.47	1.24	1.56	1.16	1.65	1.08	1.76	1.01	1.86
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65	1.10	1.75	1.03	1.85
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.20	1.65	1.12	1.74	1.05	1.84
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
31	1.36	1.50	1.30	1.57	1.23	1.65	1.16	1.74	1.09	1.83
32	1.37	1.50	1.31	1.57	1.24	1.65	1.18	1.73	1.11	1.82
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.65	1.19	1.73	1.13	1.81
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65	1.21	1.73	1.15	1.81
35	1.40	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65	1.22	1.73	1.16	1.80
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65	1.24	1.73	1.18	1.80
37	1.42	1.53	1.36	1.59	1.31	1.66	1.25	1.72	1.19	1.80
38	1.43	1.54	1.37	1.59	1.32	1.66	1.26	1.72	1.21	1.79
39	1.43	1.54	1.38	1.60	1.33	1.66	1.27	1.72	1.22	1.79
40	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.29	1.72	1.23	1.79
45	1.48	1.57	1.43	1.62	1.38	1.67	1.34	1.72	1.29	1.78
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
55	1.53	1.60	1.49	1.64	1.45	1.68	1.41	1.72	1.38	1.77
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
65	1.57	1.63	1.54	1.66	1.50	1.70	1.47	1.73	1.44	1.77
70	1.58	1.64	1.55	1.67	1.52	1.70	1.49	1.74	1.46	1.77
75	1.60	1.65	1.57	1.68	1.54	1.71	1.51	1.74	1.49	1.77
80	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
85	1.62	1.67	1.60	1.70	1.57	1.72	1.55	1.75	1.52	1.77
90	1.63	1.68	1.61	1.70	1.59	1.73	1.57	1.75	1.54	1.78
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73	1.58	1.75	1.56	1.78
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78

ワトソン比を用いた検定で結果が不能な場合には，試みられてしかるべきである。

以上，回帰分析の適用にあたって考慮しなければならない諸仮定について説明を加えてきた。次節では，それらのいくつかについてさらに詳細に検討を加えていくことにする。

第6節　分散共分散マトリクスの利用と信頼区間の公式

前節までの議論では，観測値はすべて，その母集団から抽出された標本であることを明示せずに説明を行なってきた。一般回帰分析では，パラメータの母集団は $\boldsymbol{\beta}\left(=\begin{bmatrix}\beta_0\\ \beta_1\end{bmatrix}\right)$ であり，観測値 y は次式でしめされる母集団から抽出された標本であると考える。

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X\beta}+\boldsymbol{\epsilon}\quad(\boldsymbol{\epsilon}\text{ は誤差項の }\boldsymbol{n}\times 1\text{ ベクトル})\tag{20}$$

誤差項は前述した残差項と密接に関連するが同一のものではない。つまり，誤差項が母集団回帰直線からの観測値の偏差であるのに対して，残差項は推定回帰直線からの観測値 y の偏差なのである。誤差項と残差項の混乱を防ぐため，以下では誤差項を ε_t であらわすことにする。誤差項 ε_t に関しては次のことが仮定されている。

(1)　ε_t は平均0，標準偏差 σ の正規確率変数である。すなわち，$E(\varepsilon_t)=0$, $V(\varepsilon_t)=\sigma^2$ かつ，$\varepsilon_t \sim N(0,\ \sigma^2)$

(2)　ε_s は ε_t とは相互に独立（$s\neq t$）で，かつ $\varepsilon_s \sim N(0,\ \sigma^2)$

(3)　$E(\varepsilon_t\varepsilon_s)=0$ ただし，$s\neq t$，つまり，誤差項は無相関である。(36)

誤差項の分散が σ^2 であることをマトリクス表示すれば次のようになる。(37)

$$E(\varepsilon\varepsilon^T)=\sigma^2 I\tag{21}$$

(1)，(2)から明らかなように，独立変数の値のいかんにかかわらず，それぞれの誤差項の分散が等しい（$=\sigma^2$）ことは前述の分散斉一性を意味する。σ は未知であるので，推定に際してはわれわれはその代用物として，モデルが正しいと仮定した上で，標本分散（sampling variance）$\hat{S}^2_{y\cdot x}$ を使用し，近似計算を行なってきたのである。

---

(36)　$E(\varepsilon_s\varepsilon_t)\neq 0$ のときには，自己相関が発生している。
Corcoran［5］p. 64.

(37)　(21)式については安川[32] p. 208 をみよ。

パラメータの母集団値 $\boldsymbol{\beta}$ とその推定値 $\hat{\boldsymbol{\beta}}\left(=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}\right)$ の間には次のような関係が存在する。

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}}&=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}\\&=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-}\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\epsilon})\quad(\because(20)\text{式より})\\&=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})\boldsymbol{\beta}+(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\epsilon}\\&=\boldsymbol{\beta}+(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\epsilon}\end{aligned}\tag{22}$$

推定値 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ の分散は次のようになる。

$$\begin{aligned}V(\hat{\boldsymbol{\beta}})&=E[(\boldsymbol{\beta}-\hat{\boldsymbol{\beta}})(\boldsymbol{\beta}-\hat{\boldsymbol{\beta}})^T]\\&=E[(\boldsymbol{\beta}-(\boldsymbol{\beta}+(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\epsilon}))(\boldsymbol{\beta}-(\boldsymbol{\beta}+(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\epsilon}))^T]\\&=E[((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\varepsilon})((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\varepsilon})^T]\\&=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T)\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\\&=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\sigma^2\boldsymbol{I}\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\quad(\because(21)\text{式より})\\&=\sigma^2(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\quad(\because\sigma\text{ はスカラー})\\&=\sigma^2(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\ \text{(38)}\end{aligned}\tag{23}$$

σ^2 は未知なので，その推定量 $\hat{S}^2_{y\cdot x}$ を使用すると，

$$V(\hat{\boldsymbol{\beta}})=\hat{S}^2_{y\cdot x}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\tag{24}$$

(24)式の結果を分散共分散マトリクス（variance-covariance matrix）といい，以下では V であらわすことにする。

$$V=\hat{S}^2_{y\cdot x}(X^TX)^{-1}=\text{分散共分散マトリクス}\ \text{(39)}\tag{25}$$

X の行ベクトルを $\boldsymbol{x}_i(=[1\quad x_i])$ とすると，$\hat{y}=\boldsymbol{x}_i\hat{\boldsymbol{\beta}}$ であるから，推定値 $\hat{y}$ の分散は，

$$V(\hat{y})=V(\boldsymbol{x}_i\hat{\boldsymbol{\beta}})=\boldsymbol{x}_iV\boldsymbol{x}_i^T\tag{26}$$

---

(38) (23)式は次のように書きあらわせる。

$$V(\hat{\boldsymbol{\beta}})=\frac{\sigma^2}{n\Sigma(x-\bar{x})^2}\begin{bmatrix}\Sigma x^2 & -\Sigma x\\ -\Sigma x & x\end{bmatrix}$$

(39) 分散共分散マトリクスの要素は以下にしめすとおり。

$$V=\begin{bmatrix}V(a) & \mathrm{Cov}(a,\ b)\\ \mathrm{Cov}(a,\ b) & V(b)\end{bmatrix}$$

(26)式は次のようにもあらわされる。

$$V(\hat{y})=\hat{S}^2{}_{y\cdot x}\left[\frac{1}{n}+\frac{(x-\bar{x})^2}{\Sigma(x-\bar{x})^2}\right] \tag{27}$$

それでは，分散共分散マトリクスがいかに有用であるかをしめすことにしよう。表1のデータから(25)式であらわされる分散共分散マトリクスをもとめると次のようになる。

$$\boldsymbol{V}=\hat{S}_{y\cdot x}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}=\begin{bmatrix}730.569 & -9.8667\\ -9.8667 & 0.129399\end{bmatrix}$$

(25)式から，たとえば $x=55$ とすれば，

$$V(\hat{y})=[1\quad 55]\boldsymbol{V}\begin{bmatrix}1\\55\end{bmatrix}=86.66$$

したがって，$x=55$ の時の信頼限界は次のようになる。

$$\hat{y}\pm t_{n-2,\alpha/2}\sqrt{V(\hat{y})}=56.886+3.25\times 55\pm 2.228\sqrt{86.66}$$

係数 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$(a と b) のそれぞれの標準偏差は，分散共分散マトリクスの主対角要素の平方根をとればもとめられる。固定費(a)の標準偏差は $\sqrt{78.569}=27.94$ (単位1,000ドル)，変動費率 (b) の標準偏差は，$\sqrt{0.129399}=0.36$ である。当然のことであるが，係数の標準偏差はその値が小さければ小さいほど，係数の信頼性が増大する。

操業度が1単位変動した場合の限界原価の値は，$\hat{y}$ の第1次導関数をとればもとめられる。

$$\frac{d\hat{y}}{dx}=b=3.25$$

限界原価の95%信頼限界は次のようになる。

$$3.25\pm 2.228\times 0.36=\{2.44792,\ 4.05208\}$$ [40]

(40)　y の個々の推定値についての信頼限界は，

$$\hat{y}\pm t_{n-2,\alpha/2}\sqrt{V(\hat{y})-\hat{S}^2{}_{y\cdot x}}$$

この信頼限界に関する理論的解釈については注24をみよ。Corcoran [5] p. 66, *fn.* 4.

この場合にも，サンプルサイズが大きければ（$n \geq 30$），サンプルが正規分布するとみなして信頼限界を算出することができる。

「標準誤差（本稿でいう回帰偏差のこと……筆者注）によって推定値の信頼性を測定しようとする場合，……，この標本は母集団から抽出された1つの標本にすぎず，多様な標本を同じ母集団から抽出できるのであって，これらの異なる標本を用いるとき，同じ回帰線がえられるとは考えられないので，回帰分析に標本誤差を避けることはできない。そこで，推定値 a，b に関する標準誤差の測定の問題とこれらの推定値にもとづいてなされる統計的推論を考察する必要がある。[41]」

分散共分散マトリクスはまた，後者の回帰分析の結果の検定にも使用できる。回帰直線が母集団に適合しない場合には，母集団回帰線 $E(Y|X)=A+BX$ の傾きは0（すなわち，$B=0$）となると考えられる。帰無仮説 $H_0: B=0$ と対立仮説 $H_1: B \neq 0$ を設定する。95％信頼水準のもとで，自由度 $n-2=10$ の t 値は ±2.228 であり，これと次式でもとめられる検定統計値 t とを比較するのである。

$$t=\frac{b-B}{\sqrt{V(b)}}=\frac{3.2474-0}{0.36}=9.02 \tag{28}$$

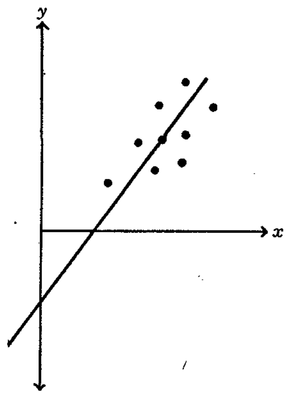


図　4

(41)　豊島［31］pp. 135-136.

この場合，t 値が規準値2.228をこえるので，帰無仮説は棄却され，X と Y の間に線形関係は存在しないという考えは棄てざるをえない。(42)

同様の方法で，y 切片の t 検定を行なうことは技術的には可能である。しかしながら，このような検定は，観測値に y 軸上の数値が含まれる場合（通常，このような観測値は存在しない）をのぞいて実質的には無意味である。つまり，y 切片の t 検定は，回帰分析への外挿法の適用にほかならないのである。特に図4のように回帰直線の y 切片がマイナスの値をとる時には，回帰直線は観測範囲内の原価額を予測することのみに有効である。ところで，統計学で外挿法の適用を強くいましめることは，会計における有効操業圏 (relevant range) の概念と相通じるところがある。回帰直線の y 切片がマイナスの値をとることは，本来，固定費の範疇に属する原価項目を会計的な種々の制約によって変動費のごとく処理する（たとえば，減価償却費を産高基準で処理するとか，固定費を何らかの基準によって部門へ配賦するなどが考えられる）結果，変動費率が過大評価されたと解釈できなくはない。したがって，このような状況は，コーコランの指摘するように，会計データをまずラフに固定費，変動費，および準変動費に分解し，しかるのち，回帰分析を変動費および準変動費に対して適用することが回帰分析を行なうにあたって有意義であることを示唆するものである。(43)

第7節　分散分析と F 検定

回帰直線の検定には前節で説明した t 検定以外に F 検定がある。t 検定は係数ごとに原価方程式を検定する方法であるが，F 検定は F 分布の特性を利用して係数全体で推定式のすべてを検定する方法である。

回帰方程式が母集団に適さない場合には，傾き（回帰係数）はゼロになると

(42)　サンプルサイズが30をこえるときには，当該サンプルの母集団は正規分布するものとみなして，統計量 $z=(b-B)/\sqrt{V(b)}$ を検定に使用できる。Corcoran［5］p. 67. *fn*. 6.

(43)　*Ibid*., p. 67. なお，コスト，ビヘイビアの把握の上で重要となる検討方針についての記述がコーコランの接近法とは若干異なるが豊島［31］pp, 116-121. にある。

考えられる。つまり,

$E(b)=\beta_1=0$ (β_1 は b の母集団値)

しかし,回帰方程式が母集団の様子を的確にあらわしていればいるほど,誤差変動が減少し,相対的に回帰変動が増加する。誤差変動,回帰変動をそれぞれの自由度で除した分散の値は平均平方 (mean square; 不偏分散ともいわれる) とよばれる母集団分散の推定値である。誤差変動の不偏分散で回帰変動のそれを除した値が F値 (F-ratio) とよばれるものである。F 値からわれわれは次にしめす事項を知ることができる。

(1) F 値は,誤差変動の分散推定値の何倍くらい回帰変動の分散推定値があるかを測定する。

(2) F 値が上昇する可能性があるかどうかの決定を行なうことを可能にする。(44)

通常,F 値の計算を容易にするために分散分析表 (analysis of variance

表3 分散分析表 (ANOVA)

変動要度	自由度	平方和	不偏分散
回帰変動 (R)	m	$SSR=\Sigma(\bar{y}-\hat{y})^2$	$MSR=SSR/m$
誤差変動 (E)	$n-m-1$	$SSE=\Sigma(\hat{y}-y)^2$	$MSE=SSE/(n-m-1)$
全変動 (T)	$n-1$	$SST=\Sigma(\bar{y}-y)^2$	$MST=SST/(n-1)$

m;独立変数の数 n;観測値数

表4 分散分析表

変動要因	自由度	平方和	不偏分散
回帰変動	1	27,611.00	27,611.00
誤差変動	10	3,388.00	338.80
全変動	11	30,999.00	2,818.09

table; ANOVA) が作成される。表3がそのひな型である。表4は表1のデータをもとに作成した分散分析表である。F 値を計算すると,

$$F=\frac{MSR}{MSE}=\frac{27,611}{338.8}=81.50 \qquad (29)$$

(44) Corcoran [5] p. 68.

5％棄却域を設定する場合の F の規準値は，

$$F_{1,10}=4.96$$

である。われわれの計算例では，$F>F_{1,10}$ なので帰無仮説 $H_0: \beta_1=0$ は棄却され，観測値は母集団から抽出されたものと結論される。このように，F 検定は全体的に回帰直線のあてはまりのよさ（goodness of fit）を測定するのである。F 検定は，たとえば，「操業度は5％棄却域で有意であった」とか「予測方程式に95％の信頼性がある」とかというような確率的状況について言明できるという点で，ただ単に変数間の関連の度合を測定する統計値である決定係数よりもすぐれたものである。

第8節　回帰分析のコンピュータプログラム

前節までで説明してきた回帰分析を実行するコンピュータプログラムをコーコランはしめしている。[45]これは高級言語BASIC（Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code）で書かれたもので，彼自身が指摘・強調するように，(1)独立変数が2つ以上の場合の回帰分析（次節でのべる重回帰分析）にも適用でき，また，(2)必要ありと認められた場合には種々の関数でもって回帰分析を行なうこともできる。[46]後者の場合には変数変換を行なって，当該関数を線形に変換してから，$\hat{\beta}=(X^TX)^{-1}X^TY$ が使用できるように仕組まれている。[47,48]「BA-

(45)　*Ibid.*, pp. 70–74.

(46)　例えば，次のような処理をほどこすことにより，線形変換が可能となる。

	関数	データの修正
1	$y=b_0+b_1x+b_2x^2$	x，x^2 を x_1，x_2 として処理
2	$y-ax^b$	$\log y=\log a+b\log x$
3	$y=ae^{bx}$	$\ln y=\ln a+bx$
4	$y=a+\dfrac{b}{x}$	$y=a+b\left(\dfrac{1}{x}\right)$
5	$y=\dfrac{1}{a+bx}$	$\left(\dfrac{1}{y}\right)=a+bx$

Ibid., p. 70.

2は第6章で取扱う習熟曲線モデルをあらわすのに使用される関数形である。

(47)　*Ibid.*, p. 70.

SIC ではサブルーチンと主プログラムとは直接関連していて，サブルーチンの独立性はほとんどない」[49] ためその一部分をとりだして説明することは非常に困難である。そこで，本節までの記述を理解した上で，彼のプログラムをいくつかの参考文献[50]を使って検討していただきたい。BASIC は非常に理解が容易科学計算用の言語であり，FORTRAN を学習したものであれば短時間で理解なできるものである。ただ，本プログラムを実行する際には，言語にコンパイラ間で著しい相違があるので注意すべきである。なお，補章において筆者が作成した重回帰分析のプログラムをしめしておく。

結　　び

以上，単純回帰分析をコスト・ビヘイビアの分析に使用しようとする場合について概略をのべてきた。回帰分析は他の歴史的原価資料を基礎にするコスト・ビヘイビア分析技法の欠点を補い，かつそれらの長所をもあわせもつすぐれた技法である。さらに回帰分析は，その実施によってもとめた回帰方程式の信頼性を測定することが可能であるという他の技法にはない長所をもつコスト・ビヘイビア分析技法であることも知りえたのである。しかしこの長所が回帰分析の限界となる。すなわち，回帰方程式の信頼性について言明を行なうためには，回帰分析に使用される観測データは第2章でのべたさまざまな条件にかなった上でさらに，一定の統計的仮定を満たす必要があるからである。特に統計的仮定を満足することは，ときとして非常に困難である。ただしわれわれはこのことをもってコスト・ビヘイビアの分析に回帰分析を適用することを断念すべきではない。むしろ，回帰分析を使用してコスト・ビヘイビアの明確な

---

(48)　線形変換のプログラムは，当該プログラムに追加される必要がある。

(49)　田中 [20] p. 9.

(50)　次のものを参照されたい。

Kemeny, J. G. and T. E. Kurtz, *Basic Programming*, John Wiley and Sson, Inc., 1967.（森口繁一監訳，尾崎義雄・神山武訳「ベーシック入門」，共立出版，1971.），味村重臣・岡田擁彦・渡辺美枝著「入門 BASIC」，オーム社，1971.，田中 [20].

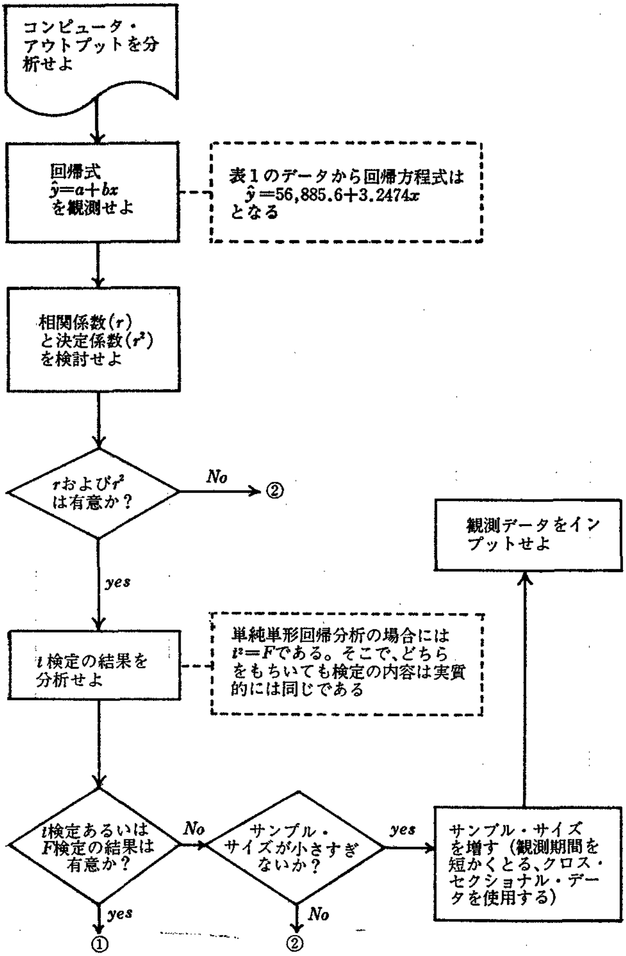
把握を行なうために，会計的手続を再検討しその不備である点を改良していくようなアプローチをとるべきなのである。単純回帰分析の特徴を以下に一覧表にしておく。技法の限界を知ることは，その誤りのない適用を行なうためには不可欠の作業なのである。

最後に本章をまとめる意味で単純回帰分析を行なった結果えられる回帰方程式を経営管理活動に使用することを支持するかどうかを決定する手順をフロ

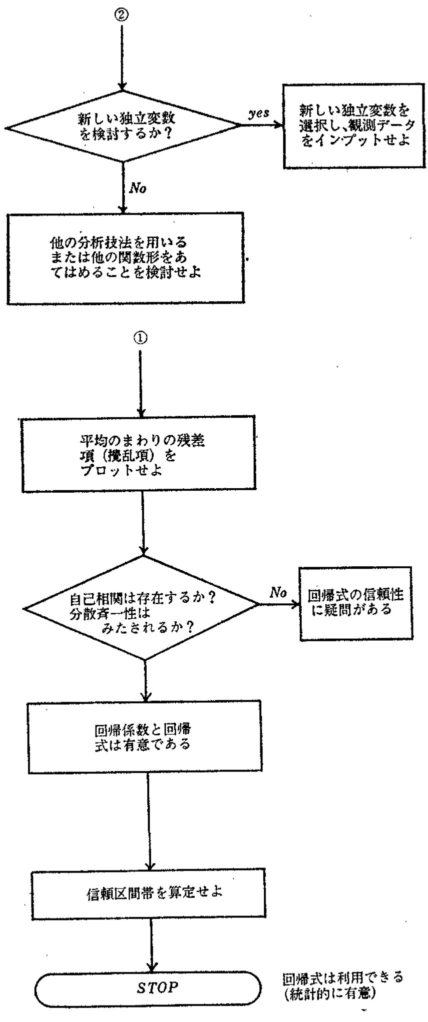
コスト・ビヘイビア分析技法			特　　徴	長　　所	短　　所	問題点	適用領域
過去の観測データに基づく方法	回帰分析	単純回帰分析	撹乱項の自乗和が最小になるように予定した関数のパラメータの推定値を確定する	他の過去の観測データに基づく方法の長所をあわせもつ 観測データに対する回帰線のあてはまりのよさを測定できる。	コンピュータのパッケージプログラムが利用できるため，一定の要件をみたさない観測データがインプットされても（実際には意味のない）回帰方程式がもとまるので，誤用の危険がある。 分析結果が有効なものとなるには，モデルの比較的きつい仮定を満足しなければならない。 他の技法との比較では計算が若干複雑である。	モデルの制約をゆるめても，有用な結果がえられるようにするには，どうすればよいのか。 回帰の結果を業績評価に用いる場合，それにいかにして規範性を与えればよいのか。	適用領域観測データが多数存在し，それらが一定の要件をみたしている場合には，どのような対象にでも適用できる。
		重回帰分析			次章を参照せよ。		

(51)　このフローチャートは Cerullo [3] p. 41 を参考にして筆者が書きかえたものである。

ー・チャートの形式でしめしておく。[51] これから，回帰分析からのアウトプットの利用の仕方が明らかになるだろう。ただし，このフロー・チャートでは回帰分析のコンピュータ・プログラムにインプットされる観測データが具備すべき諸要件については触れていない。再三指摘しているように観測データが分析にたえる一定の要件を満たしていないければ，分析結果は何らの意義ももたない



ものとなってしまう。次章では重回帰分析を検討するが，ここでの中心論点もやはり観測データの有すべき要件についてのものである。



回帰分析のフロー・チャートによる解釈

第4章　コスト・ビヘイビア分析技法の検討(Ⅲ)
—重回帰分析—

第1節　重回帰モデル

種々の意思決定状況では，信頼できる原価数値の存在することが不可欠である。本章では，複数の独立変数で原価の変動を説明する統計的方法である重回帰分析をとりあげ，その概要，適用にあたっての問題点，およびその限界について検討する。

重回帰分析は，「複数の独立変数がある場合に単純回帰分析の概念を拡張したものである。[(1)]」したがって，単純回帰分析の場合と同様に攪乱項の平方和をとり，それを最小化するという最小自乗法を適用すれば，たとえば2変数回帰のときの正規方程式はつぎのようになる。[(2)]

最小化 $E=\sum u_i^2=\sum(y-\hat{y})^2$

$$=\sum(y_i-b_0-b_1x_{i1}-b_2x_{i2})^2$$

$$(\hat{y}=b_0+b_1x_{i1}+b_2x_{i2})$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_0}=\frac{\partial E}{\partial b_1}=\frac{\partial E}{\partial b_2}=0$$

$$\begin{cases}\sum 2(y_i-b_0-b_1x_{i1}-b_2x_{i2})(-1)=0\\ \sum 2(y_i-b_0-b_1x_{i1}-b_2x_{i2})(-x_{i1})=0\\ \sum 2(y_i-b_0-b_1x_{i1}-b_2x_{i2})(-x_{i2})=0\end{cases}$$

---

(1)　Corcoran ［5］ p. 75.

(2)　観測値数を n，独立変数を $x_i(i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ k)$，回帰係数を $b_i(i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ k)$，定数項を b_0 とすれば，正規方程式の一般の一般形は，

$$\begin{cases}b_0n+b_1\Sigma x_1+\cdots\cdots+b_k\Sigma x_k=\Sigma y\\ b_0\Sigma x_1+b_2\Sigma x_1^2+\cdots\cdots+b_k\Sigma x_1x_k=\Sigma x_1y\\ \quad\vdots\qquad\qquad\vdots\qquad\qquad\qquad\vdots\qquad\qquad\vdots\\ b_0\Sigma x_k+b_2\Sigma x_1x_k+\cdots\cdots+b_k\Sigma x_k^2=\Sigma x_ky\end{cases}$$

となる。

この式を整理すると，

$$\begin{cases} b_0 n + b_1\Sigma x_1 + b_2\Sigma x_2 = \Sigma y \\ b_0\Sigma x_1 + b_1\Sigma x_1^2 + c_2\Sigma x_1 x_2 = \Sigma x_1 y \\ b_0\Sigma x_2 + b_1\Sigma x_1 x_2 + b_2\Sigma x_2^2 = \Sigma x_2 y \end{cases}$$

（添字は省略）

となる。ここで注目してほしいのは，独立変数の数が増しても従属変数値 y およびその平均 $\bar{y}$ の値は不変であることである。そこで，単純回帰分析でもとめた全変動，回帰変動，および誤差変動の数値は同じ観測値に重回帰分析を適用した場合には不変である。正規方程式をマトリクス表示すれば単純回帰分析の場合と同様に $\hat{\boldsymbol{\beta}}=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}$ となる。

期間をくぎって原価の発生額を推定しようとする時，期間ごとに原価の発生に影響を与える諸要因の強度は当然異なるのであり，ある期間には作用するが他の期間には作用しないような要因も存在するであろう。そこで原価の態様を単一の変数にあとづけて把握することが困難であるような状況下では，原価に作用すると思われる複数の要因にあとづけてコスト・ビヘイビアを検討することの意義が見出せるのである。Benston は，監督者は非現実的なデータを軽視する傾向があるという実証結果(3)をふまえて，実際のコスト・ビヘイビアを単純化してあらわすよりも，現実をよりよく写像すると思われる複数の独立変数を考慮する重回帰分析を使用するほうがすぐれていると指摘している(4)。

第2節　重回帰分析の実施にともなう諸問題(a)

重回帰分析の結果として獲得される原価推定値が信頼しうるものとなるためには様々な条件がととのっていなければならない。そこで本節では分析される観測データが具備していなければならない要件を考慮するとともに，コスト・

(3) Simon, H. A., H. Guetzkow, G. Kozmetsky, and G. Tyndall, *Cenralization versus Decentralization in Operating the Controllers Department,* The Controllership Foundation, 1954.

(4) Benston [1] p. 659.

ビヘイビアの把握を原価集計目的と考えた場合，つまりコスト・ビヘイビアの把握を正確に行なうことこそが会計において重要な方針であると考えた場合に，現状の原価計算システムはいかなる欠陥を有しているのかもできるかぎり検討してみたい。本節は前節1.4とその内容が若干重複する部分があるが，そのことをことわっておきたい。さらに本節の記述は Benston によるところが大きい。

2-1 原価記録のタイムスパン

(a)選択されたタイムスパンはそのタイムスパンの間に生産されたアウトプットと，その生産によって生じた原価を対応させる原価記録手続が行なえるだけの長さがなければならない。(5)

たとえば，生産量が日次に測定されているとしても，消耗品や補助材料の記録がそれらの項目の重要性と記録手続の簡略化を考慮して1週間単位で行なわれるのであれば，これら費目のコスト・ビヘイビアの分析は1週間単位の観測データを使用せざるをえない。コスト・ビヘイビアの詳細な分析を第一義に考えるのなら，原価記録手続をできるかぎり迅速に行なうようにしなければならない。

(b)一方，タイムスパンはその期間ごとの生産の変動を把握しうるように十分なだけ短かくなければならない。(6)タイムスパンを長くとりすぎると変動が平均化されて，本来のコスト・ビヘイビアを反映する回帰方程式をもとめることができなくなるのである。

さらにタイムスパンの長さにかかわりなく，原価記録と操業度記録を原因結果関係での対応をそこなわないように，記録の活動に対する先行や遅延（lag）を修正あるいは調整することも不可決な要件である。

---

(5) *Ibid.*, p. 663.
(6) *Ibid.*, p. 663.

2-2　観測値数

観測データはできうる限り多数収集される必要がある。観測データの数が多いほど統計的方法である回帰分析によってもとまる回帰式の精度は高くなるのである。(7) そこで，観測データを数多く獲得するためにまず，観測期間すなわちタイムスパンを短かくとることが考えられる。これは2-1の(b)でのべた要件とも合致する。ただし，観測期間を短かくとりすぎると自己相関の問題が生じる可能性がある。

さらに観測データを多く獲得するには，クロス・セクショナル・データ（cross-sectional data）を利用することも考えられる。しかしこの場合には，それぞれの観測データが相互に同質的である必要がある。このような同質的なクロス・セクショナル・データは，たとえば地域別事業部制を採用している企業では比較的入手可能であると思われる。(8) もちろん各事業部の経営活動が，その規模は別としても同質的であるか否かを入念に検討し，必要な場合にはデータを修正して同質性をたもつようにする必要がある。

2-3　観測値の範囲

原価およびアウトプットの観測データは可能なかぎり広範囲にわたる必要がある。(9) 観測値が期間ごとにそれほど変動しないのであれば，これら観測データ

（7）単純回帰の場合，回帰式の信頼区間帯は次式でもとめられる（前章第3節を参照せよ）。信頼区間帯に関しても，観測値数が多数存在することが望ましいことがわかる。

$$\hat{y} \pm t_{n-2,\,\alpha/2} \times \hat{S}_{y\cdot x} \times \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{\Sigma(x-\bar{x})^2}}$$

つまり，観測値数が増加するにつれて，信頼区間帯の幅が次第に狭くなるのである。重回帰の場合も同様のことがいえる。

（8）Benston は各支店からえられるクロス・セクショナル・データを用いて銀行業における原価関数を導出している。詳しくは，

Benston, G., Economies of Scale and Marginal Costs in Banking Operation, *The National Banking Review*, 1965. pp. 507–549. を参照せよ。

（9）Benston [1] p. 663.

に基づいて算出された回帰方程式によって原価推定を行なう（特に観測範囲外のアウトプットに対する原価推定）ことはあまり勧められない。クロス・セクショナル・データが同質的であることがわかっており，これらが利用できるならば観測値の範囲を拡大できる可能性はある。[10] ただし（2-2）でのべたようにクロス・セクショナル・データを使用する場合には十分注意を払わなければならない。先ほどのべた例で，各地域事業部の活動領域（アウトプット量で測定される）が比較的広範囲にわたっていて，ここで説明している要件を満たしている場合にでも，活動量の規模はしばしば経営構造を変化させるので，観測データが同質的であるか否かを慎重に検討すべきである。なおここで行なっている議論ではアウトプットに部門の総原価をあとづけ，このコスト・ビヘイビアを分析しようとしているという状況を想定している。そこで，原価費目のビヘイビアを直接作業時間などのインプット基準のもとで考えるとか，部門の総原価を本節でのべる重回帰分析におけるように複数の変数で説明しようとする時には，クロス・セクショナル・データの利用についてはさらに別の角度から十分な考察を行なう必要があるだろう。

2-4 原価作用因の特定化

原価に影響をあたえるすべての要因は，これを特定化し分析に含めなければならない。[11] 原価の発生に影響をあたえるすべての要因が計量化可能なものばかりではなく，さらに計量化できる諸要因についてもそれぞれが相互に影響しあうので，独立変数の数が増すにつれて回帰分析の基礎にある，さらにその有用性を高める統計的諸仮定（のちに説明する）はすべてといってよいほど侵害されてしまうのである。そこで，重回帰分析の適用にあたっては独立変数の数を最終的には2つに限るべきであって，数多くの変数を考慮することは無意味であると主張する統計学者も少なくないということはなにも驚く事ではないので

---

(10) Dopuch *et. al.* [6] p. 71.

(11) Benston [1] p. 663.

(12) Corcoran [5] p. 76. コーコランは，統計学者 M. J. Moroney の主張に同意

ある。[12][13] このことに関する議論はここではさらに展開しない。ただ最後にのべておきたいのは，コスト・ビヘイビアの分析に使用される観測データはクロス・セクショナル・データを使用する時をのぞいて時系列データであることである。それゆえに，時の経過が原価に与える影響を，1)その代理変数をモデルに独立変数として組込むか，2)モデルのアウトプットを調整するかいづれかの方法で原価推定値に反映させる必要のあることを忘れてはならない。

2-5　上記要件が原価計算システムに与える影響

さてそれでは，ここまでにのべた4つの要件が原価計算システムにあたえるインパクトについて検討を行なうことにしよう。

まず (2-1)，(2-2)，および (2-3) から原価データの記録がいかなる長さの期間を単位として行なわれるべきかが問題となる。Benston は適切な原価記録期間は1ヶ月を越えず，できれば1週間より短かくないのが適当である[14] とのべている。原価記録期間を長くとるとアウトプットを原価の関係が平均化されて観測データ上にあらわれ，逆に期間を1週間以内に短かくとろうとしても会計手続がこれを許さないのである。彼の指摘した期間についての考え方は，コスト・ビヘイビア分析の対象が部門原価あるいは企業で発生する総原価であり，かつ既存の会計処理システムを前提として導びかれていると考えてもよいであろう。ただ，コスト・ビヘイビアを正確に把握すること（これがなされれば，この分析から得られる情報を信頼しそれをもとに種々の局面で合理的意思

するものであるとして次の文献を引用している。

Moroney, M. J., *Facts from Figures,* Penguin Books, 1967, p. 304. *Ibid.*, p. 76, *fn.* 7.

(13)　「計量分析の目的は予測であり，したがって，できるだけ2変数回帰を用いるべきである，と主張する人々もいる。」佐和・前川訳［29］p. 47. レッサーは，かかる主張の論客として Geary をあげている。Geary, R. C., Some Results about Relations between Stochastic Variables ; A Discussion Document, *Review of International Statistical Institute,* 31, 1963, pp.163 -181.

(14)　Benston［1］p. 664.

決定を行えるシステムを考える上での基礎条件の1つの確立したことになる）が，原価記録を行なう唯一の意義であると考えるのであれば，原価の記録はアウトプットの記録との間にラグが存在しないようになされるべきであるということができる。観測のタイムスパンが短かくなればなるほど，一定期間から得られる観測データの数が増すという利点があることもすでに指摘した。ただ観測値の記録のタイムスパンについてその長さが既存の原価記録システムから制約されていると考えるのではなくて，経営の全般的観点から原価項目の重要性に応じて記録のタイムスパンが区切られているのであれば，期間の長さについてはそれほど問題はない。この場合には決定された記録期間中に正確な観測値が記録されるように原価集計手続が整備されねばならない，という要請をこれらの要件が会計に対して行なうと解することができる。

次に（2-4）（すべての影響要因を分析に組込むべしという）要件についてその原価記録に対するインパクトを考えてみよう。ここで注意すべきは，すべての影響要因を分析に組込むとは，これら原価作用因をすべてモデルの独立変数とすることを意味するのではないことである。したがって，単純回帰のように単一の独立変数でコスト・ビヘイビアを説明しようとするアプローチをとることも利用目的によっては正しい選択であるということはできる。ただ，回帰式からもとまる原価推定値をそのままの形で使用することには単純回帰，重回帰のいずれを採用する場合にも問題がある。この時には，独立変数に採用したもの以外の原価作用因の影響を考慮して，もとめられた原価推定値の修正・調整を行なわなければならない。重回帰分析の場合には，たとえば部門原価のビヘイビアを分析するのであれば，アウトプット量以外に，①要素価格や生産方法の変更のような事象や，②生産が前期と比較して増加傾向にあるか減少額向にあるか，③季節変動がみとめられるかどうかといった要因を独立変数としてモデルに組込む必要がある(15)。回帰式が信頼のおけるものであるなら，原価の発生に影響に与える要因がほとんど回帰式に組込まれており，さらに操業度をあらわす変数にだけ原価の変動をあとづけることの不正確さを排除するので，こ

(15) *Ibid.*, p. 664.

の回帰方程式からもとめられる原価推定値にはほとんど手を加える必要はないものと考えられよう。重回帰分析はこのような意味で単純回帰分析よりもすぐれていると考えることもできる。

さて，重回帰分析を適用しようとするときには，独立変数としてモデルに組込まれるであろう原価作用因はそれぞれ，原価データの記録期間と同じタイムスパンで正確に測定され，それらが回帰分析においてただちに操作できるように一組にして記録されていなければならない。また，特定期間には比較的強く原価に作用するが，それ以外の期間においては作用しないかほとんど無視してもよいような要因については，このような現象が生じていることがただちに明らかになるような記録機構が原価記録のシステムに付随していることが望ましい。さらに回帰式に偏向を生じさせる異常事象についても，これが分析実施時には確認され，かかる事態の生じた期間のデータを分析から除外できるような体制も確立されていなければならない。

最後に生産量と原価との関係についてさらに検討を加えることにする。たとえば，生産が各期に相当増加したか，減少したのかを記録しておくことは，つぎのように上記のような状況を独立変数として，つまり数量化して，モデルに組込むことを可能にするのである。生産量の増大は通常超過勤務の実施や設備の利用強度を高めることで対処しうるが，生産量の減少は作業速度をおとしたり遊休時間の増加（雇用は容易であるが解雇は困難であるため）を実施することをともなう。したがって，増産による追加原価（限界原価）は減産による原価節約額より大きくなると考えられる。減産によって設備の操業を休止した場合にでも維持保全費が発生することを想起すれば，上記のことはさらに明瞭になる。これらの事実はすでにのべたように記録が相当期間蓄積されていれば，たちどころに明らかになるものである。ところで，かかる事実はダミー変数を使用すれば回帰分析で考慮できるようになる。ここでダミー変数とは，前期と比較して生産量が増大しているなら $P=1$，減少しているときには $P=0$ となる変数をいう。ダミー変数はここでとりあげた例のほかに，季節変動といった定性的な変数を説明するためにも使用できる[16]。回帰分析によってもとまるダミ

一変数の係数によって，われわれは一般に非計量的であると考えられる要因による生産量変化が原価にあたえる影響を計量的に測定できるのである。

第3節　重回帰分析の実施にともなう諸問題(b)

第2節でのべたような観測データに関する諸要件を完全に満たすことは非常に困難なことである。本節ではさらに，回帰分析を行なうにあたって観測データが具備していなければならない統計的要件について検討する。これらの要件は，観測データが前節でのべた諸要件をみたしている場合にでも達成が困難なものが多い。また前節でのべた要件を満たそうとすれば，本節でのべる統計的要件が侵害される場合もあるのである。これら要件が観測データから欠落していることは，回帰分析の会計への適用の限界にただちにつながるものである。しかし，これらの限界を克服することこそが当該技法の会計問題での使用を今以上に促進する原動力となるものと考える。それゆえ，本節での議論は会計においても本質的なものである。

3-1　測定の誤差

前節の4つの要件からも明らかなように，データを誤差なしに測定することは不可能である。回帰分析ではかかる観測誤差の存在を攪乱項としてモデルに組込んでいることをまず確認しておく必要がある[(17)]。さて測定誤差の与える影響を考察するために，攪乱項から測定誤差だけを分離できるものとしよう[(18)]。

(a)　従属変数についての測定誤差

従属変数についての測定誤差がγ，それ以外の要因をあらわす攪乱項がμであるとすれば実際観測値yは，たとえばつぎのように表わされる。

---

(16)　*Ibid.*, p. 664. *fn.* 14. 宮川［23］pp. 210-213.

(17)　変数の測定誤差を考慮に入れたモデルをエラー・モデル（error model），測定誤差をのぞいた他の原因による誤差のみをとりあげるものをショック・モデル（shock model）という。回帰モデルは一般にエラー・モデルである。

(18)　Benston［1］p. 665. 同様の記述がBierman and Dyckman［2］にもある。

$$\gamma+y=a+bx_1+cx_2+\mu$$
$$y=a+bx_1+cx_2+(\mu-\gamma)$$

したがってγは攪乱項に影響を与えるだけであるから，回帰方程式の精度はおちるものの，回帰分析の結果獲得されるパラメータの推定値には影響しない。

(b)　独立変数についての測定誤差

一方，独立変数についての測定誤差は重大である。変数x_1の測定誤差をϕで表わすと，

$$y=a+b(x_1+\phi)+cx_2+\mu$$
$$y=a+bx_1+cx_2+(b\phi+\mu)$$

となり，攪乱項が独立変数x_1とは独立でなくなる。攪乱項が独立変数から独立していない場合には，のちにのべる要件（3-3）が侵害されているのである。このことのもつ意味については後に説明するが，一般的にいうと観測データのとる値が大きくなるにしたがってこの種の測定誤差は増大する[(19)]ことになる。独立変数の測定誤差はこのように重大であるから，これら変数値の測定は従属変数のそれよりまして正確になされる必要がある。このことから，コスト・ビヘイビアの分析においては原価の正確な記録とあいまって，その記録とは通常対応が明確な形でなされない独立変数の正確な測定とその記録が行なわれる必要があることがわかるだろう。コスト・ビヘイビアの分析を容易に行ないうる原価計算システム（このシステムは意思決定目的には特に適応的である）を構築しようとする場合には，上記の指摘事項は当然考慮すべき問題の1つである。

3-2　独立変数間の相関

単純回帰の場合には問題にはならないが，独立変数が相互に密接に相関するといった事態が重回帰分析では発生する可能性がある。このような状況は重共線性（multicolinearity）と呼ばれる。コスト・ビヘイビアを機械運転時間と修繕時間とを独立変数として分析しようとする場合に，このような状況が存在することは両者について相関分析を行なうまでもなく明らかであろう。重回帰

(19)　Benston［1］p.666.

分析で重共線性が認められるときには，回帰係数のパラメータ値がしめす各独立変数の従属変数にあたえる影響は，これらを分離して計測することが困難になる。重共線性の問題は独立変数の数が増加するにつれて深刻なものとなる。そこで重回帰分析の適用にあたっては，先に指摘したように，独立変数の数をできるうる限り少なくすべしという重回帰分析の目指すところとは逆ともいえる考え方も主張されるのである。つまり，重共線性は重回帰分析の有用性を左右するほどの意味をもつ問題なのである。重共線性について検討を続けるまえに，まず消極的ではあるが，この問題を若干でも回避する具体的方法を論じてみたい。

表2のような観測データが獲得されているものとする。

表 2

年度	y 原価	x_1 機械運転時間	x_2 直接作業時間	x_3 卸売物価指数
1963	262	60	16	94.5
1964	230	55	13	94.7
1965	247	72	15	96.6
1966	258	62	15	99.8
1967	240	58	14	100.0
1968	330	75	21	102.5
1969	314	74	16	106.5
1970	340	85	18	110.4
1971	348	88	19	113.9
1972	360	94	18	119.1
1973	350	92	15	134.7
1974	375	100	14	160.1

(単位 1,000)

表2には表1のデータに加えて，新しく2つの独立変数——直接作業時間と卸売物価指数（Wholesale Price Index；以下 WPI と略称する）——が導入されている。

さて，3つの独立変数をすべて分析に組込む場合，マトリクス$\boldsymbol{X}$は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 60 & 16 & 94.5 \\ 1 & 55 & 13 & 94.7 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 100 & 14 & 160.1 \end{pmatrix}$$

補章でしめしたコンピュータプログラムにかけると，回帰方程式，決定係数，およびF値は次のようになる。

$$y=-100.82+1.309x_1+9.570x_2+1.357x_3$$

$$r^2=0.964$$

$$F=71.5$$

分散共分散マトリクスは下記のようにもとまる。

$$V=\begin{pmatrix} 2,062.67 & 20.80 & -96.36 & -18.72 \\ 20.80 & .46 & -1.25 & -.32 \\ -96.36 & -1.25 & 5.68 & .90 \\ -18.72 & -.32 & .90 & .26 \end{pmatrix}$$

前述の決定係数の値とF値は上記の回帰方程式を維持使用すべきことを数値上はしめしている。「ただそれらの値が非常に原価の動きをよく説明しているというだけで重共線性の問題を回避したのではない[(20)]」のである。

それでは，重共線性の検定の問題を考えてみよう。「重共線性を検定するためには，各回帰係数 b_i に対する各々の回帰係数の標準誤差 $\sqrt{v_{ii}}$ をチェックする必要がある。この標準誤差がたとえば各係数の値をこえるような場合には，重共線性に問題があるといえる。[(21)]」ただその手続は若干煩雑なので，次のような相関係数マトリクスが重共線性をチェックするために上記の検定にかわってしばしば使用される。以下では相関係数マトリクスを用いて重共線性の存在をチェックする方法について説明することにする。

さて，変数間の相関係数マトリクスは次ページのようになるのであるが，各

(20) Corcoran [5] p.76.

(21) *Ibid.*, p. 77.

$$
\begin{array}{cc} & x_1 \quad x_2 \quad x_3 \\ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & 1 \end{bmatrix} \end{array}
=
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \text{機械運転時間} & \text{直接作業時間} & \text{WPI} \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & .3422 & .8419 \\ .3422 & 1 & .0878 \\ .8419 & 0.878 & 1 \end{bmatrix} \end{array}
$$

々の相関係数は次式で計算される。

$$r_{ij}=\frac{\mathrm{Cov}(x_i,\ x_j)}{\sqrt{V(x_i)}\sqrt{V(x_j)}}=\frac{[n\Sigma x_i x_j-\Sigma x_i \Sigma x_j]/n^2}{\sqrt{(n\Sigma x_i{}^2-(\Sigma x_i)^2)(n\Sigma x_j{}^2-(\Sigma x_j)^2)}/n^2}$$

マトリクス $\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}$ は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} 12 & 915 & 194 & 1,332.8 \\ 915 & 72,387 & 14,930 & 104,394.8 \\ 194 & 14,930 & 3.198 & 21,502.6 \\ 1,332.8 & 104,394.8 & 21,502.6 & 152,160.72 \end{pmatrix}$$

上記のマトリクスは次のことを示している。(e_{ij} は上記マトリクスの第 i 行第 j 列の要素をあらわす)

$e_{12}=\Sigma x_1=915$　　　$e_{23}=\Sigma x_1{}^2=72,387$

$e_{14}=\Sigma x_3=1,332.8$　　　$e_{44}=\Sigma x_3{}^2=152,160.72$

$e_{24}=\Sigma x_1 x_3=104,394.8$

WPI に対して機械運転時間を回帰させた場合の決定係数の平方根は,

$$
\begin{aligned}
r_{13}&=\frac{n\Sigma x_1 x_3-\Sigma x_1 \Sigma x_3}{\sqrt{(n\Sigma x_1{}^2-(\Sigma x_1)^2)(n\Sigma x_3{}^2-(\Sigma x_3)^2)}} \\
&=\frac{ne_{24}-e_{12}e_{14}}{\sqrt{(ne_{22}-e_{12}{}^2)(ne_{44}-e_{14}{}^2)}} \\
&=\frac{12\times 104,394.8-915\times 1,332.8}{\sqrt{(12\times 72,387-915^2)(12\times 152,160.72-1,332.8^2)}} \\
&=0.841889
\end{aligned}
$$

である。

「このように r の値が大きいことは，機械運転時間か WPI のどちらか一方

を分析に組込む独立変数から除外することを示唆するものである。[22]」そこで重共線性の影響をできるだけ軽減するために独立変数間の相関係数のもっとも大きいものを相関係数マトリクスから読みとり，そのどちらか一方を独立変数からはずしてやる。われわれの例で，相関係数マトリクスから重共線性がもっとも低いのは，作業時間とWPIの間である。作業時間とWPIを独立変数，原価を従属変数として回帰分析を行なうと，回帰方程式およびr^2，F値は次のようになる。

$$y=-160.56+13.148x_2+2.273x_3$$

$$r^2=0.947$$

$$F=80.6$$

以上のように相関係数マトリクスを利用して回帰分析に組込む独立変数を選択すれば，重共線性の決定的な影響を若干なりとも回避できる。

さらに重共線性について考えてみよう。たとえば多品種製品を製造している部門において，それらの製造原価のビヘイビアを全体として明らかにしようと試みれば重共線性の問題は回避できないであろう。総原価を製品種類別のアウトプット量で回帰しようとする（次式を参照せよ）ならば，製品のアウトプット量は相互に密接に相関することが考えられ，その重共線性のために推定された回帰係数は大きな標準偏差をもつことになり，[23] その信頼性に疑問が生じるのである。

$$C=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\beta_3x_3+\cdots\cdots\beta_nx_n$$

C＝総製造原価

β_i＝回帰係数

x_i＝製品 i のアウトプット量

以下では(1)原価中心点で１つの製品が製造される場合と(2)原価中心点で複数の製品が製造される場合とに分けて，重回帰分析を適用する場合の重共線性の問題とそれをできる限り回避するための原価記録上の注意事項を検討してみたい。

---

(22) *Ibid.*, p. 78.

(23) Benston［1］p.667,

(1)　各原価中心点で1つの製品が製造される場合

この状況では，まず各原価中心点においてそこで発生する製造原価に対してそれぞれ回帰分析を行ない回帰方程式を確定すればよい。総製造原価を推定したいのであれば，各製品の予測アウトプット量および重回帰分析を適用するときにはその他の採択した独立変数予想値を用いて各原価中心点の原価推定値をもとめ，これらを合算することにする。部門間の独立性が保証されている場合に，このように2段階で総製造原価の推定値をもとめれば，各製品のアウトプット間の重共線性の問題は回避できるのである。

さてこのような手続は確かに重共線性に関する1つの問題を回避するのには有効ではある。しかしつぎにのべる問題を回避したわけではない。まず検討しなければならないのは，原価中心点への原価の配賦に関してのものである。上記のような方法で重共線性を回避できるようにするには，原価はそれらのビヘイビアが各原価中心点での重回帰分析で使用される独立変数によって十分に説明できるように各原価中心点に配賦されなければならないのである。各原価中心点で製造されるアウトプットを例にとれば，当該アウトプットとは無関連な原価を当該原価中心点に配賦したり，アウトプットとの関連が明らかでない費目や補助部門費をアウトプット基準で配賦したりしては，各原価中心点で把握されるコスト・ビヘイビアが本来の姿を忠実に写し出すことはできなくなるのである。このように原価測定上，誤まった配賦や無意味な配賦が行なわれれば，単一の原価中心点だけではなく他の多くまたはすべての原価中心点におけるコスト・ビヘイビアは不明瞭なものになる。したがって総製造原価の推定を有意なものとするためには，各原価中心点でコスト・ビヘイビアが明瞭で把握できる費目のみをそこに集計し，それ以外の費目は原価中心点への配賦を行なわず，それらについてはそれぞれのビヘイビアを明らかにするというアプローチが試みられねばならない。ただこのような原価の集計が責任別の原価の集計と計算手続に大幅の相違がある場合には，十分に注意しなければならない。このような手続は会計的な配賦手続を改善するものの1つであるため，今後さらに検討すべき課題である。かかる意味で，「ある種の配賦は重共線性を克服するため

になされねばならない。したがって，統計的方法はアカウンタントの主観的判断から完全に解放されることはない。実際のところ，統記的方法はこの主観的判断に依存するのである。[24]」というBenstonの指摘は重要であると思われる。

上記の原価記録上の問題が解決したとして，先にしめしたような原価推定値の集計を行なうと，総製造原価の推定値は確かにもとめられる。ただこのようにしてもとめられるのは，すでにのべたように，各原価中心点でもとめられた製品ごとの製造原価推定値の和としての総製造原価であって，これは総製造原価自体のビヘイビアを重回帰分析で検討し，もとめられた回帰方程式を使用してえられる推定値ではないのである。第2の問題に関連して，総製造原価の算定に回帰分析がいかに使用されるのかを次章第1節で明らかにしたいと思う。

(2)　各原価中心点で複数の製品が製造される場合

組立部門で種々のタイプの製品を組立てている場合を考えてみよう。各製品の組立てに要する原価を個々に検討することはそれなりに意義のあることではあるが，組立部門全体で発生する原価のビヘイビアを明らかにすることも重要である。しかし単純に組立部門原価をそこで組立てられる各製品の製品数量を独立変数に採用して重回帰分析を適用すると重共線性の問題に抵触することになるだろう。そこでこのような場合には重回帰分析の適用はあきらめて，組立部門の経営活動をもってもよく反映する変数（たとえば，直接作業時間や機械運転時間など）を説明変数にとり，組立部門原価について単純回帰分析を適用することを考えればよい。このときもとめられる回帰係数，つまりパラメータの推定値 β_1 は，組立部門におけるたとえば作業時間1時間当たりの原価発生推定額である。この場合の原価推定値はBenstonのいうように，原価と「一束のアウトプット」(the "bundle" of outputs) の平均的な関係をしめしたものである。[25]この場合にはもとめられたパラメータの推定値，つまり作業時間1時間当たりの原価発生推定額を1つのアウトプット要素（組立てられる製品の1つ）と原価との関係をあらわす（これは，ある製品を1個組立てると部門

(24)　*Ibid.*, p.667.

(25)　*Ibid.*, pp.666–667.

原価がいくら増大するかという情報を提供する）ようには分解できない[26]という問題が発生する。しかし彼の例示のように，組立部門で種々のタイプのテレビを組立てているような状況では，組立作業はタイプごとに非同質的であるというよりもどちらかといえばそれら作業は同質的なものであろう。そこで，時間研究・動作研究などで1時間当たりの各製品の組立処理数量が明らかになっている場合には，まず原価を各製品ごとに配分し（組立作業の難易度といった製品間に差別化の要因があれば各製品にウエイトを乗じたものを配分基準として，製品間の同質化をはかることが考えられる），そのうえで各製品1単位を組立てるのに許容される原価額を算定することは可能であると思われる。

たとえば，組立部門原価を作業時間で回帰したときに，作業時間1時間当たりの組立部門原価が6万円と推定されたものとする。組立部門では5タイプのテレビを組立てており，それらは組立の難易度によって以下のようにウェイトづけされており，さらに各タイプの1時間当たりの組立台数は時間研究からこれもまた以下の資料のようであるとする。この場合，それぞれのタイプのテレビを1台組立てるのに要する平均的原価許容額はつぎのようにもとめられる。

作業時間1時間当たり組立部門原価＝60,000円					
製　　品	タイプA	タイプB	タイプC	タイプD	タイプE
組　立　難　易　度	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
1時間当たり組立台数（台）	50	40	40	35	30
1時間当たり原価配分額(円) 部門原価×$\dfrac{\text{各製品のウィイト}}{\text{ウエイト合計}}$	$100,000 \times \dfrac{1.0}{1.0+1.1+1.2+1.3+1.4}$ ＝10,000	11,000	12,000	13,000	14,000
製品単位当たり平均的原価許容額（円）	200	275	300	371.43	466.67

さらに原価中心点ごとに原価分析を行なう場合に問題となることの1つに，このようなアプローチでは原価中心点の間に存在する原価の外部性（cost ex-

(26)　*Ibid.*, p.667. の説明をみよ。

ternalities）が無視される傾向があることが指摘できる。[27] たとえば，1つの工程で備品・設備の適切な維持・修理がなされていれば，次工程にわたされる製品はよりよい品質をもつであろうから，次工程における上記費用の発生は少なくてすむ。このような場合には原価に関して外部効果が発生しているものとみなすことができよう。

3-3　攪乱項の分布に関する諸仮定

攪乱項に関する諸仮定については前章で概略をのべたが，ここでは重回帰分析におけるそれらの意味について攪乱項の正規分布の仮定をのぞいてさらに検討を加えることにする。

(a)　攪乱項に自己相関がないこと

クロス・セクショナル・データを用いて重回帰帰分析を行なう場合[28]には問題にならないが，時系列データの場合には，攪乱項相互の独立性がおかされている状況，つまり自己相関が存在するかどうかを検定しておく必要がある。検定の結果，自己相関が存在するという事実が認められたときは，これを解消する方策[29]をとらねばならない。原価分析を行なう際に観測期間を短かくとりすぎると自己相関がおこりやすい。攪乱項 u_t は，

$$u_t=\hat{y}_t-y_t\quad(t=1,2,3,\cdots\cdots n)$$

で表わされるから，縦軸に u_t，横軸に t をとれば，ダービン＝ワトソン検定を行なわずとも，自己相関の存在のいかんはおおよそ把握することができる。[30]

---

(27)　Bierman and Dyckman［2］p.530.

(28)　クロス・セクショナル・データに基づいた重回帰分析について検討しているのは以下の文献である。

Comiskey［4］および Jensen［9］.

(29)　通常，階差モデルが使用される。$y_t=\alpha+\beta x_t+u_t$ を階差モデルに書きかえると，

$$\Delta y_t=\beta\Delta x_t+\Delta u_t$$

となる。ここで $\Delta y_t=y_t-y_{t-1}$，$\Delta x_t=x_t-x_{t-1}$，$\Delta u_t=u_t-u_{t-1}$ である。ただし階差モデルを使用する場合，Δu_t についても自己相関のテストを行なう必要がある。Δu_t は負の自己相関をもつことが多いともいわれている。Benston［1］p.670 および p.670 *fn.* 25 と宮川［23］pp. 172—173 を参照せよ。

自己相関が存在する場合には，①回帰係数の標準誤差が著しく過少評価され，②係数の標本分散が非常に大きくなるため，③回帰方程式からえられれる原価推定値は最小自乗推定量からえられるものと比較してより不安定になる(31)。したがって，回帰方程式から算定される推定値のまわりの一定の範囲に母集団の限界原価と総原価が存在する確率を測定するテストは，有効ではないのである(32)。

(b)　攪乱項は説明変数とは独立であること

特定化できない原価作用因の影響をあらわす攪乱項は説明変数と独立でなければならない。攪乱項が説明変数と独立でなければ，もとめられた回帰係数は不偏性も一致性も満たさない。Benston は，攪乱項が説明変数とは独立でない状況を修繕費の例を用いて明瞭にしめしている。そこで若干長くなるが，彼の論述を以下に引用することにしよう。

「工場における備品の修理は原価を発生させるアクティビティではあるが，その計量化が困難であるため，（工場の総原価のビヘイビアを検討する場合には説明変数として……以上筆者加筆）特定化されないことが多い。しかしこれらの修理作業は機械がこの作業用役をうけるため，アウトプット量が少ないときになされることになる。したがって，修善費はアウトプットと負の相関をもつことになる。修繕費を他の原価項目と分離せず（部門原価を表わす）回帰方程式をもとめるなら，アウトプットをあらわす説明変数のパラメータの推定値は下方に偏向し，アウトプットに対する原価変動性の真の姿がおおいかくされてしまう(33)。」

(c)　乱攪項の分散斉一性の仮定

攪乱項 u_t の分散は次式のようにすべての t について一定であると仮定されている。

$$V(u_t)=\gamma^2$$

---

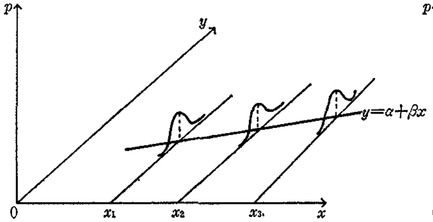
(30)　Benston［1］p.668.

(31)　*Idid.*, p.668.

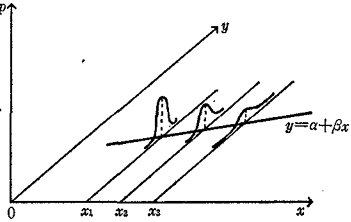
(32)　この点については後述する。

(33)　Benston［1］p.668.

この仮定は前章でのべたように分散斉一性の仮定という。一方，u_tの分散がtによって，あるいは外生変数によって一定でなくなっている状況を分散非斉一とよぶ。分散非斉一の場合には，最小自乗推定量は不偏性，一致性および充足性を満たすが有効性はもたない。そこで，回帰係数の標準誤差推定値は不安定になり，回帰係数の信頼性を決定できないのである。分散斉一および分散非斉一（アウトプットが増すにつれて分散が大きくなる場合）の状況を図示すればつぎのようになるだろう。



分散斉一の状況



分散非斉一の状況

分散非斉一の状況が存在する場合[34]には，変数変換を行な[35]うか加重最小自乗法を適用することが考えられる[36]。

第4節　回帰式の関数形

重回帰分析の場合にも，観測データにもっともよくフィットする関数形を決定することが分析の第1段階である。つまり，選択した独立変数と原価の間に存在するであろう関係をもっともよく反映する関数形を選択するというのが基本原則である。たとえば，選択した独立変数のそれぞれが原価に与える影響は他の変数とは独立である，つまり他の変数の活動水準いかんによって影響をうけないと分析実施者ならびに管理者が考えられるなら，つぎのような線形関数を使用することになる。

(34)　単純回帰の場合に分散非斉一の状況を確かめることは容易だが，重回帰分析についてはその確認が困難である。*Idid.*, p.668.

(35)　通常，対数変換が有効である。なお残差が独立変数の変動に対して逓増的に変化するときには，平方をとることがよい方法である。*Idid.*, p.670.

(36)　加重最小自乗法について宮川〔23〕pp. 167－169 を参照せよ。

$$C=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\cdots\cdots+\beta_nx_n$$

上記の仮定が満足されていれば，回帰分析によって確定されるパラメータの推定値 $\beta_i(i=1,\cdots\cdots,n)$ は x_i の1単位の変動が原価に与える影響，すなわち限界原価をあらわすことになる。

$$\frac{\partial C}{\partial x_i}=\beta_i$$

しかし，独立変数が相互に独立でない場合（重共線性の存在するとき）には，次式のような関数形が望ましい。[37]

$$C=\beta_0x_1^{\beta_1}x_2^{\beta_2}\cdots x_n^{\beta_n}$$

これは両辺の対数をとることによって線形に変換できる。

$$\log C=\log\beta_0+\beta_1\log x_1+\beta_2\log x_2+\cdots\cdots+\beta_n\log x_n$$

この場合には各独立変数の単位変動に関する限界原価の近似値はつぎのようにもとまる。

$$\frac{\partial C}{\partial x_i}=\beta_i\beta_0x_i^{\beta_i-1}\prod_{j\neq i}\overline{x}_j^{\beta_j}$$

ここで x_i 以外の独立変数の値はそれぞれの平均値で一定とされている。上式からも明らかなように x_i の限界原価推定値は他の独立変数のレベルの関数である。原価と独立変数の間に非線形の関係を想定するときにも上記のような対数表示や他の関数形を使用することも考えられよう。[38]

---

(37)　経済学で使用されるコブ・ダグラス (Cobb-Douglas) の生産関数は以下のような関数形であらわされる。

$$P=\alpha L^{\beta}C^{\gamma}$$

ここで P=生産量，L=労働投入量，C=資本投入量である。コブ・ダグラス生産関数は経済における技術的関係を実証から導き出したものを技術方程式としてあらわしたものである。会計においても実証に基づいてコスト・ビヘイビアを説明するモデルを導出しようとするアプローチは重要である。

(38)　たとえば，

$$C=\beta_0+\beta_1x+\beta_2x^2+\cdots\cdots+\beta_nx^n$$

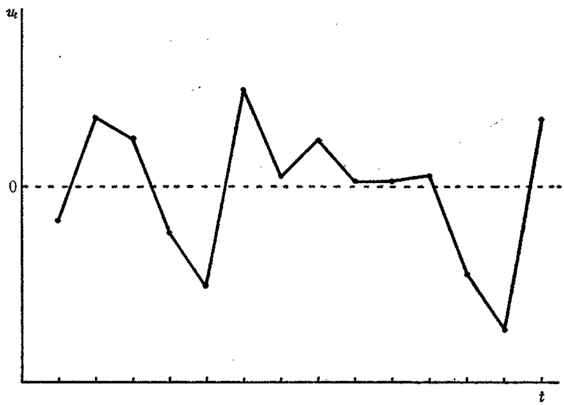
$$C=\log\beta_0+\log x+(\log x)^2+\cdots\cdots+(\log x)^n$$

などである。

Benston［1］p.669.

さて，回帰方程式の関数形が決定したならば，選択した関数形が誤差項の推定値である残差項にあたえる影響について常に注意を払っておく必要がある。というのは，残差項に関する諸仮定——分散斉一であるとか自己相関が存在しないとか残差項がおおよそ正規分布する——が満足されていないと，パラメータの推定値の信頼性に関する言明が行なえないからである。本節でもしばしば強調しているデータの図表へのプロットを行なうことの有用性は上記の残差項に関する諸仮定が満たされているかどうかの判断を行なう際にも発揮される。

まず残差項 u_t を縦軸にとり，横軸に時間をとったグラフをえがいてみる。下図のようにプロットした点がランダムに分布しており，一定の規則性をしめさなければ，自己相関は存在しないとラフに判定することができよう。(39)

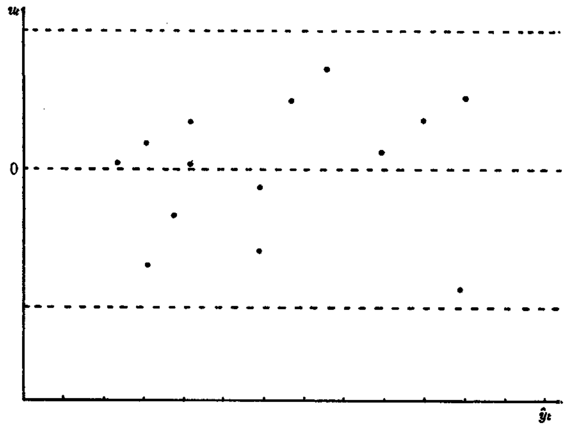


残差項 u_t の時間に対するプロット

つぎに従属変数の推定値に対して残差項をプロットしてみる。そして，$u_t=0$ の線をはさんで u_t のプラスの値とマイナスの値の数が同数となり，従属変数の推定値に対して u_t の大きさにそれほどの変動がなければ分散斉一であると判断する。ただし，この図表から分散斉一か分散非斉一であるかを読みとる

(39)　データ数が多いときには，ダービン＝ワトソン検定を行なえばよい。詳しくは前章および Durbin and Watson [7] を参照せよ。

には比較的多くの観測データが必要である。さらに残差項が正規分布するかどうかは，残差項を正規確率用紙にプロットすれば明らかになるだろう。



残差項u_tの推定値に対するプロット（分散斉一の状態）

結びにかえて

さて，つぎのデータを用いて回帰式をもとめてみよう。(40)

週（i）	加算器修理数 (x_{1i})	卓上計算機の修理数 (x_{2i})	タイプライター修理数 (x_{3i})	総作業時間 (y_i)
1	5	8	7	64
2	7	6	9	64
3	9	5	5	53
4	9	4	7	54
5	8	3	8	51
6	9	3	10	57
7	9	2	10	53
8	9	1	10	49
	65	32	66	445

(40)　この例は McClenon [13] によっている。なお Bierman and Dyckman [2] および Horngren [8] も McClenon の仮設例を用いて重回帰分析の説明を行なっ

加算機，卓上計算機，およびタイプライターを修理する補助部門でそれぞれの1週間当たりの修理数量と総修理時間に関するデータが獲得されている。総作業時間はそれぞれの修理台数の線形関数であるとすれば，第 i 週の総作業時間 y_i はつぎのようにあらわすことができる。

$$y_i = a + bx_{1i} + cx_{2i} + dx_{3i} + u_i$$

ここで，

y_i＝第 i 週の総修理時間

a＝定数項

b＝加算器1台当たりの推定修理時間

x_{1i}＝第 i 週に修理を行なった加算器台数

c＝卓上計算機1台当たりの推定修理時間

x_{2i}＝第 i 週に修理を行なった卓上計算機台数

d＝タイプライター1台当たりの推定修理時間

x_{3i}＝第 i 週に修理を行なったタイプライター台数

u_i＝第 i 週の攪乱項

以下のように $\boldsymbol{X}$ を独立変数のマトリクス，$\boldsymbol{Y}$ を従属変数のベクトル，$\boldsymbol{B}$ をパラメータのベクトルとする。

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{31} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{38} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{18} & x_{28} & x_{38} \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{Y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_8 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

パラメータのベクトル $\boldsymbol{B}$ は，

$$\boldsymbol{B}=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y})$$

でもとめることができる。コンピュータ・プログラムを走せれば

ている。

Benston［1］pp.670—671. では季節変動をダミー変数で考慮するモデルを使って重回帰の説明を行なっている。ベンストンの例示については稲田[19]を参照せよ。

$$B=\begin{pmatrix}7.878\\1.456\\4.016\\2.407\end{pmatrix}$$

となる。したがって回帰方程式は

$$y=7.878+1.456x_1+4.061x_2+2.407x_3$$

となる。決定係数 $r^2=\dfrac{\Sigma(\hat{y}-\overline{y})^2}{\Sigma(y-\overline{y})^2}$ は 0.999 と非常に上記の回帰方程式が観測データにフィットしていることをしめしている。

また，分散共分散マトリクス $\boldsymbol{V}$ はつぎのようにアウトプットされた。

$$V=\begin{pmatrix}2,001897 & -0.130951 & -0.102422 & -0.063579\\ -0.130951 & 0.009587 & 0.006588 & 0.030236\\ -0.102422 & 0.006588 & 0.005775 & 0.003126\\ -0.063579 & 0.003236 & 0.003126 & 0.003003\end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{V}$ の要素は

$$V=\begin{pmatrix}V(b_0) & C_{ov}(b_1,\ b_0) & C_{ov}(b_2,\ b_0) & C_{ov}(b_3,\ b_0)\\ C_{ov}(b_0,\ b_1) & V(b_1) & C_{ov}(b_2,\ b_1) & C_{ov}(b_3,\ b_1)\\ C_{ov}(b_0,\ b_2) & C_{ov}(b_1,\ b_2) & V(b_2) & C_{ov}(b_3,\ b_2)\\ C_{ov}(b_2,\ b_3) & C_{ov}(b_1,\ b_3) & C_{ov}(b_2,\ b_3) & V(b_3)\end{pmatrix}$$

であるから，回帰係数の標準偏差はそれぞれ

$$\sqrt{V(b_0)}=1.414884,\quad \sqrt{V(b_1)}=0.097917,\quad \sqrt{V(b_2)}=0.075993,$$
$$\sqrt{V(b_3)}=0.054806$$

となる。

回帰分析を行なって獲得された回帰方程式ならびにそれにともなういくつかの統計量は経営管理の種々の局面で利用できるであろう。われわれはその利用の方途を開発する責務をになっている。ただその利用にあたって考慮しなければならない事項は数多い。コスト・ビヘイビア分析は意思決定に役立つ数値を

算出することを目的として行なわれる。コスト・ビヘイビアが正確に把握できれば，それに基づいた意思決定は誤まりが少ないと考えるのである。とはいえ，コスト・ビヘイビア分析の結果をそのまま直ちに適用できると考えるのは安直にすぎる。つまり，回帰方程式を利用した原価予測を，状況の検討を十分に行なわずに直ちに実施することは許されないのである。コスト・ビヘイビア分析を回帰分析によって行なおうとするときには，観測データは種々の要件を備えていなければならないが，これら要件は原価集計の際の会計的処理あるいは手続によって満たされない状況が考えられる。たとえば，責任中心点への原価の集計値に対して回帰分析を適用する場合，独立変数の選択の仕方いかんでは，中心点で把握される観測データが前述した条件を満たさなくなり，これら要件を無理してもとめた回帰方程式を利用することになると，二重の誤りをおかすことになるのである。したがって，コスト・ビヘイビアの分析をどの程度，詳細に行なうかは，管理思考にうらづけられた現存の経営管理技法の有用性とわれわれがとろうとするアプローチとの関係を考察し，決定せねばならないのである。また分析実施にあたって考慮しなければならない統計的要件によって，もとめられた回帰方程式の利用範囲が制約されることもある。たとえば，重共線性の問題がある場合，他の独立変数の値を一定として１つの独立変数の単位当たり変動が従属変数たる原価に与える影響（限界原価）を回帰方程式から推定することはできないが，回帰方程式を用いて原価予測を行なうことはかなりの制限があるものの一応可能である。しかしこの場合にも，この予測値の利用にあたってはその限界を十分に認識しておかねばならない。

さらに回帰方程式およびそれに付随する統計量を使用し，業積評価基準を設定しようとする場合には，原価予測を行なう際の問題点に加えてさらに困難がある。それは設定された業積評価基準が管理者ならびに作業者の承認を得ることが困難だということである。これらの問題の克服は容易ではないだろう。しかし，われわれはコスト・ビヘイビアの正確な把握を行なおうと努力することが経営管理諸目的の達成には不可欠なアプローチであるとの認識に基づくものであるから，すでにしめした幾多の困難な問題を順次検討を通じて克服し，コ

スト・ビヘイビア分析の結果をいかに利用するのかを考察しなければならない。最後に，重回帰分析の特徴を一覧表にしてしめしておく。

コスト・ビヘイビア分析技法			特　徴	長　所	短　所	問題点	適用領域
過去の観測データに基づく方法	回帰分析	単純回帰					
		重回帰分析	攪乱項の自乗和が最小になるように予定した関数のパラメータの推定値を確定する。 複数の変数を考慮してコスト・ビヘイビアを検討する。	他の過去の観測データに基づく方法の長所をあわせもつ。 観測データに対する回帰方程式のあてはまりのよさを測定できる。 操業度以外の原価作用因の原価に与える影響を１つの方程式であらわすことができる。	単純回帰分析に同じ。 重共線性の問題を解決するのが非常に困難である。	単純回帰分析におなじ。	単純回帰分析におなじ。 原価計算システムとの運動が可能であろう。

参 考 文 献

〔1〕 Benston, G. J., Multiple Regression Analysis of Cost Behavior, *The Accounting Review,* Oct., 1966.

〔2〕 Bierman, H. Jr.and T. R. Dyckman, *Managerial Cost Accounting,* 2nd ed. The Macmillan Company, 1976.

〔3〕 Cerullo, M. J., Use of Flow Chart to Interpret Regression Analysis Computer Output, *Cost and Management,* May-Jun,, 1979, pp. 37—pp. 41.

〔4〕 Comiskey, E, E., Cost Control by Regression Analysis, *The Accounting Review,* Apr., 1966.

〔5〕 Corcoran, A. W., *Costs; Accounting, Analysis, and Control,* John Wiley and Sons, Inc., 1978.

〔6〕 Dopuch, N., J. G. Birnberg, and J. Demski, *Cost Accounting; Accounting Data for Management's Decisions,* 2nd ed., Harcourt Brace Jovanovich, Inc., 1974.

〔7〕 Durbin, J. and G. S. Watson, Testing for Serial Correlation in Least Square Regression, *Biometrika,* 37, pp. 409—428, 1950; 38, pp. 159—178, 1951.

〔8〕 Horngren, C. T., *Cost Accounting; A Managerial Emphasis*, 4th ed.. Prentice Hall, Inc, 1977.

〔9〕 Jensen, R., Multiple Regression Models for Cost Control, Assumptions and Limitations, *The Accounting Review*, Apr., 1967.

〔10〕 Johnston, J., *Econometric Methods*, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1963. (竹内啓訳『計量経済学の方法(上)(下)』。東洋経済新報社，昭和39年)

〔11〕 Johnston, J., *Stastical Cost Analysis*. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.

〔12〕 Koehler, R. W. and C. A. Neyhart, Difficulties in Flexible Budgeting, *Managerial Planning*, May-Jun., 1972.

〔13〕 McClenon, P. R.. Cost Finding Through Multiple Correlation Analysis, *The Accounting Review*, Jul., 1963.

〔14〕 Moore, C. L. and R. K. Jeadicke. *Managerial Accounting*, 4th ed., South-Western Publishing Company, 1976.

〔15〕 Raun, D. L., The Limitations of Profit Graphs, Breakeven Analysis, and Budgets, *The Accounting Review*, Oct., 1964.

〔16〕 Shillinglaw, G., *Cost Accounting, Analysis and Control*, Richard D. Irwin Inc., 4th ed., 1976.

〔17〕 藤澤袈裟利，松行康夫著『経営数学』経営学全書34巻，丸善，昭和50年.

〔18〕 今川正著『新しい経済統計学』，春秋社，昭和47年.

〔19〕 稲田卓次稿「コスト・ビヘイビアの多元回帰分析」『商経論集』(神奈川大学) vol. 11, No. 2, 昭和51年.

〔20〕 岩田暁一著『経済分析のための統計的方法』東洋経済新報社，昭和47年.

〔21〕 河原裕介著『需要予測の実際』東洋経済社，昭和53年.

〔22〕 マネジメント・リサーチハンドブック編集委員会編『マネジメント・リサーチハンドブック』丸善，昭和42年.

〔23〕 宮川公男著『計量経済学入門』日本経済新聞社，昭和41年.

〔24〕 門田安弘稿「原価予測に対する一考察」未発表論文.

〔25〕 日本会計研究学会「原価計算基準検討委員会報告書」昭和54年.

〔26〕 N. R. ドレーパー，H. スミス著，中村慶一訳『応用回帰分析』森北出版，昭和44年.

〔27〕 岡本清稿「原価分解をめぐる諸問題」『産業経理』昭和53年10月号.

〔28〕 坂本安一編『環境会計—その課題と解決』中央経済社，昭和50年.

〔29〕 C. E. V. レッサー著，佐和隆光，前川功訳『初等計量経済学』東洋経済新報社，昭和53年.

〔30〕 田中良久著『BASIC 入門―行動科学のためのコンピュータ・プログラミング入門』東京大学出版会，昭和50年.
〔31〕 豊島義一著『意思決定原価計算』同文館，昭和54年.
〔32〕 安川正彬著『統計学の手ほどき』日本経済新聞社，昭和40年.
〔33〕 安川正彬著『続・統計学の手ほどき』日本経済新聞社，昭和46年.

第5章　原価計算システムにおける コスト・ビヘイビアの把握

序

本章でとりあげる行列原価計算は，西ドイツの鉄鋼業の大手メーカーであるH社において，IBMや大学関係者らと共同して開発されたものであり，「構造行列に基づく原価計算システム」と呼ばれている。(1) この原価計算システムは，わが国の大手鉄鋼メーカーなどでも導入に着手しはじめている。

さて本章では，この行列原価計算システムの中で各原価作用因の単位当たりの要素消費量を確定するために，回帰分析を適用する場合とLPを適用する場合について考察する。回帰分析を適用するときには，原価作用因が相互に影響を与えあうという状況が認められることに注意しなければならない。このような状況では，１つの回帰方程式で原価の動きを説明しようとする単一方程式モデルは無力になり，複数の回帰方程式からなる連立方程式モデルを考慮する必要が生じてくる。本章は構造行列原価計算システムのフレームワークの中で，回帰分析がどのように使用されるのかを要約的にしめしている。第3節および第4節では，原単位の確定にLPが使用されるときに，配合差異についての分析が構造行列原価計算システムといかに連動するかについて言及する。

第1節　構造行列原価計算モデルの概要

まずはじめに，この原価計算モデルの概要を形式的に説明し，それに続いて上記の中心テーマに進むことにしたい。

（1）次の文献を参照せよ。
林〔12〕，小林〔15〕，小林〔16〕，小林〔17〕，小林〔18〕，両頭〔24〕，IBM〔7〕。
構造行列原価計算の英文文献として以下のものも参照されたい。
Franke［3］，Franke［4］.

構造行列による原価計算システムとは，経営の生産構造を写像するように仕組まれた原価計算システムであって，企業で行なわれる種々の原価計算の根幹をなす基礎計算としてのシステムである。さらに構造行列による原価計算システムの特徴は基礎計算であるということにとどまらず，企業に対する企業内外の種々の要請に応えうる情報を適宜提供できるように仕組まれている点にもある。いままでにも行列を用いた原価計算についての議論は少なくない(2)。しかしながら，これらはいずれも部門間の投入産出関係を明らかにすることに重点があり，構造行列による原価計算システムの特徴の1つである，部門内の投入産出関係やその構造を明らかにすることにはあまり注意が払われていなかった。それに対しこのシステムでは，原価管理などの経営管理目的ならびに諸々の意思決定目的にも合目的的であるように，部門間および部門内で行なわれる活動をできうる限り忠実に写像することに重点が置かれる。さらに財務会計目的にも適合的であるこのシステムは，企業で行なわれる計算に対して望まれる目的を1つの計算システムで満足させることを意図しているのである。それでは，このシステムの概要を仮説例で説明することにしよう。

ある部門の原価要素が n 種類，それぞれの1期間の要素投入量を y_t ($t=1, 2, \cdots\cdots, n$)，それに対する単位当たり価格を p_t とすれば，当該部門の1期間の原価総額Kは，

$$K=P\cdot Y \tag{1}$$

となる。ここで，P は p_t からなる行ベクトル，Y は y_t による列ベクトルである。

(1)式で当該部門の原価総額を確定するには各原価要素投入量間の関係を明らかにする必要があるが，そのためには各原価要素投入量がどのような作用因に直接的に依存して変化するかを検討しなければならない。ここで注意しなければならないのは，従来の原価計算システムでの議論では，投入量をただ1つ

(2)　たとえば，次のような文献がある。
Gambling [5], Ijiri [8], Livingstone [10], Feltham [2], Corcoran and Leininger [1], 門田 [22], 門田 [23], 佐藤 [25], 坂手 [27].

の原価作用因(それは通常，操業度と称される)によって説明しようとしていたことである。もとより，投入量変化に影響を与える作用因がただ1つであるというような状況はまれであり，実際には複数の作用因が関係すると考えるのが現実的である。構造行列による原価計算システムにおいて，それが企業の生産構造をできるだけ忠実に写像し，基礎計算としての役割を果たすため，要素投入量と作用因との関係をしめす要素投入関数において複数の作用因が考慮できるようになっている。要素投入関数に含まれる係数値は次節以降でのべる最小自乗法やLPを適用して決定されることもある。したがって統計的手法を適用する場合には，重回帰分析が使用されることもある。また，何らかの物理的・化学的制約や技術的制約によって係数が決定されたり，管理者の裁量でこれを決定することもあろう。

各作用因変数値を $X=(x_1,\ x_2,\ \cdots\cdots,\ x_n)^T$，$R_{Y/X}$ を各作用因の1単位の変化が要素投入量にあたえる影響をあらわす係数 $r_{yi/xj}$ からなる $n\times m$ 行列であるとすれば，要素投入量 Y はつぎの要素投入関数で決定される。

$$Y=R_{Y/X}\cdot X \tag{2}$$

さて，作用因のうちには，その大きさが他の作用因変数に依存するものがある。作用因間の依存関係は，当該経営の生産構造や経験法則または自然法則などにより決定されるが，部門モデルを考える場合には，(1)当該部門にとって管理不能な作用因や，(2)部門管理者の判断によって先見的に決定される作用因は，他の作用因とは完全に独立な変数であると考えることができよう。これらは構造行列による原価計算システムでは第1次的作用因とよばれる。たとえば，減価償却費，保険料，特許権使用料などのような暦時依存的要素投入量は1次的作用因である。

これに対して，上記の第1次的作用因やその他の作用因に依存してその大きさの規定されるものは第2次的作用因という。第1次的作用因と第2次的作用因の関係は，つぎにしめす作用因関数であらわされる。

$$x_k=r_{xk/xj}\cdot x_j \qquad x_k,\ x_j\in X,\ k\neq j \tag{3}$$

作用因ベクトルが3群（X_1，X_2，X_3）からなり，X_2 が X_1 に，X_3 が X_2 に

直接的に依存するとすれば，作用因関数はつぎのようになる。

$$\left.\begin{array}{l} X_2=R_{X_2/X_1}\cdot X_1 \\ X_3=R_{X_3/X_2}\cdot X_2 \\ X=(X_1,\ X_2,\ X_3)^T \end{array}\right\} \qquad (4)$$

また，要素投入関数はたとえば，つぎのようにあらわすことができる。

$$\left.\begin{array}{l} Y_1=R_{Y_1/X_1}\cdot X_1+R_{Y_1/X_2}\cdot X_2 \\ Y_2=R_{Y_2/X_2}\cdot X_2+R_{Y_2/X_3}\cdot X_3 \\ Y=(Y_1,\ Y_2)^T \end{array}\right\} \qquad (5)$$

(4)式と(5)式は，構造行列をもちいて表1のようにあらわすことができる。斜線部分は対角単位行列Eに-1を乗じたものをあらわしている。

表1

	原価作用因			要素投入量		=
	1次	2　次				
	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2	
作用因関数	RX_2/X_1					0
		RX_3/X_2				0
要素投入関数	RY_1/X_1	RY_1/X_2				0
		RY_2/X_2	RY_2/X_3			0

以上までで，非常に簡単ではあるが構造行列による原価計算システムの計算メカニズムについて概観してきた。部門モデルの企業全般を写像する全体システムへの統合についてや，計算目的に応じた当該システムの適用方法などの問題については数多くの検討がすでになされているので本章では省略し，もっぱら，要素投入関数や作用因関数の係数行列の確定方法に注目し，これに関してやや深化させた議論を以下で展開することにしたいと思う。

第2節　回帰分析による原単位の確定(3)

2-1　連立方程式モデルとしての構造行列原価計算モデル

いま，ある要素1に関する要素投入関数が次の(6)式で表わされるものとし，さらに，(6)式の右辺の作用因間に次の(7)，(8)，(9)式で表わされる作用因関数が

(3)　回帰分析については，本書第3章，第4章および第4章末の文献を参照されたい。

存在するものとしよう。

$$y_1 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \qquad (6)$$

$$x_1 = b_0 + b_1x_2 + b_2x_3 \qquad (7)$$

$$x_2 = c_0 + c_1x_3 \qquad (8)$$

$$x_3 = d_0 + d_1x_4 \qquad (9)$$

われわれは，この4つの式におけるパラメータの値を求めたいのであるが，本節では回帰分析によって求めるケースを考えてみる。

そこで，前期の各月の実際データにみられる関係式として，上式に残差項uを入れたものを表示しておく。（ここで，u_1，u_2，u_3 および u_4 はそれぞれ平均がゼロ，分散が一定とする。）

$$y_1 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + u_1 \qquad (6\,\mathrm{a})$$

$$x_1 = b_0 + b_1x_1 + b_2x_3 + u_2 \qquad (7\,\mathrm{a})$$

$$x_2 = c_0 + c_1x_3 + u_3 \qquad (8\,\mathrm{a})$$

$$x_3 = d_0 + d_1x_4 + u_4 \qquad (9\,\mathrm{a})$$

われわれは，y_1，x_1，x_2，x_3，およびx_4についての過去の実際データをもっている場合に，このデータを使って，たとえば（6 a）式の定数項a_0と回帰係数a_1，a_2，a_3を直接に求めたとしても，残差項u_iが一定の統計的仮定（これは前々章，前章で言及した）を満たさない場合には，それは統計学的にまったく無意味なことである[4]。この方法は「直接最小自乗法」(direct least squares method) というが，この方法の適用が許されるのは，(6 a) 式の説明変数x_1，x_2，x_3と残差項u_1とが，相互に独立であって相関関係がない場合に限られる。ところが，実際には，(7 a)，(8 a)，(9 a) 式でしめされるように，変数間に依存関係が存在するために，(6 a)式の説明変数x_1，x_2，x_3は自らを説明するための他の要因の影響を包み込むことになる。したがって，このときには，x_1，x_2，x_3が残差項u_1との間に相関をもつことになる。

そこで，(6 a) 式の独立変数であるx_1，x_2，x_3と残差項u_1との間に相関が

（4） 定数項a_0と回帰係数a_1，a_2，a_3はすべて，uが相互に独立でなければ回帰パラメータの推定量として，一致性も不偏性もともに失うことになる。

あって，相互に独立ではないという事実をふまえるとき，これを回帰分析によってどのように処理すべきであろうか。

上述のように，(6 a)～(9 a)式がすべて同時に成立しなければならない場合には，この体系は「連立方程式モデル」(simultaneous equation model) と呼ばれる。このような連立方程式モデルでは，モデルを解いて求めるべき変数を「内生変数」といい，体系の外部から与えられると考えられる変数は「外生変数」という。上式のモデルでは内生変数は，y_1，x_1，x_2，x_3 であり，外生変数は x_4 のみである。ここで，外生変数は，さきにのべた作用因分類では，第1次的作用因と呼ばれたものをさすと考えていいだろう。内生変数のうち x_1，x_2，x_3 は第2次的作用因である。連立方程式体系は，内生変数の数と方程式の数とが等しければ，これを解くことができる。そのような体系は「完結モデル」(complete model) という。

以下では，上記のような連立方程式モデルのパラメータの推定法を「構造行列による原価計算モデル」に関連して考察していきたい。

2-2　間接最小自乗法の適用

いま，(6 a)～(9 a)式を連立させると，次の4つの式が得られる。

$$
\begin{aligned}
y_1 = & \{a_0 + a_1(b_0 + b_1c_0 + b_1c_1d_0) + a_2(c_0 + c_1d_0) + a_3d_0\} \\
& + d_1(a_1b_1c_1 + a_2c_1 + a_3)x_4 \\
& + \{u_1 + a_1u_2 + (a_1b_1 + a_2)u_3 + (a_1b_1c_1 + a_2c_1 + a_3)u_4\} \quad (6\,\mathrm{b})
\end{aligned}
$$

$$x_1 = (b_0 + b_1c_0 + b_1c_1d_0) + b_1c_1d_1x_4 + (u_2 + b_1u_3 + b_1c_1u_4) \quad (7\,\mathrm{b})$$

$$x_2 = (c_0 + c_1d_0) + c_1d_1x_4 + (u_3 + c_1u_4) \quad (8\,\mathrm{b})$$

$$x_3 = d_0 + d_1x_4 + u_4 \quad (9\,\mathrm{b})$$

これらは「誘導型方程式」(reduced form equation) という。つまり，y_1，x_1，x_2，x_3 の内生変数が，外生変数 x_4 によって説明できる方程式である。

さきに，(6 a) 式に直接最小自乗法を適用することが可能なケースをのべたが，そのケースは (6 a) 式の x_1，x_2，x_3 がすべて外生変数と考えられ，y_1 だけが内生変数となる場合を前提にしている。もしそのような前提が実際に成立

するならば，そのときには，単一方程式である（6 a）式だけで，モデルは完結モデルとなっており，それは「単一方程式完結モデル」(single equation complete model) といわれる。しかし，実際には，このような前提は成立していないので，(6 a) 式だけでは，モデルは「非完結」(incomplete) である。

要するに，独立変数には外生変数が当てられなければならない。外生変数には個々に確定値が与えられるので，「確定変数」とも呼ばれる。それに対し，内生変数は，外生変数に与えられたときにいろいろな値をとる変数であって，ある特定の同時分布を有するような「確率変数」である。

上記の (6 b)～(9 b) の4つの式では，いずれの式も内生変数は被説明変数（従属変数）として左辺にあり，外生変数である x_4 は説明変数（独立変数）として右辺にあるので，いずれの式もそれぞれに完結モデルである。

したがって，ここでは (6 a) 式にみられる x_1，x_2，x_3 と残差項 u_1 との相関の問題は解消している。また，(6 b)～(9 b) 式では，外生変数 x_4 と残差項 u_1，u_2，u_3，u_4 とは互いに独立である（と仮定されている）ので，y_1 を推定するには (6 b) 式に最小自乗法を適用し，x_1 を推定するには (7 b) 式に，x_2 の推定には (8 b) 式に，そして x_3 の推定には (9 b) 式にそれぞれ最小自乗法を適用すればよい。(5)

このように，もとの連立方程式体系から誘導型を導いて，そこに最小自乗法を適用する方法を「間接最小自乗法」(indirect least squares method) という。

かくして，(6b)～(9 b) のそれぞれの式について定数項 p と回帰係数 q の値が求まると，それを次の(10)～(17)式のような連立方程式としてセットして，もとの (6 a)～(9 a) 式のパラメータ a_0，a_1，a_2，a_3，b_0，b_1，b_2，c_0，c_1，d_0，および d_1 の値を求める手順に入るのである。(6)

---

(5) このようにして求めた，(6 b)～(9 b)式のそれぞれの式に関する定数項と回帰係数の値は，その母集団パラメータの推定量として一致性も不偏性もともに満たすことが知られている。

(6) このようにして，もとの (6 b)～(9 b) 式に関するパラメータの値が求められた↗

$$a_0+a_1(b_0+b_1c_0+b_1c_1d_0)+a_2(c_0+c_1d_0)+a_3d_0=p_{6b} \quad (10)$$
$$d_1(a_1b_1c_1+a_2c_1+a_3)=q_{6b} \quad (11)$$
$$b_0+b_1c_0+b_1c_1d_0=p_{7b} \quad (12)$$
$$b_1c_1d_1=q_{7b} \quad (13)$$
$$c_0+c_1d_0=p_{8b} \quad (14)$$
$$c_1d_1=q_{8b} \quad (15)$$
$$d_0=p_{9b} \quad (16)$$
$$d_1=q_{9b} \quad (17)$$

この(10)～(17)の連立方程式で求めたいのは，a_0，a_1，a_2，a_3，b_0，b_1，b_2，c_0，c_1，d_0およびd_1のパラメータの値であるが，これらのすべての値がうまく得られるとはかぎらない。つごうよく，すべてのパラメータ値が求められるケースもあるが，間接最小自乗法ではうまく解けないことが少なくない。これについては，次にのべる「識別（あるいは認定)」(identification) の問題を検討しなければならなない。

さて，ある特定の構造方程式が，他の構造方程式から区別されて識別可能であるためは，連立方程式モデルの内生変数の数（構造方程式の数と同じ）をGとするとき，そのモデルの全体系に含まれているすべての変数の数から，その特定の構造方程式に含まれている変数の数を差引いた残りが，少なくとも，$G-1$だけなければならない。

ここで，「モデルの全体系に含まれているすべての変数から，その特定の構造方程式に含まれている変数の数を差引いた残り」というのは，モデル体系には含まれているが，その特定の構造方程式には含まれていない変数の数といってもよい。この数をKとおくことにする。

このとき，$K=G-1$ならば，その特定の構造方程式は「適度識別」(just-identified) であるといい，$K>G-1$ならば，その方程式は「過剰識別」(over-identified) であるといい，$K<G-1$ならば，「過少識別」(under-identified)

↘とすると，その値は母集団パラメータの推定量として，一致性は満たすが，不偏性は満たさないことが知られている。

であるという。

このうち，間接最小自乗法は「適度識別」の場合にのみ適用できるのである。

たとえば，(6 a)〜(9 a)のモデルについては，モデルの内生変数の数は $G=4$ であり，したがって，$G-1=4-1=3$。また，モデルのすべての変数の数は5である。そこで，

(6 a)式については：

変数の数=4だから，(6 a) 式に含まれていない変数の数 $K=5-4=1$.
これは $G-1=3$ よりも少ない。したがって，過少識別であって，間接最小自乗法は適用不能。

(7 a)式については：

変数の数=3。故に，$K=5-3=2$。
$\therefore\ K<G-1.$ ⟶過少識別。

(8 a)式については，

変数の数=2。故に，$K=5-2=3$。
$\therefore\ K=G-1.$ したがって，適度識別だから，間接最小自乗法が適用可能。

(9 a)式については，

変数の数=2. 故に，$K=G-1$ であって，間接最小自乗法が適用可能。

以上でみてきたように，間接最小自乗法ではうまく解けないケースが多いので，次に，これに代わる方法を考察してみよう。なお，以上でしめした識別に関する次数条件 (order condition) はあくまでも必要条件であって，必要十分条件としては階数条件 (rank condition) を考えなければならないが本章ではとりあげない。

2-3　二段階最小自乗法

前節でのべたような連立方程式体系 (6 a)〜(9 a) 式のパラメータを推定するために，本節では「二段階最小自乗法」(two-stage least squares method) をみてよう。

この方法では，まず第1段階として，前節の誘導型方程式 (7 b)，(8 b) お

よび（9 b）式からスタートする。

$$x_1=(b_0+b_1c_0+b_1c_1d_0)+b_1c_1d_1x_4+(u_2+b_1u_3+b_1c_1u_4) \tag{7 b}$$

$$x_2=(c_0+c_1d_0)+c_1d_1x_4+(u_3+c_1u_4) \tag{8 b}$$

$$x_3=d_0+d_1x_4+u_4 \tag{9 b}$$

この中で，（7 b），（8 b）式は次のような形に書きなおしておく。

$$x_1=p_{7b}+q_{7b}x_4+v_1 \tag{7 b$'$}$$

$$x_2=p_{8b}+q_{8b}x_4+v_2 \tag{8 b$'$}$$

ここで，（7 b），（8 b），（9 b），つまり，（7 b′），（8 b′），（9 b′）のそれぞれに最小自乗法を適用して，p_{7b}，q_{7b}，p_{8b}，q_{8b}，d_0，d_1 の値を求める。

次に，これらのパラメータ値を使って，x_1，x_2，x_3 の推定値 $\hat{x}_1$，$\hat{x}_2$，$\hat{x}_3$ を求める。

$$\hat{x}_1=p_{7b}+q_{7b}x_4 \tag{18}$$

$$\hat{x}_2=p_{8b}+q_{8b}x_4 \tag{19}$$

$$\hat{x}_3=d_0+d_1x_4 \tag{20}$$

こうして，推定値 $\hat{x}_1$，$\hat{x}_2$，$\hat{x}_3$ が得られると，今度はその値を「先決変数」[7]と考えて，第2段階で

$$y_1=a_0+a_1\hat{x}_1+a_2\hat{x}_2+a_3\hat{x}_3+u_1 \tag{6 c}$$

に最小自乗法を適用する。

ここで，（6 c）式では先決変数 $\hat{x}_1$，$\hat{x}_2$，$\hat{x}_3$ と残差項 u_1 とは互いに独立の関

（7）　外生変数，内生変数，および先決変数の間の関係は，次のように要約することができる。（くわしくは，門田〔21〕pp. 194—197 を参照せよ。）

外生変数	1. 環境変数		v	インプット・データ（先決変数）	
	2. 先決政策変数		w		
内生変数	1. 先決内生変数		x		
	2. 時の遅れのない内生変数	a. 政策変数（決定変数）	y		アウトプット情報
		b. 目標変数（評価変数）	z		

$[y,\ z]=f(v,\ w,\ x)$

ただし，v，w，x，y，z はそれぞれベクトルである。

係にあることは明らかである。したがって，(6 c) 式は構造方程式であるとともに，誘導型方程式でもあるので，(6 c) の「単一方程式モデル」には，「直接最小自乗法」が適用される。

この場合，さらに，(20)式から推定した$\hat{x}_3$を(8 a)式に代入して，(8 a) 式からc_0とc_1を推定する。さらに，(19)式から推定した$\hat{x}_2$と(20) 式からの$\hat{x}_3$を (7 a) 式に代入すると，(7 a) 式からb_0，b_1，b_2の値を推定できる。このような方法が二段階最小自乗法である。

しかし，この二段階最小自乗法についても，前節でのべた「識別」の問題を検討しなければならない。間接最小自乗法は，適度識別の場合にしか適用できないが，二段階最小自乗法は過剰識別の場合でもパラメータの値を推定できる。(しかし，過少識別のケースは，二段階最小自乗法でも適用不能である。) この意味では，二段階最小自乗法の方が，間接最小自乗法よりも適用範囲は広くなる可能性がある。また，適度識別の場合には，間接最小自乗法によるパラメータの推定値と，二段階最小自乗法によるそれとが一致するということにも注意しておこう。

われわれの (6 a)～(9 a) のモデルでは，前節で検討したように，(6 a) と (7 a) は過少識別であり，(8 a) と (9 a)は適度識別である。したがって，われわれのモデルでは，(8 a)と(9 a) 式についてしか，二段階最小自乗法も適用することができない。

ところが，われわれのモデルで，さらに2つの外生変数（x_5とx_6）が加わった場合には，どのようになるであろうか。これは原価の第1次的作用因として，x_4，x_5，x_6が考えられるケースである。すなわち，

$$y_1=a_0+a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+u_1 \tag{21}$$

$$x_1=b_0+b_1x_2+b_2x_3+b_3x_5+u_2 \tag{22}$$

$$x_2=c_0+c_1x_3+c_2x_6+u_3 \tag{23}$$

$$x_3=d_0+d_1x_4+u_4 \tag{24}$$

この(21)～(24)式のモデル体系では，モデルの内生変数の数(G)は4であり，したがって，$G-1=3$。また，モデルのすべての変数の数は7に増えている。

そこで，

(21)式については：

変数の数＝4。故に，$K=7-4=3$。

したがって，$K=G-1$ であり，適度識別。

(22)式については：

変数の数＝4。故に，$K=G-1$ であり，適度識別。

(23)式については，

変数の数＝3。故に，$K=7-3=4$。

したがって，$K>G-1$ であり，過剰識別。

(24)式については，

変数の数＝2。故に，$K=7-2=5$。

したがって，$K>G-1$ であり，過剰識別。

以上の検討から明らかなように，(21)～(24)式のモデルの場合には，どの方程式のパラメータも，二段階最小自乗法によってその値を求めることができる。また，間接最小自乗法は，(21)と(22)式には適用できるが，(23)と(24)式には適用できない。

2－4　逐次最小自乗法の適用

「逐次最小自乗法」(iterative least-square method) というのは，連立方程式モデルが，「逐次体系」と呼ばれる特別な体系をなしている場合に適用できる最小自乗法に対してつけられた特別な呼称である。

さきの (6 a)～(9 a) 式をもう一度書いておこう。こう。この体系は，「逐次モデル」(recursive model) の典型的な例といってよい。

$$y_1=a_0+a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+u_1 \qquad (6\,a)$$

$$x_1=b_0+b_1x_2+b_2x_3+u_2 \qquad (7\,a)$$

$$x_2+c_0+c_1x_3+u_3 \qquad (8\,a)$$

$$x_3+d_0+d_1x_4+u_4 \qquad (9\,a)$$

この体系は「三角モデル」と呼ばれている次のような体系に書き換えること

ができる。

$$d_0+d_1x_4-x_3=-u_4 \tag{9 d}$$

$$c_0+c_1x_3-x_2=-u_3 \tag{8 d}$$

$$b_0+b_2x_3+b_1x_2-x_1=-u_2 \tag{7 d}$$

$$a_0+a_3x_3+a_2x_2+a_1x_1-y_1=-u_1 \tag{6 d}$$

このモデルの内生変数の係数行列Bは，次のように示される。

$$B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & -1 & 0 & 0 \\ b_1 & b_1 & -1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & -1 \end{pmatrix} \tag{25}$$

この行列の特徴は，対角要素を境にして，一方がすべて0となることである。[8]

三角モデルの場合には，(9 d)～(6 d)式において，まず，(9 d)式の内生変数x_3は，外生変数（先決変数といってもよい）x_4だけで決まり，ついで(8 d)式の内生変数$\hat{x}_2$は，上で求めた推定値$\hat{x}_3(=d_0+d_1x_4)$によって定められるというように，外生変数以外の内生変数は，ひとつずつ順次に決定されてゆく。したがって，以下のように「直接最小自乗法」を個々の構造方程式に逐次適用していくことによって，パラメータの一致推定量を得ることができる。

$$\begin{cases} x_2=d_0+d_1x_4+u_4 & \longleftarrow d_0 \text{と} d_1 \text{の推定} \\ \Downarrow & \\ \hat{x}_3=d_0+d_1x_4 & \longleftarrow \hat{x}_3 \text{の推定} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2=c_0+c_1\hat{x}_3+u_3 & \longleftarrow c_0 \text{と} c_1 \text{の推定} \\ \Downarrow & \\ \hat{x}_2=c_0+c_1\hat{x}_3 & \longleftarrow \hat{x}_2 \text{の推定} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1=b_0+b_1\hat{x}_2+b_2\hat{x}_3+u_2 & \longleftarrow b_0, b_1, b_2 \text{の推定} \\ \Downarrow & \\ \hat{x}_1=b_0+b_1\hat{x}_2+b_2\hat{x}_3 & \longleftarrow \hat{x}_1 \text{の推定} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1=a_0+a_1\hat{x}_1+a_2\hat{x}_2+a_3\hat{x}_3+u_1 & \longleftarrow a_0, a_1, a_2, a_3 \text{の推定} \\ \Downarrow & \\ \hat{y}_1=a_0+a_1\hat{x}_1+a_2\hat{x}_2+a_3\hat{x}_3 & \longleftarrow \hat{y}_1 \text{の推定} \end{cases}$$

要するに，モデルを構成する各構造方程式が因果序列のもとに，逐次決定されているものであれば，すべてこの方法を適用することができる。

（8）　円山〔26〕，p. 272 参照。

しかも，逐次最小自乗法が適用できるケースでは，さきにのべた「識別」の問題を検討する必要がない。

ところで，上記の(9 d)～(6 d)式を，ここで構造行列によって表現しなおしてみると，次のようになる。

表2

部門B		原価作用因					要素投入量
		1次的作用因		2次的作用因			
		PL	x_4	x_3	x_2	x_1	y_1
作用因関数	x_3	d_0	d_1				
	x_2	c_0		c_1			
	x_1	b_0		b_2	b_1		
要素投入関数	y_1	a_0		a_3	a_2	a_1	

PL＝暦時（期間の長さ）
PLに依存する原価は暦時依存的原価であり，いわゆる固定費要素の重要な部分である。

この表2の「2次作用因」の下に並んでいる行列は，(18)式の「三角行列」そのものであることがわかる。三角行列は(9 d)～(6 d)式の内生変数の係数行列であったので，構造行列原価計算体系における第2次的作用因は，すべて連立方程式体系の内生変数であることは明らかである。

さらに，構造行列における第2次的作用因の係数行列がつねに三角行列をなしていることから，構造行列原価計算におけるパラメータの推定には，つねに逐次最小自乗法を適用することができることも明らかである。このことは，表2における x_4，x_3，x_2，x_1，y_1 が列ベクトルであり，d_1，c_1，b_2，b_1，a_3，a_2 および a_1 が行列である場合でも，同じことである。

それ故，構造行列のもつ三角行列という特徴から，構造行列原価計算には逐次最小自乗法をつねに適用することが勧められているのである。この結論は，一見はじめから自明のようであるが，構造行列原価計算モデルのパラメータ推定は連立方程式モデルのそれであることに伴う，統計学的な問題を分析したうえで，明らかになったことである。

ところで，いま(6)式の中のパラメータたとえば a_1 が IE 的方法で技術的に確定できる場合には，a_1x_1 を左辺に移項し，$y-a_1x_1$ を1つの変数ととらえて，他のパラメータを推定すればよい。

第3節　LPによる配合決定（原単位確定）と差異分析

3-1　配合の意図的変更

係数行列の値をもとめる場合に回帰分析を使用するときについての検討を前節では行なった。原価作用因が相互に影響をあたえる状況で部門間の原価の動きを把握するには前章まででのべた単一方程式モデルでは不十分であり，連立方程式モデルを利用することを考える必要があろう。したがって前節は回帰の連立方程式モデルの概略を説明したものといえる。構造行列による原価計算モデルの係数行列の確定には，すでにのべたもの以外にLPを利用することもできよう。本節ではLPを利用した係数行列の確定の問題を材料配合の問題にかかわらせて検討することにする。

さて，鉄鋼業では，配合についての意思決定は重要事項の1つである。高炉で銑鉄を製造する場合には，（焼結工場・ペレット工場で鉄鉱石を粉砕・凝集させた）ペレット，コークス，および石灰石を配合する。この配合に際しては，コークスが高価格なので，ある一定比率までは重油で代替させることが可能である。また製鋼段階では，高炉で作られた銑鉄と合金鉄（屑鉄）および酸素を配合し，転炉で鋼鉄を製造する。このような鉄鋼業における製造工程からも明らかなように，鉄鋼業では配合の良否が原価額に与える影響は少なくない。したがって，最適配合の決定ルールならびに標準配合と実際配合の相違に着目する差異分析のシステムについての考察が必要となるのである。

しかしながら，従来の分析は考察対象がごく限られた一部分についてのものが多く，経営の全般的視野からの検討がなされていない。もっとも，近年，伝統的な配合差異・歩留差異の分析に対する批判とともに，それらの問題を克服しようとする動きがみられる。そこで以下では，ウルク＝ヒルマンの所説についてまず概略をのべ，その後に構造行列による原価計算システムとの関連で若干のコメントを付記することにしたい。(9)

従来，配合差異はつぎのような状況が存在するときに，有用な情報を提供することに重点を置いて算出されるものである。

（9） Wolk, H. I. and A.D. Hillman, [11]. ウルク＝ヒルマンの差異分析法および伝統的な配合差異・歩異差異の検討がつぎの文献でなされている。
　小林〔14〕。

(1) 標準配合とは異なった原材料あるいは労働の組合せで要素投入が行なわれる場合。

(2) 実際の製品組合せが予算時の製品組合せと異なる場合に，それが売上高や貢献利益に与える影響を分析する場合。

以上のような状況は，先ほどしめした鉄鋼業の例からも明らかなように，実務ではしばしば観察されるものである。それゆえ，差異分析の方法自体に有用性が認められれば，これから導かれる差異情報は一応の成果を各管理者にもたらすであろう。

しかしながら，配合を意図的に変更するときには後述するように伝統的な配合差異の分析は効力を失うことになる。かかる認識をもとにしてウルク＝ヒルマンは原材料消費数量差異を再検討しようとするのである。すなわち，原材料価格が変動すればそれによって最適配合が変わりうる状況をまず想定する。そのうえで，短いインターバルで意図的に当初の標準配合を変化させる場合の原材料消費数量差異分析のフレーム・ワークを構築しようとするのである。もっとも原価差異分析というコントロールの側面に重点がある問題も当然のことながら，経営管理の全体的な視野から検討する必要がある。そこで，彼らは配合差異の問題をLPを用いた短期的最適原材料組合せの決定方法に関する議論から出発させるのである。

3－2 ウルク＝ヒルマンのモデル

彼らのしめした仮設例はつぎのようである。仮説会社は家畜用飼料の製造会社であり，4種類の材料（1バッチの配合にあたって，そのすべてを使用する必要はない）を配合して飼料を製造する。製造にあたっては以下のような制約条件がある。

(1) 1バッチでは1トンの飼料を製造しなければならない。

(2) 1バッチには最低18％の蛋白質が含まれていなければならない。

(3) 1バッチに含まれる材料2あるいは材料3（ともに使用するときにはその合計量）の割合は全体の20％以下でなければならない。

表3　家畜用飼料1トン当たりの原材料の標準原価，配合および
蛋白質の含有料（当初の標準配合）

原材料	重量（単位，ポンド）	蛋白質含有比率（％）	蛋白質重量（ポンド）	原価標準 1トン当たり	原価標準 1ポンド当たり	標準原価合計
1	0	50	0	$45	$0.0225	$0.00
2	0	10	0	30	0.0150	0.00
3	400	15	60	25	0.0125	5.00
4	1,600	35	560	40	0.0200	32.00
	2,000		620			$37.00

(4)　原材料費以外は配合の変更によって影響されない。

(5)　1バッチの製造中には要素価格は変化しない。

上記の諸制約条件をみたし，かつ長期の価格構造の分析を行なった上で，まず長期的原価最小化目標を満足する一組の原材料配合とそれぞれの原材料の原価標準が設定されることになる。本設例での配合と原価標準は表3にしめされている。

表4　獲得された原材料価格についての情報

原材料	価格 1トン当たり	価格 1ポンド当たり
1	$45	$0.0225
2	25	0.0125
3	28	0.0140
4	32	0.0160

表5　最終タブロー

C_i		実行可能解	M	0	M	0	45	25	28	32
			x_5	x_6	x_7	x_8	x_1	x_2	x_3	x_4
32	x_4	4/5	1	0	0	$-1/5$	1	0	0	1
0	x_6	12	35	1	-1	-5	-15	0	-5	0
25	x_2	1/5	0	0	0	1/5	0	1	1	0
		Z_i	32	0	0	$-7/5$	32	25	25	32
		$Z_i—C_i$	$32—M$	0	$-M$	$-7/5$	-13	0	-3	0

しかしながら，往々にして上にのべた方法でもとめられた標準配合にしたがって原材料投入を行なっても，標準価格を決定した後に発生した材料費の変化により，標準配合どおりに原材料を投入することが原価最小化に結びつかない

ことがある（現在の各原材料価格は表4にしめされている)。このような状況が存在する場合，LPを用いて短期的に最適な材料配合をつぎのような最小化問題であらわし，これを解くことにより最適材料配合を求めることができる。

最小化　$z=45x_1+25x_2+28x_3+32x_4$

制約条件　$x_1+x_2+x_3+x_4=2,000$　(26)

$0.5x_1+0.1x_2+0.15x_3+0.35x_4\geq 360$　(27)

$x_2+x_3\leq 400$　(28)

$x_i\geq 0$　(29)

ここで x_i は各材料の投入重量（単位：ポンド）である。

表6　伝統的な配合差異・歩留差異の分析

(1) 原材料	(2) 実際投入量×標準単価	(3) 実際消費量に対する標準配合量×標準単価	(4) 標準消費量×標準単価
1	—	0	0
2	420×＄0.0150	0	0
3	—	412×＄0.0125	400×＄0.0125
4	1,640×＄0.0200	1,648×＄0.0200	1,600×＄0.0200
計	＄39.10	＄38.11	＄37.00

＄0.99（配合差異，不利差異）　＄1.11（歩留差異，不利差異）

3-3　モデルの解の解釈

このモデルを原材料の重量比率で解が求まるように変換し[(10)]，ビッグM法（罰

(10)　変換されたモデルはつぎのとおり。

最小化　$Z=45x_1+25x_2+28x_3+32x_4+Mx_5-0x_6+Mx_7+0x_8$

制約条件　$x_1+x_2+x_3+x_4=1$

$50x_1+10x_2+15x_3+35x_4-x_6+x_7=18$

$5x_2+5x_3\qquad+x_8=1$

$x_i\qquad\geq 0$

$(i=1,\ 2,\cdots\cdots 8)$　　Mは非常に大きな数。

金法）で解いた場合の最終タブローが表5である。表5をみれば，原価を短期的観点から（当該1バッチについて）最小化する材料配合は，材料2を400ポンド（1/5バッチ），材料4を1,600ポンド（4/5バッチ）投入することであることがわかる。この解が4つの制約条件を満足していることは容易に検証でき，このときの飼料1トンあたりの原価が30.60ドルとなることも明らかであろう。さらに問題を上記のように定式化しておけば感度分析を行なうこともできる。感度分析によって，本設例の場合には例えば，材料2の原価が28ドルまで上昇しても，求めた最適配合を変更しなくてもよいことがわかる。以上のことから，投入要素価格が変動的であればあるほど，当初の長期的原価最小化をめざした標準配合が無意味になる可能性が増大することがわかる。したがって，このような状況が存在するときには伝統的な配合差異の分析は誤った情報を提供しかねないのである。

当該バッチ生産での実際材料消費量が材料2では420ポンド，材料4は1,640ポンドであったとすれば，伝統的な差異分析では配合差異・歩留差異が表6のように算出される。従来では，配合差異は標準配合どおりの材料投入が行なわれなかった結果生ずるものであるという性格づけがなされていた。しかし実際には当初の標準配合が現在の原材料価格水準ではなくなったため，これを意図的に放棄したのであるから，伝統的な分析では十分な情報を提供しうるとはいえないのである。また，当初の標準配合が意図的に放棄されたか否かとは直接的には関係はないが，差異の算定方法やさらに一般的に差異分析のシステム自体の運用方法を行動科学的側面から検討する必要性も指摘されてしかるべきである。(11)

ウルク＝ヒルマンは上述のような議論をふまえたうえで，差異分析の媒介項に「実際消費量に対する短期最適配合量」を使用する方法を提唱している（表

(11)　伝統的な配合差異・歩留差異の分析法の問題については小林〔14〕10月号 pp. 49—51. を参照のこと，また差異分析の人間行動にあたえるインパクトについて言及し，差異分析法に対して新たな視点をあたえた以下の文献もあわせて参照されたい。伊丹〔9〕,〔19〕。

表7　短期的量適配合のもとでの原材料消費数量差異

(1) 原材料	(2) 実際消費量×標準単価	(3) 実際消費量に対する短期最適配合量×標準単価	(4) 標準消費量×標準単価
1	—	—	—
2	420×＄0.0150	400×＄0.0150	—
3	—	—	400×＄0.0125
4	1,640×＄0.0200	1,600×＄0.0200	1,600×＄0.0200
計	＄39.10	＄38.00	＄37.00
	＄1.10(不利)(量差異)		＄1.00(不利)(標準原価修正差異)

7参照)。表7をみればこの差異分析によっていかなる情報が獲得できるかは自明であろう。すなわち，量差異 (volume variance) は短期最適配合で指示される材料を投入した場合の原材料の浪費あるいは節約量を標準原価で評価したものであり，標準原価修正差異 (standard cost adjustment variance) は当初の標準配合とは異なった短期的最適配合で材料投入を行なうことになったという決定の変更によって生ずる差異である。通常，量差異はコントロール可能であるのに対し，標準原価修正差異は管理不能である。さらに，この差異分析では当該バッチ生産における最適配合は配合前に既知となっているのであるから，量差異には伝統的な差異分析による配合差異が含んでいた実際の配合が標準とは異なったために生じるというような性格をもつ要素は混入してこない。それゆえ，量差異は純粋に配合時の材料の浪費をあらわすものといえる。

第4節　配合上の適応と差異分析

以上，ウルク＝ヒルマンの配合差異に対する考察を概略してのべた。LPによる最適配合の決定問題と配合差異の検討を一体的にとりあげていること，つまり配合の問題を計画の設定段階から期間終了後のコントロールまで一貫してのべている点は興味深い。しかしながら，彼らの考察だけで十分であるとはいえない。とりわけ，差異分析数値の利用に関する面での検討が不十分である。

そこで本節では彼らの提唱した差異分析方法（LPによる配合決定問題も含む）の適用上の問題を構造行列による原価計算システムとの関連で考えてみることにしたい。

この問題に対する結論はウルク＝ヒルマンの論述の不明瞭な箇所を解明してゆく過程から導かれるであろう。そこで順次これらの点を指摘し考察を加え，最後にこの差異分析方法と構造行列による原価計算システムの関係を明らかにしたい。

まず第一に指摘できるのは，最適配合を決定するモデルを原材料価格最小化のモデルとして設定することの妥当性についてである。鉄鋼業では，材料の配合決定にあたって材料価格を明示的には取扱っていないという。つまり，実際には最適配合決定モデルは何らかの技術的あるいは物理的・化学的特性値の最大化（あるいは最小化）モデルとして設定され，投入要素価格についてはその他の技術的，あるいは物理的・化学的制約とともに制約条件に組込まれていると解釈できよう。もっとも，標準配合決定に際していかなる要因が主として作用するかは状況によって変化するであろうから，原価最小化モデルで配合を決定することがないとはいえない。(12)

第二に問題となるのは，配合変更の意思決定権限がいかなるレベルの管理者に委譲されるのかが不明瞭なことである。というより，ウルク＝ヒルマンの論考では材料価格の変化にタイムリーに適応し，この情報にもとづく最適配合にしたがって材料投入を行なうことになっているから，当該権限は配合に責任をもつ部門管理者に委譲されていることが前提とされていると考えられる。しかしながら，いかなる状況においてもかかる権限が部門管理者に委譲されていると考えることは妥当ではないであろう。そこで，配合決定モデルが材料価格最小化である場合とその他の特性値最大化（あるいは最小化）である場合とに分

(12)　LPによる通常の原料配合モデル（ウルクらのモデルも同じ）では，ここでいう技術的あるいは物理的・化学的特性値に関する目標は，制約条件式によって充足しようとされている。したがって，以下の議論で，技術的特性値最大化が問題になっている場合には，通常の配合モデルでの技術的制約条件の充足が問題になっていると考えられる状況もある。

けて考察することにしたい。

まず，最適配合決定モデルがある物理的特性値（たとえば，アウトプットの硬度）の最大化問題である場合を考えてみよう。現在の材料配合では当該特性値について望ましい値が製品（あるいは中間生産物）から獲得できないという情報がえられたとする。さらに当該特性値に比例して商品価値が変化し，それが一定の値を下回ったときには商品価値が激減あるいはゼロとなるものと仮定する。この場合にオペレーショナル・レベルの管理者に要求されるのは投入材料配合をダイナミックに修正し，少なくとも一定の値以上の特性値がえられるように活動することである。したがってこの場合には，当然のことながら材料配合の権限は当該管理者に委譲されることになるだろう。

しかしながら，標準配合が原材料価格最小化のモデルによって決定される場合には様相を異にする。かかる状況では上位の管理者から通達された種々の要因（長期的原価最小化目標もその１つであろう）を考慮して合議あるいは材料配合に管理責任をもつ管理者により配合が決定される。これは再び上位管理者の承認をうけたのちに標準配合として確定され，それにしたがって実際の作業が執行されることになるのである。ここで確認しておかなければならないのは，最適配合の決定モデルの利点が環境変化に対するダイナミックな適応にあるということである。すなわち，１バッチの作業を開始する以前に何らかの情報が獲得され，その情報をもとに最適な材料配合が決定できるということである。しかるに，１バッチの作業のタイム・スパンが短いときには，そのたびごとに上位の管理者の承認をえる時間が実際にはえられないことが考えられる。また，部門管理者のこの適応行動によって全社的利益がそこなわれる場合もある。このときには当然のことながら最適配合にしたがった材料投入は認められないと考えるのが妥当であろう。それゆえ，彼らの議論では明示されていないし，実際的にも考えづらいのであるが，配合修正の意思決定つまり短期的（より正確には１バッチごとの）原価最小化の適応行動の権限が上位から当該管理者に委譲されており，かつこの行動が上位の管理者あるいは全社的な目標と排反しないという条件が，原価最小化問題であらわされる最適配合決定モデルでは不可

欠なのである。もっとも，モデルを組みかえれば上記のような疑問に対しても答えることができようが，紙幅の関係で本章では省略する。

第3は業績評価段階に関する問題である。なお，ここでの議論は最適配合モデルが材料価格最小化であることについての問題点は言及しない。注意しなければならないのは，彼らのしめしている差異分析の議論で会計期間の概念についての考察が明示的になされていないことである。さきほどものべたように標準配合は通常，期首に設定されていなければならない。彼らの設例では原材料価格の変動についての情報がある1バッチの作業の開始以前に獲得されているとのべるだけで，それが期中のどの時点で獲得されるのか，またそのような情報獲得による最適配合の改訂が期間中に幾度も行なわれる状況を考慮しているかどうかという疑問には答えていないのである。そこで問題点を明らかにするため，つぎのような状況を想定してみよう。

期首に定まっている標準配合にしたがって生産を開始したが第 i 番目と第 j 番目のバッチ生産中に新たな材料費変動に関する情報を入手した。

この場合には第 i 番目のバッチ生産はすでに標準配合にしたがって進行中であるから，途中では変更できない。そこで当該情報によって新たに設定された最適配合によるバッチ生産は第 $i+1$ 番目以降に適用される。また第 $j+1$ 番目以降では j バッチ時に獲得された情報をもとにした最適配合にしたがった操業が行なわれる。このような活動はつぎのようにいいかえることができるだろう。すなわち，当初の標準配合（事前計画）にしたがって配合作業を開始するが，期中に原材料価格変動についての情報を獲得し，その時点での最適配合（事後的最適計画）が確定すればそれにもとづいた活動を続行する。このようにみると彼らの差異分析法は事後最適分析によるそれと同様のフレーム・ワークをもつものといえる。事実，標準原価修正差異は配合についての決定の変更によって生じる差異であり，今後の環境情報の入手努力の方向づけを指示するために利用される事後最適分析でいうところの予測差異にほかならない。ただ

量差異は部門管理者に配合変更の権限が委譲されているかどうかによりその内容は若干趣を異にするが，部門管理者に適応権限がない場合（配合変更が上位の管理者によって決定され，変更された配合が修正計画として明示され部門管理者に伝達される場合）には，一応材料使用上の浪費をあらわすものといえる。(13) このように2分された差異分析値は期末以降に確定する実績値と対比して算定され業績評価指標として利用されることとなる。もっとも，このような差異分析数値がどれほど有用なものであるかはいまだ疑問の余地があり，とくに量差異などは1バッチごとの材料の浪費をしめすものであるから，各バッチ生産終了のたびごとにオペレーショナル・レベルの管理者に当該情報をフィード・バックして，現場での原価意識高揚に役だてることはできても，期末の集計値はどれほどの意味があるかどうかは明らかではない。

以上，LPによる最適配合決定のモデルが構造行列による原価計算システムに組込まれる場合に，問題となるであろう事項について検討してきた。要素投入関数の係数の確定に，LPが利用されることがあることは明らかになってはいる。しかし，LPをどのように使用するかについては，すでにのべたようにいくつかの問題がある。さらに，このLPによる最適配合決定モデルと配合差異の差異分析システムを連動させることを考えれば，さらに多くの検討の余地があろう。

実際に行われている期間計算システムは，期中における配合変更については別段考慮せずに，期首の標準配合ならびにそれと一組となっている原価標準を保持したまま作動する。このようなシステムの運用方法が適切でないとはいえないし，計算手続を複雑にし，分析を精緻化するよりも，その効果が優れているという状況が一般的かもしれない。しかし，業績評価段階で適用される伝統的差異分析方法に疑問があることは，既述のように明らかであるので，本節で

(13)　事後最適分析の適用は下位部門に適応権限があるケース（本稿の配合の問題では目標関数が原材料価格以外のある特性値の最大化あるいは最小化モデルである場合）と適応権限がないケース（目標関数が原材料価格最小化モデルの場合）にわけて考察するのが実際的である。くわしくは，門田〔21〕pp. 306—313 を参照されたい。

示したようなアプローチが考えられてしかるべきである。

結　び

費目別，原価部門別，あるいは企業全体を対象としてそれぞれのコスト・ビヘイビアを把握しようとする際に回帰分析は有用な手段を提供するものであることは再三強調しているように明らかな事実である。しかし前章までの議論では費目別のコスト・ビヘイビア分析と部門別のコスト・ビヘイビアの分析および部門別コスト・ビヘイビアの部門間の相互関係についての議論はほとんど行なわれていなかった。本章ではこの問題を考えるにあたって西ドイツ鉄鋼業の実務で使用されている構造行列原価計算システムの計算機構をふまえて，係数行列を確定するのに回帰分析とLPを使用する場合の問題について検討を加えた。

まず回帰分析を利用する場合には，係数行列の確定は回帰分析によってパラメータの推定値を獲得する作業に他ならないことが明らかになった。さらに構造行列原価計算システムでは，企業の生産構造をできうる限り忠実に写像することを考えているので，要素投入量と作用因との関係をしめす要素投入量関数では複数の作用因が考慮される。そのため係数行列の確定には重回帰分析が使用されることになる。前章でのべた重回帰分析における諸要件は係数行列の確定に回帰分析を用いる場合には当然考慮されなければならない。さらに，作用因はそのいくつかが相互に影響しあうので，それらの関係を把握しておくことが必要であるが，回帰分析を使用する場合に1つの回帰方程式が何らかのそこで特定した状況における作用因間の関係の1つをあらわすものであることを確認しておく必要がある。作用因間に入りくんだ複数の関係が存在する会計事象を対象に回帰分析を適用する場合には当然単一の回帰モデルだけでは不十分であり，複数の回帰方程式からなる連立方程式モデルにおけるパラメータの推定の問題を考えなければならない。そこで本章第1節ではこの問題だけに注目した議論を展開した。しかしそれらはいずれも概要をしめしただけであって原価計算モデルに回帰の連立方程式モデルをいかにリンクさせるかという最も重大

な問題にはほとんど立ちいってはいない。これは今後に残された課題の1つである。ただこの問題を考える際には，原価計算モデルすべてを連立方程式モデルを利用して記述することは無意味なのであって，例えば係数行列の確定の問題をとりあげるなら，回帰分析を利用せずとも係数行列を技術的に決定できるものにまで回帰分析を用いる必要はないのである。つまり，回帰分析が有用である状況とそうでない状況を明確に把握した上で，回帰分析がもっともよく作動するシステムについて考えればよいのである。

第2節，第3節では係数行列の確定にLPを利用する場合について材料配合の問題にからめて分析を行なった。これは本書の一連の論考とは無関連なテーマであるといえなくはない。ただ一こと つけ加えたいのは，ここで取上げた方法のように経営管理問題を計画の設定段階からコントロールの段階まで一貫して考察しようとするアプローチはコスト・ビヘイビアの分析を行ない，分析結果を種々の経営管理問題に対していかに利用するかを検討しようとするわれわれのアプローチとその分析視野を同じくするものだということである。

参考文献

［1］ Corcoran, A. W. and W. E. Leininger, Stochastic Process Costing Methods, *The Accounting Review*, Jan., 1973.

［2］ Feltham, G. A., Some Quantitative Approaches to Planning for Multiproduct Production Systems, *The Accounting Review*, Jan., 1970.

［3］ Franke, R., A Process Models for Costing, *NAA Management Accounting*, Jan. 1975.

［4］ Franke, R., Costing with Matrix Analysis, *NAA Management Accounting*, Apr. 1976.

［5］ Gambling, T. E., A Technological Models for Use Input-Output Analysis and Cost Accounting, *NAA Management Accounting*, Dec., 1968.

［6］ Hartley, R. V., *Operations Research; A Managerial Emphasis*, Goodyear Publishing Company, Inc., 1976. （門田安弘訳『ハートレイ：数理計画法の経営活用I』，門田安弘・加登豊共訳『ハートレイ：数理計画法の経営活用II』新東洋出版社，昭和54年）

［7］ IBM, *Grundlagen für Anwendungsprogrammierung* (*GAP*), *System für*

Plankosten und Planungsrechnung mit Matrizen: Teil I, Management Information, Teil II, Anwendungsbeschreibung, Teil III, Leitfaden für Programmierung und Installation, IBM, 1975.（日本アイビーエム株式会社訳『物量管理を結びつけた原価計画および原価計算システム』第1巻，エグゼクティブのための解説書，第2巻，適用業務の解説書，第3巻，システムおよび導入の解説書)。日本アイビーエム株式会社『「構造マトリックス」による原価管理』1978.

[8] Ijiri, Y., An Application of Input-Output Analysis to Some Problems in Cost Acconnting, *NAA Management Accounting*, Apr. 1968.

[9] Itami, H., Analysis on Implied Risk-Taking Behavior under a Goal-Based Incentive Scheme, *Management Science*, Oct, 1976.

[10] Livingstone, J. L., Input-Output Analysis for Cost Accounting, Planning and Control, *The Accounting Review*, Jan., 1970.

[11] Wolk, H. I. and A. D. Hillman, Materials Mix and Yield Variances: A Suggested Improvement, *The Accounting Review*, Jul., 1972.

[12] 林純子稿「原価計算システムの一展開――原価理論と原価計算の交渉」『六甲台論集』昭和53年7月。

[13] 加登豊稿「過去原価資料を用いたコスト・ビヘイビアの分析」『経済研究』昭和54年11月。

[14] 小林健吾稿「配合差異と歩留差異――直接材料差異分析について――」『産業経理』昭和53年10・11月。

[15] 小林哲夫稿「構造行列に基づく原価計算モデル」『国民経済雑誌』vol. 134, No. 2，昭和51年8月。

[16] 小林哲夫稿「西独における原価計算モデルの展開」『会計』vol. 109, No. 5，昭和51年5月。

[17] 小林哲夫稿「構造行列に基づく原価計算システム」『産業経理』昭和54年3・4月。

[18] 小林哲夫稿「西ドイツ鉄鋼業の経営会計基準」『企業会計』昭和54年5月。

[19] 伊丹敬之稿「内部組織の経済学と管理会計」『ビジネス・レビュー』昭和52年3月。

[20] 円山由次郎著『需要予測と計量経済分析』日本生産性本部，昭和45年。

[21] 門田安弘著『多目標と階層組織の管理会計』同文舘，昭和54年。

[22] 門田安弘稿「行列代数による部門別原価計算」『経済研究』昭和49年10月。

[23] 門田安弘稿「多部門企業の投入産出分析と線形計画モデル」（門田安弘著『計算価格による分権的システム』大阪府立大学経済研究叢書第38冊，昭和48年，第4章）

[24] 両頭正明稿「短期経営成果計算と直接原価計算――リーベルとラスマンの見解の

検討」『企業会計』昭和54年6月。
[25]　佐藤精一著『線形計画法による予算管理モデル』改訂増補版，同文館，昭和54年。
[26]　安川正彬著『続・統計学の手ほどき』日本経済新聞社，昭和46年。
[27]　坂手恭介稿「部門別原価計算における線型代数の適用」『創価経営論集』昭和54年2月。

第6章　コスト・ビヘイビアと習熟曲線

序

標準原価計算の労務費計算においては，直接労務費標準は周知のように，標準作業時間と標準賃率の積として算出される。この両要素を確定するにあたっては，諸々の影響要因のみならず，それぞれの企業の特質，組織構造など複雑に入り組み合った要因を分析，検討する必要がある。

本章では，そのうち標準作業時間の確定にあたって考慮しなければならない要因の一つである習熟効果（learning effect）をとりあげ，これを会計的観点から総合的に吟味することを主眼としている。まず第1節では，習熟効果を計量化して把握する方法である習熟曲線（learning curve）の生成・適用の過程が，習熟概念を明らかにしながら諸文献を通じて概論される。なお，この第1節で問題点として指摘したもののいくつかは，後節で詳細に吟味されることになる。続いて第2節では，習熟曲線の一般化を計るうえでの諸問題の検討を行なう。第3節では，習熟曲線モデル（learning curve model）の数学的説明を行なうが，特にここでは，習熟曲線のパラメータの確定にあたって最小自乗法が使用されることから，前章まででのべた原価測定のための回帰分析との関係が問題になる。この点に関しては習熟曲線モデルが回帰分析モデルの一特殊形態であることを指摘しておくことにとどめ，詳細な分析は該当節に委ねたい。

以上の3節で，われわれは習熟曲線の概要を把握したことになる。そこで，第4節では習熟曲線と会計との交渉を習熟曲線モデルの利用という観点から若干たちいって考察することにした。本書はコスト・ビヘイビアの分析に使用される諸技法を吟味することを第一目的とはしているものの，これら諸技法は経営管理の種々の局面で数々の工夫がこらされ，多面的に使用される経営管理技法と関連づけて考察する必要があることは事実である。そこで特に第4節では，習熟効果をうける原価について，そのコスト・ビヘイビアを習熟曲線によって

把握し，これを基礎にして様々な意思決定局面で回帰方程式がいかに利用され，その際にどのような問題が生じるかについてもさらに進んで考察したいのである。それでは，習熟曲線の概念の基礎にある習熟効果自体についての理解をはかることから論を出発させることにしよう。

第1節　習熟曲線の概念

人はいまだ行なったことのない作業に着手する場合，それを繰返し反復して履行すれば，当該作業に熟練し，その作業能率は向上するものである。このような事態は経営のあらゆる局面で生じうるものであり，組織がこれらの諸現象の存在を明確に把握し，その発現形態を確実に予測することができれば経営管理の様々な局面において非常に強力な技法を保持しているといえよう。このように組織のアウトプット水準と業績水準が向上する現象を習熟効果（learning effect）と呼び，これらの関係を関数形で写像したものを習熟曲線（learning curve）と呼ぶことにしよう。もっとも，このような抽象度の高い概念規定を行なえば，当該概念の操作上の困難性を随伴するので，さしあたっては一般にいわれているような意味（つまり，累積生産量が増すにつれて単位当たりの累積平均作業時間が一定率で減少することを習熟効果，これを関数で表示したものが習熟曲線という）で習熟効果と習熟概念，さらには習熟曲線についての考察を行なっていきたいと思う。

さて，航空機製造業においては，その機体（airframe）生産数量が増大するにつれて，機体製造に要する単位当たり直接作業時間が減少することが経験的に知られていたという。かかる経験をふまえた上で，カーティス・ライト株式会社（Curtis Wright Corporation）の T.P. Wright は当社の航空機生産量（累積生産量）と単位当たり原価の関係を詳細に検討した[(1)]。ここで彼は，特

（1） Wright, T. P., Factors Affecting the Cost of Airplanes, *Journal of the Aeronautical Sciences*, Feb., 1936, pp. 122–128. なお，習熟曲線の歴史の概要については，黒沢[35]，西村［38］p. 21 および星野［37］pp. 126–127，などを参照

定機種の製造量が2倍になるごとに累計平均直接作業時間（累積製造時間÷製造量）は一定の割合で減少することを指摘している。この経験的にえられた一定割合とは，約80%である。つまり，累積生産量が2倍になると，その生産量のもとでの平均作業時間がもとの80%となるということである。Wright はこのような法則を「80%の規模の生産の法則」(eighty percent scale of production law) と呼んでいる。(2)

ついで，米国国防省は航空機の原価に関する情報を獲得するため，スタンフォード研究所に T. P. Wright の研究をふまえた納入機体に関する報告を行なわせた。(3) この報告によって Wright の「80%の規模の生産の法則」がほぼ全機種に該当したことから，航空機産業において上記のような経験的法則が存在することが明らかになったのである。

かかる現象の存在とその関数によるモデル化（これが習熟曲線である）は政府側においては入札価格の妥当性を検討するための手段として，また入札業者側にとっては入札価格の決定，必要労働量の決定およびそれに基づく人員計画の策定，さらには各種の計画，管理の用具としての使用や各種意思決定における決定モデルとしての使用というように，多角的に用いられる方途を明確化したのである。

さて，このような歴史的経緯をもつ習熟曲線は，そののちどのように展開し，その過程でどのような問題が発生し，そしてそれらに対してはどのような検討がなされてきたのであろうか。これらの諸点につては次節で詳細に検討することにしよう。

せよ。なお，「習熟パターンに関して最初に文献にあらわれたものは，1925年のオハイオ州ライト・パターソン空軍基地の指揮官による報告である。」Hirschmann [17] p. 125. その報告とはつぎのものをいう。Reguero, M. A., An Economic Study of the Military Airframe Industry, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, Department of the Air Force, Oct., 1957, p.213.

(2) 詳細は Broster [14] pp.34–35 を参照せよ。

(3) Stanford Research Institute, *Development of Production Acceleration Curves for Airframe*, 1949.

第2節 習熟曲線概念の一般化をはかる上での諸問題

前節で述べたような経緯を持つ習熟曲線は，当然のことではあるが他の産業部門への適用がはかられ，その一般化が試みられた。しかし，「当該技法の他産業に対する一般化は残念ながら遅々としたものである。」(4) このように習熟曲線技法の一般化が阻外されている理由として，Baloff は次の3点を指摘している。(5)

(1) 習熟曲線で表わされる生産性向上現象の原因ならびにその存在をあまりにも狭く解していること。

(2) 習熟曲線モデルの実際のフォームが明確なものとはいえず，さらにその計算についても混乱や若干の問題点が存在すること。

(3) 習熟曲線に関する過去の経験的結果が，円滑に当該技法の適用を考えている人々たちに伝達されていないこと。

これらの指摘は明白だと思われる。そこで，本節では上記の3点に関連させて以下にしめす諸問題を順次検討していきたいと思う。

(1)に関するものとしてまず考えられるのは，習熟効果を発生せしめる要因は何かという原因究明を行なう必要があるということである。これに関連して，さらに副問題として習熟効果は直接作業のみに現われるものなのか，間接作業についても起こりうるものなのかを検討しなければならない。本節では，この問題を原価費目別に考察したい。当然この問題に対しては(イ)習熟効果は航空機産業個有なものなのかどうか，(ロ)さらに産業を労働集約的産業（labor intensive industry）と機械集約的産業（machine-intensive industry）に分ける場合に，習熟曲線がこの両産業部門に適用できるかどうかをさらに副問題として考えてみたい。

(2)については，(イ)80%習熟率の妥当性の検討（これは第1点にも関連する）と(ロ)モデルのパラメータの確定方法に関する問題がある。本節では(イ)の問題の

(4) Baloff [6] p. 275.

(5) *Ibid.*, p. 275.

みをとりあげ，(ロ)については後節で検討したいと思う。(3)については，本章がその役割を果たす目的で記述されることのみを記しておこう。さらに，このような習熟効果は長期にわたり存続するものかどうかも検討することにしたい。この問題は原価標準の設定に習熟現象が及ぼす影響と関連がある。それでは，検討を始めることにしよう。

概　説

航空機産業においては習熟現象が直接作業時間の改善という形で取り上げられた。またこのような直接作業を行なう直接工が，多くは機体の組立作業に従事していたのである。上記の2点に加えて，全作業に占める組立作業（そのほとんどは手作業によるものである）の割合が高いほど，習熟率が高くなるという実証結果(6)も後押しする形で習熟現象について，つぎのような狭い解釈がなされる結果となった。

(1)　習熟効果は直接作業のみに現われる。

(2)　習熟効果は直接作業のうち組立作業のような手作業（manual work）についてのみに認められるものである。

確かに上記の指摘は誤まりではない。たとえば，直接工の作業能率（これを単位当たり直接作業時間で表わすものとすると）は彼らが反復して実行し，当該作業に対する経験を積むことにより道具（manual facility）を自在に使いこなせるようになるにつれて，向上することは論理的にも明確である。これには実証の裏付けもある。さらに，直接工の獲得する経験が生産効率の向上についてかなりの比重をもつ重要な要因であることも事実である。しかし多くの論者が単に直接作業にのみ重点をおき，エンジニアや間接工の活動と習熟現象との関連を十分に認識していないことは大きな疑問点である(7)。習熟に影響を及ぼす

（6）　Andress [3] p.89, Hirschmann [17] p.126.

（7）　例えば Andress [3], Hartley [16], Hirschmann [17] などを参照せよ。ただし，習熟曲線に関する文献の多くが直接工の問題をとりあげるのは習熟曲線の生成発展過程から当然のことであり，このことをもって上述のような指摘がすべての文献について該当するものであると結論するのは，あまりにも短絡的でありすぎる。

要因としては，直接工を含め，少なくとも以下にしめすものが考えられる。[8]

1 作業に従事する人員——直接工の訓練，経験，および技能は習熟効果をもつ，間接工（材料準備係，検査係，保守および用役係）の作業が直接工の能率向上を促進する。

2 監督者およびスタッフ要員——彼らの行なう種々の調整活動や問題解決の指針の提供。

3 作業の実施方法——工具の改善，設備の配置転換，製造方法の変更等。

4 操業度——操業度の上昇自体が習熟効果を高めることがある。[9]

5 ロット・サイズ——ロット別生産を行なうと連続生産に関する習熟のメリットは失われることがある。しかし段取時間などのロット切換に要する時間が次第に短縮されるし，経済的ロット・サイズが確定するまでの過程で習熟効果が発揮される。

上述のような諸要因を検討せずに習熟効果に分析が行なわれてきたことによって，「習熟曲線概念は機械集約的な製造業での適用が疑問視される」[10] 結果をまねいたのである。

すでにしめした習熟効果に対する狭い解釈はとりもなおさず，その効果が最初に明示的な形で確認された航空機産業に付随する種々の特質から発生したものである。たとえば，機械集約的な産業群においても習熟効果が認められることは実証されており，[11] また労働集約的な産業でも直接工自体の作業への習熟が主たる生産効率向上の要因ではない場合もありうるのである。[12]

(8) Taylor [24] p. 21.

(9) Andress [3] p. 89 にも同様の指摘がある。

(10) Baloff [6] p. 276, Andress [3] p.96 参照せよ

(11) Baloff [6] pp. 279–282, Conway and Schultz [15], および Hirsch, W. Z., Manufacturing Progress Function, *The Review of Economics and Statistics*, May, pp. 134–155. を参照せよ。

(12) エンジニアならびに間接工が直接工の能率向上のため，作業環境を改善するべく積極的なサポートを製造活動と並行して実施する場合に，この効果が直接工自体の習熟効果を大きく上回る場合などがこの指摘にあてはまる。Conway and Schultz [15] を参照せよ。

さて，論述がやや基礎的な分析をなおざりにして進んだ感があるので，出発点にもどり，直接作業に限定してその習熟現象の発生原因について検討を行ないたいと思う。

2-1　習熟効果発生原因の究明

習熟現象の原因の究明にあたっては，次の2つのファクターを明確に区別する必要がある。1つは人員（作業者および監督者，そのうち特に前者）が同一の作業を反復履行することによって習得する熟練度をいう文字通りの習熟である。これは生産プロセスに作業者の機敏性（dexterity）が要求され，作業が連続したプロセスからなり，作業者の当該作業環境に対する肉体的・精神的適応が伴なうような状況でみとめられるものである。(13) このような直接工の作業能率の向上は彼らの「習熟能力」の具現化とみることができよう。(14)

もう1つのファクターは作業状況の改善，直接工作業の実施を円滑を行なわせるための種々のサポート，技術革新などの経営イノベーション（management innovation）である。これらの要因はほとんどの場合，複合的であって分離して把握することは因難である。「したがって，習熟曲線は真に科学的用具というよりも作業時間というインプット量に作用するすべての要因を図示する実証的な方法である(15)」という指摘は妥当であろう。しかし，このことをもって，「(経験的な……筆者注）習熟曲線が一貫した態様をしめすことは，文字どおりの習熟効果が他の要因よりも強く作用することを明確にしめしている(16)」と断言はできないであろう。文字どおりの習熟と他の要因ではどちらが強く作業能率の改善に作用するかは業種，製品の製造数量，製品の単位原価，製造方法，製造期間などによって強く影響される。航空機産業のように製品の製造数量は比較的少量で（型式の変更が頻繁で販売対象が特定化されているため），単位

(13) Horngren [31] p. 207.
(14) Hartley [16] p. 123.
(15) Andress [3] p. 89.
(16) *Ibid.*, p. 89.

原価が高く，組立作業の全作業に占める割合が高い場合には，機械自体には習熟効果は期待できない[17]，という根拠からも，文字どおりの習熟効果が作業能率に強く作用するということができる[18]。しかしこれを一般論として受容するにはいまだ考察が十分ではないだろう。

ともあれ，習熟現象は作業員個々人の作業への熟練（これさえも個人的な努力水準の達成意欲にもとずくもの，時の経過と個人の作業習熟能力に依存するもの，さらには作業習熟能力の開発・促進を意図するインセンティブ・システムのあげる効果によるものなどの総合的所産ではあるが）という要因とその他の要因が相互に作用して生み出されるものであることは明らかであろう。

2-2 習熟効果の費目別分析

習熟効果は原価額でそれを測定することができる。文字どおりの習熟効果は，航空機産業の例からもわかるように直接労務費にもっとも顕著にあらわれるであろう。製品単位当たりの直接労務費の減少は作業員の作業能率の向上によって製品単位当たりの労働投入量が節減されるという効果に直接的に基づくものである。ただし，このような原価節減効果は賃率一定という前提をおいてはじめて期待できるものであって，賃率が習熟現象のみられる期間中に改訂されるような場合には，一概に習熟効果が即原価節減に寄与するものとは断言できない。このことからまず，習熟効果を実際に測定しようとするときには，従属変数に貨幣単位表示による変数（単位当たり原価や累積平均原価など）を選択するよりも，物量単位表示の変数（例えば単位当たり直接作業時間等の実際投入インプット量）を使用する方が好ましいことがわかるであろう。もちろん，このデータを基礎として，習熟効果を貨幣単位で測定することは容易である。

(17) しかし，機械のハンドリングを行なう人員については，当然のことながら習熟効果が期待できる。

(18) 航空機産業で組立作業の全作業に占める割合が低くなるほど，習熟率が低下することはつぎの文献であきらかにされている。Andress ［3］ p. 89, Bierman and Dyckman, Managerial Cost Accounting, 2 nd ed., Mcmillan, Publishing, Co., Inc., 1976. および Hirschman ［17］ p.125 をみよ。

第2点として指摘できるのは，習熟効果の存在を認めた上で，最終的にはそれを原価節減へと転化させるような賃金に関するインセンティブ・システムを構築する必要があることである。作業能率の向上に伴なう作業員の効用の増大を導びくためには，賃率を習熟の程度に応じてスライドさせるようなシステムを構築しなければならないであろう(19)。（このことは賃率を一定として作業能率が改善される状況，例えば製品単位当たりの作業時間が次第に短縮される場合を想定すれば明白なことである。）かかるシステムの構築に際しては，当然のことながら，作業員に対するモチベーションを考慮に入れる行動科学的配慮が必要であることはいうまでもない。

ところで，作業員の作業効率の向上は仕損の減少，材料の浪費の節減，さらには監督の強化によるものという形で具現化することもある。かかる意味で習熟効果は直接労務費だけではなく；素材費，買入部品費からなる直接材料費，補助材料費・工場消耗品費・消耗工具器具備品費などの間接材料費や間接労務費などの製造間接費にも影響するものと考えられる(20)。しかし（航空機産業の例からも明らかなように）製品単位には必要最低限の材料は使用されるのであり，作業者についても材料浪費をおさえるこれもまた最低限の技能が期待できることから，材料費に対する習熟効果の影響は直接労務費に対するそれほど顕著なものではないだろう(21)。習熟効果はその総額的な観点から見て，作業開始の当初において特に明確に現われるものであるから，直接労務費以外の当該効果の影響がそれほど顕著でない費目については，習熟効果の考慮はかかる初期段階に

(19)　習熟効果を念頭においた賃金インセンティブ・システムに関しては，以下の文献を参照されたい。
Broadston [13], Baloff and Mckersie [7], Corcoran [27], および Wyer [26].

(20)　間接労務費についても習熟効果のあることは以下の文献でしめされている。
Andress [3] p. 80 および Summers and Welsch [23] p.46.

(21)　航空機産業における例示については，Hartley [16] p. 125 を参照せよ。ここでいう材料費の低減とは，材料の使用効率向上による製品単位当たりの材料数量節約にもとずく単位当たり材料費節約をいうのであって，一会計期間における材料費総額は，前期間と材料消費量が同一であっても材料単価の高騰が習熟効果による原価節減現象を相殺することにより，上昇する状況も当然のことながら存在する。

対してのみ行ない，累積生産量が一定の段階を越えてからは無視してもさしつかえないだろう。習熟による節減は習熟効果の影響をうける費目の全体に占める比率の上では軽微なものであるかもしれない。しかし，単位原価が高額である場合には巨額の原価低減を導く習熟効果を考慮に入れることは非常に重要であるといえよう。

2-3 機械集約的産業における習熟曲線の利用

航空機産業において一定の習熟率をもつ習熟曲線がほぼ妥当することは1940年代の末に明らかにされた。これをうけて他産業においても，特定作業，部門，あるいは組織全体の習熟効果を習熟曲線によって把握しようとする試みが数多くなされた。**Baloff** によれば，つぎのような航空機産業とは対照的な性質を有する，鉄鋼業，製紙業，コンテナ製造業，導線製造業および電気配電盤部品の製造業（最後の2業種は自動化作業によるものである）などの機械集約度の高い産業群にも習熟曲線が妥当するという。[22] また，精密電気機器[23]や機械工具，織機製造業，[24] さらに日本の機械製造業[25]においても習熟効果を習熟曲線で表示する試みもなされており，それらの事例研究もかなり存在する。このような事例が比較的多数あり，習熟効果自体の存在も広く認められているにもかかわらず，習熟曲線技法の普及が阻外されているのはいかなる要因によるものであろうか。**Hirschmann** は習熟曲線が航空機産業以外では習熟曲線がそれほど使用されない理由として，次の5点を指摘している。[26]

1 改善パターン (improvement pattern) を合理的かつ整合的に計量化できるということに対する理解が一般に欠如していること。

2 継続的な改善が習熟効果以外の要因によるものではないかという懐疑心

(22) Baloff [5].
(23) Conway and Schultz [15] を参照せよ。
(24) Hirsch, *op. cit.*
(25) 佐藤 [36].
(26) Hirschman [17] pp. 127-128.

が実施責任者にあること。

3　習熟効果が分析前からほとんど存在しないと思われる業種や一事例によって習熟効果が認められなかった業種（たとえば，基礎化学産業，プラスティック産業，石油精製業など[(27)]）では習熟効果の分析が最初から放棄されていること。

4　すでに明らかにされている習熟曲線の妥当性に関して十分な承認が得られていないこと。

5　習熟曲線は個人業績ならびに集団業績をも記述できること。またこの集団には直接作業者のみでなく間接作業者をも含めることができるというこのの理解が欠如していること。

しかしながら，上記の問題のほとんどは航空機産業においては解決済であるとされている[(28)]。さらに習熟曲線の信頼性についても，納入価格の決定にあたってはこれが重要な役割を果たすことからも習熟曲線の妥当性については問題はほとんど存在せずと断言することすらできるほどである。したがって，習熟曲線の他産業への適用にあたって特に考慮しなければならないのは，Hirschmann の指摘したレベルの問題を越えた次のような分析視野からの諸事項である。

(1)習熟効果とはいかなる内容からなるものかを明確に定義する。

(2)従来使用されてきた習熟曲線の関数形　$y=ax^b$

（ここで通常，a は第1単位の製造に必要な要素投入量（作業時間が使用されることが多い），x は累積生産量，b は習熟率を表わす指数，そして y は累積生産産量での平均要素投入量である）で習熟現象を適切に表わすことができるかどうかを検討する。

(3)当該関数形が妥当であると判断された場合に，この曲線が妥当する範囲には制限がないのかどうかを決定する。

習熟効果自体は多かれ少なかれ，すべての企業で認められるものである。た

---

(27)　すでに指摘したように，石油精製業でも習熟効果が認められた，という事例もある。Hirschman [17] p. 129 参照のこと。

(28)　詳しい個別内容については Andress [3] を参照せよ。

だその効果の存在の確認にあたってはすでに指摘してきた事項，たとえば，習熟は直接作業だけに見られるものではない，とか作業員個々人の習熟だけではなく組織体全体としての習熟が考えられる，などという事項を分析にあたっては十分に把握しておく必要がある。この場合には特に，航空機産業の特質を十分に理解した上で，分析を行おうとする企業との相違点を明確にしておくことが肝要である。しかし最も重要なことは，当該効果を適切に計量化しようとする努力である。習熟効果を適切にかつ理解しやすい形で計量化したものが習熟曲線と呼ばれるものであるが，これに信頼性が認められて始めて，習熟曲線モデルを種々の目的に利用する方途が開けてくるのである。とはいえ，航空機産業で広く認められ，「航空機体曲線 (airframe curve)」と呼ばれたりする「80%曲線」を(29)そのまま他産業で適用することはつつしむべきである。(30)なお，習熟曲線の関数形の妥当性ならびにパラメータの決定にあたっては次節で詳細に検討することにする。

2-4 習熟効果の持続期間

習熟効果を具体的に測定する技法である習熟曲線が航空機産業における直接作業のみを対象とするものではなく，間接作業をも含めた製造活動全体についても妥当し，航空機産業だけではなくそれを包摂する労働集約的産業群はもとより，機械集約的な産業群にまでも適用可能であることが前節までで明らかになった。この説明の過程で航空機産業で通常用いられてきた「80%習熟率」には普遍性がないことも示された。本節では，習熟効果の持続期間についてのみ問題を限定して検討したいと思う。

習熟効果は製品の開始時からその製品の製造を中止するまで継続するものといえるのだろうか。習熟効果は製品製造量が増加するにしたがって次第にその

(29) スタンフォード研究所の調査研究で航空機産業で広く認められるとされた「80%習熟曲線」に対し，航空機産業自体においてもこれが妥当しないとする実証研究もみられる。Alchain [2] を参照せよ。

(30) このことは Baloff [6], Baloff and Kennelly [8] に詳しい。

影響は減少していくものである。そこで，製造量が多く，製造継続期間が長くなればなるほど，当該効果の存在はたとえ認められるとしても無視できるほど微小なものとなるであろう。また，種々の要因によって，習熟効果が製造期間中に消滅するという状況もそれほど特殊なものではないと思われる。しかるに航空機産業を含む労働集約的な産業群での習熟効果の分析では上述のような状況については明示的には取扱っていない。(31) Hartley は航空機産業でそのような取扱いがなされるのは，急速な技術革新と頻繁な型式変更を主要因として，特定種類の航空機体の製造量が少ないためと説明しているが，(32) これに対しても航空機産業でも習熟効果がほとんど消滅してしまうような状況が存在するとの実証研究(33)も存在するのである。したがって，習熟効果について考察を行なう場合には当該効果が顕著な始動期（start-up phase）とそれがほとんど作用しない，あるいは消滅した後の安定期（steady-state phase）とを明確に区別する必要がある。(34) 安定期と始動期を図であらわせば図1および図2のようになるで

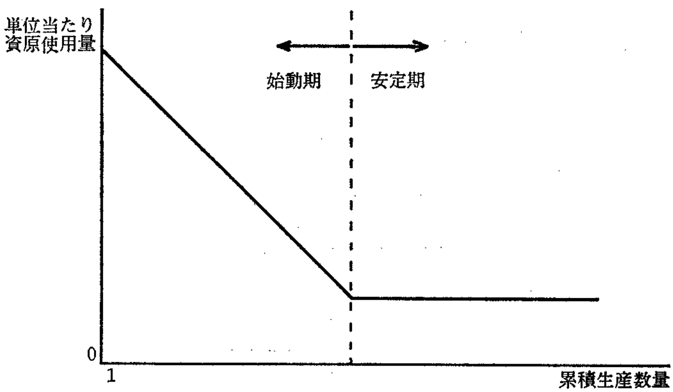


図1　始動期と完定期(1)（両対数グラフ）

---

(31) Baloff [6] p. 280.

(32) Hartley [16].

(33) Asher [4] p. 5.

(34) start-up phase, steady-state phase という用語は Baloff によっている。なお，Baloff は一連の論稿，Baloff [5]，Baloff [6]，Baloff and McKersie [7] およ

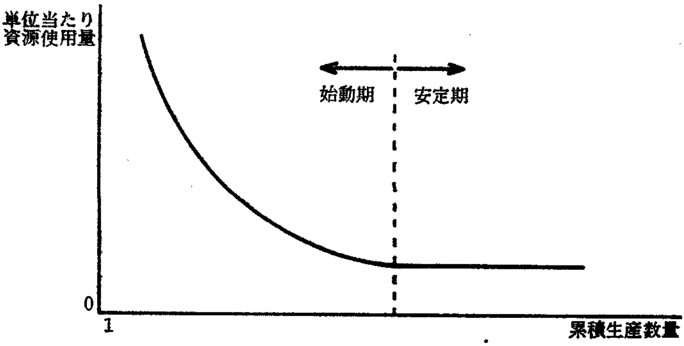


図2 始動期と安定期(2)(通常のグラフ)(35)

あろう。

さて，習熟効果を始動期と安定期との2局面で考察する必要性は明らかにな

び Baloff and Kennelly［8］，で習熟効果のみに限定せず，start-up phase 全般の現象について興味深い考察を行なっている。

(35) 縦軸に例えば，作業時間当たりの製造数量というような生産性を表わす指標 (manufacturing Productivity Index) をとれば，図1，図2はそれぞれ以下のようになろう。

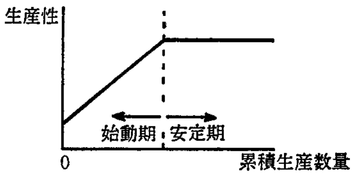


図1*

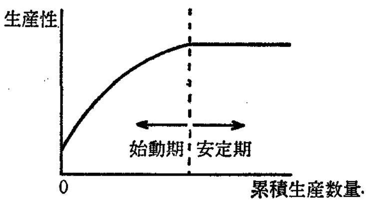


図2*

Baloff は始動期の経営における意義を通常の習熟曲線ではなく，上記のように生産性指標を縦軸にとって説明している。Baloff and Kennelly［7］p. 134 をみよ。

ったと思うが，このことは次節で説明する習熟モデルの構築上，いかなる意味があるだろう。通常，習熟曲線モデルは単調減少関数で記述されるが，このことは当該モデルが安定期の存在を無視した航空機産業で開発されたことを如実に物語っている。安定期を無視すれば単調減少関数モデルで習熟効果を計量化すること自体には問題はそれほどない。しかし，かかる状況が存在することが明らかになっている以上，単純に単調減少関数モデルを適用すべきではない。(36)例えば，関連データを利用して回帰分析によって習熟曲線をもとめようとする場合，安定期の存在を無視して計算を行なえば，習熟率は実際よりも過少評価されることになろう。この場合には原価は実際よりも過大評価されることになり，当該モデルを利用して受注に関する意思決定を行なう場合に受注をうけるべきであったにもかかわらず，当該受注を棄却してしまうというような誤謬を犯す危険性がある。(37)したがって回帰分析を行なう際には安定期のデータをはずしておかなければならない。このような意味からも，始動期と安定期を明確にしておかねばならないのである。これが行なえるのならさらに，始動期の全製造期間に対する比率（始動期間存続率）が始動期に研究開発ならびに設備への投資に対してどのような姿勢でのぞめばよいかについてのラフな基準となりうるのである。すなわち，製品イノベーションがあり，強力な価格競争者が存在する場合には製造期間が短くなるので始動期間存続率は大きくなり，基本的でかつ操業期間が長い製造プロセスでは始動期間存続率が小さくなるのである。

---

(36)　始動期と安定期を一体的に取扱うモデルも開発は可能である。しかし，複雑な関数形をもつモデルはその操作性を考慮すれば疑問がないではない。さらにこれは本文中の以下の指摘のように取扱えば，十分に対処できる問題である。

Baloff and Kennelly [8] p. 134, *fn.* 10 をみよ。

(37)　この場合の損失は機会原価として測定することが可能である。その値は，当該受注をうけていれば獲得できたであろう利益額である。

なお，原価の推定値の誤差に対する負の効用関数が quadratic であるとすれば，意思決定者は1)推定値について大きな誤差の回避するために，その大きさに対して逓増的に原価を支払おうとする，2)同じ強度であれば，意思決定者は過大評価による誤差を回避しようとするよりも，過少評価によるそれを回避する方に重点をおくという。

Dopuch *et. al.* [30] p. 86. をみよ。

この両者を比較した場合に，その他の環境条件が一定であるとすれば，前者の資本投資が当該状況では重点があり積極的に推進すべきことがわかる。(38)

第3節　習熟曲線モデル

前節までで習熟効果は，多かれ少なかれすべての企業の製造活動に伴うものであることをみてきた。さらに，習熟効果の具体的測定手段である習熟曲線を一般的に適用しようとする場合に問題となる事項を順次，特に文献考証を通じて，検証し，習熟曲線概念の拡張可能性について検討を行ってきた。アウトプット水準の上昇にともなって生産効率を向上する現象を習熟効果とよび，当該効果を計量的に測定する手段を習熟曲線と呼ぶこと自体は概念的には可能であり，大方の同意はえられるであろう。しかしながら，このような広義の概念規定による習熟曲線を実際に生ずる種々の意思決定状況で使用し，その結果えられる情報を有効に用いることは可能なのであろうか。答えはおそらく否定的なものであろう。ある特定の状況で習熟現象が発生していると思われる場合，何らかの目的で当該現象の説明を計量的に行なうことに重点があるのであれば，このような大きな概念を適用することも可能かもしれない。このときには，対象となる問題ごとに個別に定義した習熟効果がその状況のもとで存在するかいなかを検討することになる。このことは観測値を図表上にプロットし，生産効率を表わす指標がどのような趨勢をもつのかを検討すればすむことであって，習熟曲線を導出してみても習熟率をもとめること以外にそれほど意義あるものとはいえない。一方，習熟現象を認識し，これをモデルに表わし，種々の意思決定状況で適用しようとするのであれば，習熟効果を広く概念規定することは非常に困難なことになる。かくのごとく習熟概念を規定すると計量的モデルを構築することからして困難になり，その利用時の操作にも柔軟性を欠くことになってしまうのである。例えば作業員の作業への習熟をとってみても，すでに

(38)　このような主張はすべて事例から帰納的に導びかれたものである。Baloff and Kennelly [7] 特に pp. 139-142 を参照せよ。

中村編 [41] pp. 174-194. では上記の文献の紹介を行なっている。

指摘したように個々人の作業に対する熟練によるものと彼らをとり巻く環境要件の改善が作業員に作用した結果によるものとが考えられる。しかし，実際には後者を原因とする習熟という現象を計量的に測定することは，モデルの操作面を考えてみても，不可能でないとしても非常に困難なのである。したがって意思決定用具として習熟曲線モデルを考える場合には，習熟効果自体を非常に狭く限定的に考えざるをえない。つまり習熟曲線の概念は，習熟効果の測定上の制約および習熟曲線の適用問題における実際上の状況（利用の側面）に強く拘束されるのである。最後に前節までで習熟概念の一般化（拡大）をはかろうとしてきた方向としては習熟現象の発生原因に着目した拡大方向（いかなる原因で習熟現象が発生するか……これは2・1で検討済である）と作業状況に着目した方向（いかなる作業に習熟効果が表われるのか……これは2・2で検討した）という2つの観点があることをのべておきたい。このうち，習熟曲線モデル概念を拡張し，当該概念の利用を考慮するならば後者のアプローチの方が前者の接近方法よりも取扱いやすいのである。

それでは，以下でかかる制約された意味での習熟曲線モデルとその利用について，ここまで触れてきた問題をできうるだけ考慮に入れて検討していくことにしよう。

3—1　習熟曲線モデルの概要

一般に，原価推定にあたっては以下のような方法が適用されるという。[39]

(イ)管理者や会計担当者の判断

(ロ)過去の経験に基礎をおいたエンジニアの見積

(ハ)理論的計算

(ニ)経験的観測

(ホ)歴史的原価資料に対する統計分析

さて，通常の場合，習熟曲線モデルは新製品や新規の製造プロセスを対象とす

(39)　Shillinglaw [32] p. 624.

るため，モデル構築のための基礎資料が存在しなかったり，存在してもごくわずかである場合が大半であろう。そこで，習熟曲線を入手するには，

(1)一定の習熟曲線を先見的に付与する

(2)自社の類似製品における過去の経験的な値を基礎とする

(3)パイロット・スタディを実施[(40)]し，その結果に回帰分析を適用する

というような方法が考えられる。上記の3方法について検討してみるに，(1)・(2)の方法においては，モデルの対象となる製品あるいは製造プロセスに直接に関連する資料を使用しないでモデルを導出する。それゆえ，これらはその信頼性という点からもかなり疑問のあるものといえよう。過去において習熟率を一定とみなして分析を行なってきたという誤りもこのような方法を使用したことに起因している。したがって，歴史的原価資料が存在しない場合には，管理者が分析の対象と他の状況との類似性を認識し，それに信頼性があるときに限って先見的に与えられる習熟曲線を利用することが許容されることになる。そこで一般には，回帰分析を使用するのが最も妥当で信頼性があるものといえよう。

まえおきが若干長くなったが，習熟曲線モデルはつぎのように記述されることが多い。

$$y = ax^b \qquad (1)$$

ここで，

y：単位当たり累計作業時間（あるいは単位当たり平均累計労務費[(41)]）

a：第1単位の製造に要した作業時間（あるいは労務費）

x：累積生産量

b：習熟率を表わす指標

---

(40)　パイロット・スタディの実施は，モデルの対象となる製品あるいはプロセス自体に関する資料が存在しない場合には非常に有効なものである。Corcoran [27] p. 249 および Summers and Welsch [23] p. 48 を参照のこと。

(41)　製造期間中，賃率一定とするならば，作業時間尺度を使用しなくともよい。習熟にしたがって（あるいは他の要因により）賃率が変更されるような状況では，作業時間尺度を使用して習熟効果を測定するのが望ましい。

である。習熟曲線をもとめるのに(1)・(2)の方法を用いる場合，つまり習熟率が先決的に与えられるときには，b の値はつぎのようにしてもとめられる。習熟率を $100\times i\%$，すなわち累積生産量が倍になるとそのときの単位当たり平均累計作業時間はもとの $100\times i\%$になることがわかっているから，

$$iax^b=a(2x)^b$$

となる。これを解くと，

$$ix^b=2^bx^b$$

両辺の対数をとって，

$$\log i=b\log 2$$

したがってもとめる b の値は，

$$b=\frac{\log i}{\log 2}$$

となる。b の値を一覧表にしてしめしておくことにしよう。

習熟率（%）	b
60	−0.7370
65	−0.5777
70	−0.5146
75	−0.4150
80	−0.3220
85	−0.2345
90	−0.1520
95	−0.0740

80%習熟率をもつ習熟曲線 $y=ax^{-0.3220}$ はつぎの図3のようになる。また $y=ax^b$ を対数変換すれば，

$$\log y=\log a+b\log x \tag{2}$$

となり，これを両対数グラフにプロットすれば図4のようになる。(1)式の左辺の y は単位当たり平均累計作業時間を表わすから，両辺に累積生産量 x を乗じれば，当該生産に要する総作業時間がもとまる。

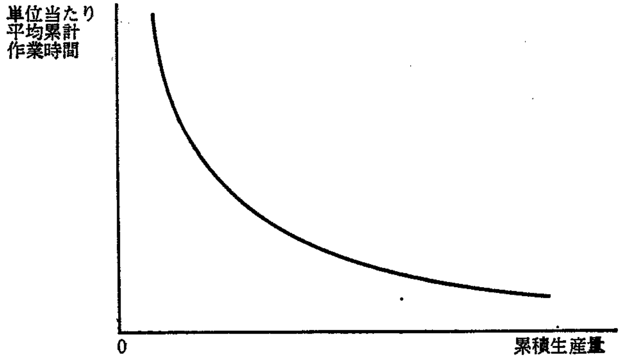


図3　$y=ax^b$　(80%習熟曲線)

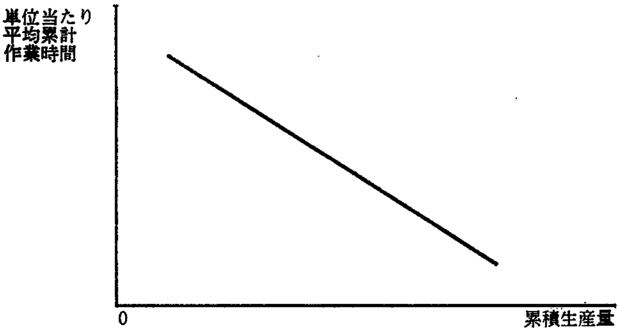


図4　$\log y=\log a+b\log x$

$$T(\text{総作業時間})=xy=x(ax^b)=ax^{b+1} \tag{3}$$

また a を最初の1ロット（たとえば10単位）の製造に要した作業時間とすれば，ロット生産について習熟効果があるとみて，(1)式と同じ形式で x 単位目の限界作業時間 $M(x)$ をもとめることができる。

$$M(x)=ax^b \tag{4}$$

実証研究では単位当たり累計平均作業時間が累積生産量が倍加するごとに一定率で減少することが明らかにされたのではあるが，累積生産量が増すにつれて限界作業時間も同一の割合で減少するようになることも知られている(42)。そこで

(42)　詳しくは Conway and Schultz [15] pp. 39–41 をみよ。

(4)式を使用すれば，n 単位がすでに製造済でさらに単位を追加生産しようとする場合の m 単位の製造に要する総作業時間 $T(m+n|n)$ は次式でもとめることができる。

$$T(m+n|n)=\int_{n}^{n+m}ax^{b}dx$$

$$=\left.\frac{ax^{b+1}}{b+1}\right]_{n}^{n+m}$$

$$=\frac{a}{b+1}[\mathrm{antilog}((b+1)\log(n+m))-\mathrm{antilog}((b+1)\times\log n)]$$

たとえば，ある製品の製造にあたってすでに300単位が製造済であり，限界作業時間が「85％習熟効果」の影響をうけるものとする。さらに第1単位の製造に60時間を要し，さらに200単位の追加注文をうけているものとする。この場合，この追加注文200単位を製造するのに必要な総作業時間 $T(500|300)$ はいくらになると計算できるであろうか。

習熟率85％のとき，$b=-0.2345$ であり，$a=60$ であるから，

$$T(500|300)=\int_{300}^{500}60x^{-0.2345}dx$$

$$=\left.\frac{60x^{-0.2345+1}}{-0.2345+1}\right]_{300}^{500}$$

$$=\frac{60}{0.7655}[\mathrm{antilog}(0.7655\log 500)-\mathrm{antilog}(0.7655\log 300)]$$

$$=\frac{60}{0.7655}[\mathrm{antilog}(0.7655\times 2.6990)-\mathrm{antilog}(0.7655\times 2,4771)]$$

$$=\frac{60}{0.7655}(\mathrm{antilog}\,2.0661-\mathrm{antilog}\,1,8962)$$

$$=\frac{60}{0.7655}(116.44-78.74)$$

$$=2954.9$$

したがって，追加200単位の製造には約2,955時間かかることがわかる。

3-2　習熟曲線モデルと回帰分析

習熟曲線モデル $y=ax^b$ のパラメータの推定値が先決的に与えられているのは，むしろ稀な状況である。「習熟効果を測定しようとする場合にはまず障害になるのは，初期データ（第1単位の製造に要した資源投入量および習熟率……筆者加筆）を得るのが困難なことである[(43)]」というものと同趣旨の指摘もかなりの数存在する[(44)]。ところが実際には，パラメータ a の値をもとめることは b の値を確定することに比較して容易であることがかえってわざわいして，b 値の妥当性を十分に考慮せずに習熟曲線の誤まった適用がなされ，それが習熟曲線モデルの一般化を阻外する原因となっているのである。第1単位への資源投入量に関するデータが獲得されるという理由から当該数値にのみ重点をおき，習熟率についての検討をなおざりにすることは習熟曲線モデルの正しい使用法ではないのである。習熟曲線モデルの利用については次節で詳細に検討するが，そのほとんどが意思決定のための未来原価の予測に重点があることからしても，できうる限り観測されたデータをもとに回帰分析を利用して，分析対象自体にもっともよく適合する習熟曲線を決定すべきなのである。

それでは，仮設例を用いて回帰分析による習熟曲線の導出方法についてのべることにしよう。

〔仮設例〕

A社は新製品のロット別生産を先月始めに開始した。1ロットは100個の製品からなり，今月始めにロット毎の作業時間に関する以下のようなデータを入手した。当社では類似製品を製造した経験から，当該新製品にも $y=ax^b$ という関数形をもつ習熟曲線が妥当すると結論した。データによって新製品の関す

(43)　Summers and Welsch［23］p. 47.

(44)　Conway and Schultz［15］, Baloff and Kennelly［8］, および Hirschmann［17］をみよ。

新製品の製造に関するデータ

ロット番号(x)	$\log x$	ロット当たり作業時間(y)	$\log y$
1	0	120	2.079
2	0.301	110	2.041
3	0.477	82	1.914
4	0.602	66	1.820
5	0.699	61	1.785
6	0.778	58	1.763
7	0.845	54	1.732
8	0.903	52	1.716

る習熟曲線をもとめる。

$$X=\begin{pmatrix} 1 & \log x_1 \\ 1 & \log x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \log x_8 \end{pmatrix}$$

$$Y=\begin{pmatrix} \log y_1 \\ \log y_2 \\ \vdots \\ \log y_8 \end{pmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} \log a \\ b \end{bmatrix}$$

上記のように X を独立変数のマトリクス，Y を作業時間のベクトル，B をパラメータの推定値のベクトルとすると，最小自乗法により次式から B がもとまる。

$$B=(X^TX)^{-1}X^TY \tag{45}$$

実際に数値を入れて計算してみると，

$$X^TX=\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \\ 0 & 0.301 & \cdots\cdots & 0.903 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.301 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0.903 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 8 & 4.605 \\ 4.605 & 3.304 \end{bmatrix}$$

$$X^TY=\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \\ 0 & 0.301 & \cdots\cdots & 0.903 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 2.079 \\ 2.041 \\ \vdots \\ 1.716 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 14.85 \\ 8.255 \end{bmatrix}$$

であるから，

$$B=(X^TX)^{-1}(X^TY)$$

$$=\frac{\begin{bmatrix} 3.304 & -4.605 \\ -4.605 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 14.84 \\ 8.255 \end{bmatrix}}{8\times 3.304-21.206}$$

$$=\frac{\begin{bmatrix} 11.050 \\ -2.344 \end{bmatrix}}{5.226}$$

$$=\begin{bmatrix} 2.1144 \\ -0.4485 \end{bmatrix}$$

したがってもとめる習熟曲線はつぎのようになる。

$$y=130.14x^{-0.4485}$$

このときの習熟率（$100\times\alpha\%$）は，

$$\frac{\log\alpha}{\log 2}=-0.4485$$

$$\log\alpha=-0.1350$$

$$\alpha=0.7328$$

より73.28%となる。この回帰方程式の決定係数は0.9239である。

さて，上記のようにして習熟曲線をもとめるのに回帰分析を適用する場合の

(45)　正規方程式のマトリクス表示については前々章を参照せよ。

問題点について検討してみよう。まず確認しておかねばならないのは従来では，習熟曲線に関する関数形 $y=ax^b$ が暗黙のうちに与件とされているということである。再三のべているように，習熟効果とは製造手続，製造工程，および製造活動の反復履行に伴なって作業能率の向上する現象をいう。この現象は多くの場合（特に航空機産業において），単位当たり累計平均作業時間は累積生産量が倍加するごとに一定率で減少するという形で経験的に測定されたのである。そこでこのような数々の実証結果を基礎として導かれた習熟曲線の関数形を前提として，観測値にもっともよくフィットする曲線を回帰分析という統計的方法によってあてはめようとするのである。したがって，つぎのような指摘は当然のことと思われる。習熟効果を計量的に測定しようとする場合，えられた関数をもとにして習熟現象の説明を行なうだけにとどまらず，種々の意思決定に利用しようという意図があるときには特に，観測データにもっともよくフィットする関数形をもとめることを主眼とすべきであり，このような観点からのアプローチが重要なのである。したがって，ここまででのべてきた形の習熟曲線を無条件で受けいれることは慎しむべきで，他の関数形を前提とすることも当然考えられよう[(46)]。さらにこのような指摘は関数の独立変数および従属変数の選択にあたっても妥当するのである。たとえば，$y=ax^b$ という関数形を基礎としても y を作業時間当たりアウトプット数量とし，この関数を両対数グラフにプロットした場合には右上がりの直線となる[(47)]。

ついでのべなければならないのはパラメータの推定値についてである。コスト・ビヘイビア分析の基礎となる作業時間の数値を利用して習熟曲線をもとめるのに回帰分析を利用すると，もとまるパラメータ a の推定値は一般には，第1単位の製品の製造に要した作業時間の値（たとえこれがいかに正確な測定値であるとしても）とは一致しない[(48)]。さらに第1単位の製品の製造に要した作業時間の測定は，習熟曲線が対象とするのは新製品あるいは新規のプロセスで

---

(46)　たとえば，$y=(1-e^{bx})$ という関数で習熟効果を測定することも可能であろう。

(47)　Baloff の一連の論稿は，この右上がりの直線を使用している。注35をみよ。

(48)　前々章を参照せよ。

あることから，困難なことが多い。したがってこのような場合には測定も不正確になることが多いと考えられるので，この不正確な測定値をパラメータ a の推定値として使用することはますます歪んだ習熟曲線を導出することになる。上記のことを明らかにした分析が存在しないことは，習熟曲線に対する理解を困難にしている原因の1つであると思われる。そこで，前節でのべた先決的にパラメータ値を付与する習熟曲線モデルにはその適用上かなりの制約のあることがうかがい知れよう。習熟曲線モデルをもとめる方法のうち(1)および(2)は，パラメータ a の推定値としては第1単位の製品の製造に要する作業時間の数値あるいは統計的方法によらないその推定値しか使用できないからである。

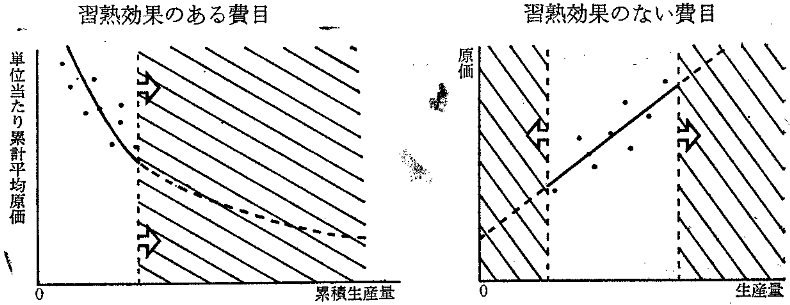
さて第3の問題点は習熟曲線モデルの利用方途と回帰分析によってもとめた習熟曲線モデルの関係から導かれるものである。結論からのべるなら，習熟曲線モデルの対象となる費目に対する原価推定は通常の場合に回帰分析を適用するときと比較して，その利用上十分な注意が必要なのである。通常の場合に観測データをもとにして回帰方程式をもとめ，これをもとに原価予測を行なう場合，観測データの範囲内の独立変数に対する原価予測と範囲外の原価予測を行なうという2つの状況が考えられる。前者の状況では，原価予測を行なおうとしている独立変数の値が独立変数の観測値平均に近ければ近いほど正確な予測が行なえるのであり，独立変数値が同観測値平均から離れるにしたがって回帰方程式によってもとまる原価推定値（従属変数値）の信頼度は次第に薄れてゆくのである。一方後者の状況で原価予測を行なうのは外挿法の適用[49]であって原価推定値の信頼性の測定はこの場合には行なえない。

さて習熟効果のある費目に対して回帰分析を実施し習熟曲線をもとめようとするときは，単位当たり累計平均原価（ただし賃率あるいは配賦率を一定とした場合）の累積生産量に対するビヘイビアを測定するのである。算出された回帰方程式を習熟現象の説明に使用するのではなく原価予測に用いるのであれば，この原価予測は分析対象企業にとって未経験の操業領域（生産量）における予

---

(49)　第3章をみよ。

測となることから外挿法が常に適用されることになる。原価予測に外挿法の適用される範囲は習熟効果のある費目とそうでない費目では下図のように異なるのである。



外挿法の適用範囲
（斜線部が原価予測を行なう場合の外挿法の適用範囲である）

このような意味で習熟曲線は他の原価関数とは違った特性をもつのである。それゆえ，習熟曲線モデルを原価予測に使用するときには特にその限界を認識しておかねばならないのである。

最後の注意事項としては前節でものべたが，安定期が認識されるときには，これに属する観測データを回帰分析の適用にあたっては除外する必要がある。

第4節　習熟曲線モデルの利用

習熟曲線モデルから導かれる情報は歴史的原価，未来原価（意思決定原価），さらには予算に関与する会計担当者にとって有用なものである。(50) これを個別的な適用領域の観点からみると，習熟曲線モデルはつぎのような問題に対して使用されるのである。(51)

(1)　原価推定（反復的製造あるいは反復的オペレーションが行われるとき）

(2)　利益推定（反復的オペレーションあるいは反復的製造が行われる場合）

(50)　Summers and Welsch [23] p. 45.

(51)　Baloff and Kennelly [8], Corcoran [27] p. 254, Davidson and Weil [28] 15-26, Dopuch *et.al.* [38] p. 87, および日本経済新聞記事 [39] などをみよ。

(3)　価格決定（特に入札価格の決定）

(4)　キャッシュ・フローの計画と管理（財務計画）

(5)　原価管理（特に労務費管理）

(6)　人員計画

(7)　賃金インセンティブ・システム

(8)　受注をうけるかどうかの意思決定

(9)　作業標準，原価標準の設定

(10)　生産・配送スケジュールの作成

(11)　自製・購入の意思決定

(12)　設備投資意思決定

(13)　予算編成

(14)　損益分岐分析

上記のように，習熟曲線モデルは経営管理ならびに意思決定の種々の局面でその使用が考えられるのであるが，これら全般について特に注意を要するのは習熟効果のある活動とそうでないものとを明確に区分することである。ただし前節でものべたように，習熟効果概念はその操作性を考慮して非常に狭く，つまり文字通りの習熟のみをさす，というように限定的に解さなければならない。

習熟曲線モデルならびに習熟効果の分析が特に有効に作用する活動には以下のようなものがあるといわれる。(52)

1　現在と異なる操業方法で実施される活動

2　新しい作業員や従業員など活動に熟知していない者によって行なわれているあるいは行われようとしている活動

3　従来，その企業が使用していなかった原材料を使用したり，当該目的のために使用しなかった原材料を使用する活動

4　製造活動期間が短期で連続的な活動

5　上記の活動に関連する活動

(52)　Summers and Welsch [23] p. 46. なお，5は筆者が加筆した。

指摘した活動がある程度の複雑性を伴う場合には習熟効果はより顕著にあらわれるのである。さらに上記のような状況に対して，習熟曲線モデルを利用する際には習熟効果のおよぶ原価項目とそうでないものとを明確にする必要がある。このためには関連原価の概念が重要である。関連原価の概念が適用された上で，たとえば予算システムを考える場合，「習熟効果分析 (learning effect theory) に基礎をおく原価分類が予算システムに組込まれねばならない」のは当然のことであろう。Horngren はつぎにしめすように原価を習熟効果の影響をうける費目とそうでない費目に一応分類している。(53)

習熟効果の影響をうける原価費目

……労務費，動力費，およびそれらに関連する製造間接費

習熟効果の影響をうけない原価費目

……多くの材料費，消耗品費，包装費，販売費，およびほとんどの固定費

ただし，習熟により材料浪費の節減や仕損減少による材料費の減少効果というものも存在するであろう。したがって，すでに指摘したようにこの分類が普遍的に妥当するかどうかは疑問であって，個別の問題ごとに分析を行なう必要があろう。

それでは節をおって習熟曲線モデルの利用についてすでにしめしたもののうちいくつかについてのべることにしよう。

4-1　自製・購入意思決定(54)

自製・購入の意思決定は長期的にみれば，企業の基本計画と密接な関係をもつものである。しかし，短期的に，現有設備を利用しての自製か外部に発注す

(53) Horngren [31] p. 208. 同様の主張は Summers and Welsch [23] p.45 にもみられる。

(54) 本節の例示は Corcoran [27] によっている。自製・購入意思決定と習熟曲線との関連についてはつぎの文献も参照されたい。

神戸大学会計学研究室編『管理会計ハンドブック』中央経済社，昭和44年，pp. 460-464.

るかを経済的観点からみて決定しようとする場合に習熟効果は考慮すべき重要な要因の1つである。それでは習熟曲線モデルを利用した自製・購入の意思決定問題を考えてみることにしよう。

いま，ある部品を自製するか購入するかを決定しようとしている。第1単位を製造するには80時間を要し，第 x 単位を製造するのに必要な限界時間は第 $x/2$ 単位のそれの70%であることがわかっている。入手した資料は以下にしめすようである。

材料費	320ドル（単位当たり）
労務費	5ドル（時間当たり）
作業関連原価	
現金支出原価（製造間接費）	2ドル（時間当たり）
工場設備を次位に利益率が高い部品の製造を中止あるいは遅延させることによって失われる利益 (profits foregone)	1ドル（時間当たり）

部品の購入単価が440ドルとすれば，何単位以上製造すれば自製による利益がえられるのだろうか。

まず習熟指数 b をもとめる。

$$b=\log 0.7/\log 2=-0.5146$$

n 単位製造したときに両代替案の原価と等しくなるものとすると，つぎの等式が成立する。

$$440\times n=320\,n+8\times\int_0^n 80\,x^{-.5146}dx$$

$$120\,n=\frac{640\,n^{0.4854}}{0.4854}$$

$$n^{0.5146}=\frac{640}{120\times 0.4854}=10.9875$$

$$0.5146\log n=1.041$$

$$\log n = 2.0229 \qquad \therefore n = 105.42$$

上記の結果から106単位以上を自製するなら経済的には購入するよりも自製する方が有利であると結論できる。ただ注意を要するのは，自製を決定した場合の利益率が次位にある部品に関する取扱いである。自製を決定すれば当然得られたであろう利益の喪失，つまり機会損失となるものについての取扱いである。しかし自製・購入の意思決定自体とこれとは無関連である。つまり，自製する際の，次位の部品製造にかかわる原価を，当該意思決定に関連づけて把握することは現有資料のみからでは不可能なのである。

4-2　作業環境整備のための投資意思決定

直接工の作業時間（生産数量）の増加によって製品単位当たり直接労務費の減少する。しかし，このような作業能率の改善に関してのみ考える場合にでも，それは作業員個々人の習熟による技能の発揮に起因するものと，時の経過とともに実現される作業環境（材料置場のレイアウト，工具・消耗品の品質，設備機器の配置など）の整備に依存するものとがある。個人レベルでの技能の習得は作業環境の整備の程度に若干は依存するものの，その効果の発現は作業環境がいかにあろうとも，あらゆる場合に認められるものである。しかしながら，作業環境の整備に対する投資が行なわれないのなら，後者が作用する（個人に対してだけでなくそれ自体が影響することも考えられる）ことによってえられるであろう習熟効果は期待できない。そこで以下では，仮設例を用いて習熟効果を考慮に入れた場合の作業環境整備への投資にかかわる効果を測定し，その測定値を利用した作業環境整備のための投資意思決定の問題を考えてみたい。

〔仮設例〕

旧工場で着手しはじめた新製品の製造を完成間近い新工場で製造することになった。新工場での製造に携わる管理者および作業者はすべて，当該作業に対しては始めて従事するものと新規採用者とから構成されている。新工場では製造設備環境を整備する作業だけが残っているが，備品・消耗品等には特に人間

工学的配慮をはらい，最新の設備を導入する予定である。旧工場での新製品の製造はすでに100ロットにおよんでおり，このときの資料などから以下の情報が獲得ずみである。

〔旧工場での資料〕

習熟率　90%

第1ロットの製造に要した作業時間

100時間

製造予定ロット数

2,000ロット

賃率　300円

〔注〕 直接労務費以外の原価要素は習熟効果の影響をうけないものとする

新工場ではひき続き残りの1,900ロットの製造を行なうがさきほどものべたように作業環境整備のための投資を行なう予定であり，これを実施すれば同業他社の工場資料から習熟率は85%になるものと期待されているとしよう。新工場で第1ロットの製造に必要な作業時間は120時間，賃率を300円とすれば，新工場での製造では旧工場に比較してどれだけ直接労務費を節減できるだろうか。

〔旧工場で新製品の製造を続けていたら生じたであろう直接労務費〕

作業時間は生産量の増加につれて習熟率90%で減少する。習熟曲線 $y=ax^b$ ではロットの限界作業時間，x は累積生産量，a は第1ロットの製造に要した作業時間，そして b は習熟率を表わす指標である。資料から $a=100$，$b=-0.1520$ であるから，第101ロットから2,000ロットまでの製造に必要な総作業時間 T (2000|100) はつぎのように計算される。

$$T(2000|100)=\int_{100}^{2,000} ax^b dx$$

$$=\int_{100}^{2,000} 100x^{-0.1520} dx$$

$$=\left.\frac{100x^{-0.1520+1}}{-0.1520+1}\right]_{100}^{2,000}$$

$$=\frac{100}{0.8480}(629.90-49.66)$$

$$=68,424.528$$

したがって，この1,900ロットの製造に必要な直接労務費総額は 20,527,358 (=300×68,424.528) 円である。

〔新工場での直接労務費発生予想額〕

新工場では第1ロットの製造に必要と思われる直接作業時間は120時間，習熟率は85%と予想されるのであるから，この場合の習熟曲線モデルはつぎのように表わされる。

$$y=120x^{-0.2345}$$

そこで，新工場での1900ロットの製品製造に要するであろう総直接作業時間 $T(1900|0)$ は，

$$T(1,900|0)=\int_0^{1,900}120x^{-0.2345}dx$$

$$=\left.\frac{120x^{0.7655}}{0.7655}\right]_0^{1,900}$$

$$=50,713.52$$

新工場での賃率は300円であるから，直接労務費総額は 15,214,056(2 300×50713.52) 円となる。

したがって新工場に作業環境の整備のために投資を行なうとした場合の原価節減額は

20,527,358−15,214,056=5,313,302(円)

と評価できる。この数値を利用すれば，作業環境整備のための投資に関してその支出額についての情報がえられると考えることができる。

第5節　習熟曲線と標準原価

標準原価はその厳格度によっていくつかに分類される。しかし標準原価というものはいずれもそのような厳格度の相違とは関係なく，基準操業度やその他の環境諸要因が安定的である，あるいはそれらの組合せが一定で所与であるとする正常状態を前提としているのである。労務費標準を考えるとき，この標準原価を用いて計算を行なう期間中では，期首に設定される賃率ならびに標準作業時間は一定にとどめおかれる。賃率の設定に関する議論は別の機会にゆずるものとし，本節では期中の賃率は一定とみなして，作業時間標準のみに焦点をあてることにする。

さて，労働の作業効率を管理するのに労務費標準を使用するときには，標準労務費期間総額（賃率×製品単位当たり標準作業時間×期間標準製造数量）が与えられるよりも製品単位当たり標準労務費の数値が示されるほうがかかるオペレーショナルな活動の管理には機敏に適応できると思われる。賃率の問題を考慮外としているので，ここでは製品単位当たり標準作業時間が標準として作動するための前提条件を考えることだけが必要なのである。しかし先ほどものべたように標準原価は正常な状態を反映するものであるから，習熟現象の存在を前提とすれば，作業標準として使用される製品単位当たり作業時間は製造活動がすでにかなり長期にわたって継続しており，習熟現象の当該数値に与える影響がほとんどないあるいは消滅してしまった状況（安定期 steady-state phase,　習熟曲線をグラフにプロットしたときにそれが横軸とほぼ平行になることから asymptonic state ともいう）を前提としているのである。換言すれば，標準原価は作業に関して十分な経験の積み重ねがあり，さらなる習熟効果が期待できないという状況を想定あるいは前提としているのであって，習熟現象が顕著であるという状況のもとでは設定が非常に困難なのである。[(55)] したがっ

(55)　習熟現象のみではなく，一般に標準設定時の環境要因の正常性が撹乱される場合には，1)当該状況のみに妥当する標準を設定するか，2)当該状況を考慮した標準の設定を行なうかの方針決定が標準設定前段階で検討されなければならない。

て，「習熟効果が顕著なとき（例えば，新製品の製造着手段階など……筆者注）に，製造原価予算作成に際して伝統的（習熟効果を考慮しないという意味……筆者注）な標準原価概念が使用されるとすれば，予算標準はルースなものになり，その結果，業績報告書にしめされる差異数値は誤まった情報を提供しかねない」[(56)]のである。上記の指摘は標準原価自体の問題ではなくて，これを用いた予算の適用上の問題に言及したものではある[(57)]が，前述した標準原価設定時の問題に環元できるであろう。以上のべたことを3－1の数値例をもちいて，さらに明らかにしたいと思う。

それでは3－1の例によって説明を行なうことにしよう。追加200単位の製造に必要な総作業時間 $T(500|300)$ は約2,955時間である。しかし，習熟効果を考慮しないで第1ロットの製造時間60時間をロット当たり標準作業時間とした場合には，追加200単位の総作業時間は12,000時間となる。標準作業時間標準を習熟効果を考慮せずに設定すれば，上記の例からもわかるように，標準は非常にルースなものとなる。このように標準が習熟効果を考慮せずに低く設定されると，作業者の作業能率が習熟によって向上するはずであったにもかかわらず，達成目標が低く設定されているために習熟効果を十分に引き出すことができなかったり，さらには習熟現象自体を消滅させてしまったりする可能性があるのである。このように，習熟効果を考慮せずに第1ロットの製造時間を作業時間標準として使用することは誤った情報を管理者に提供することになるのである。300ロット目の限界作業時間は15.75時間となる。これを作業時間標準としては使用することは第1ロット目の限界作業時間を標準作業時間とするよりも現実妥当性をもつ。しかしこれもまた追加200ロットの平均作業時間 $2,955 \div 200 = 14.775$ 時間と比較すればやはり問題はあるだろう。

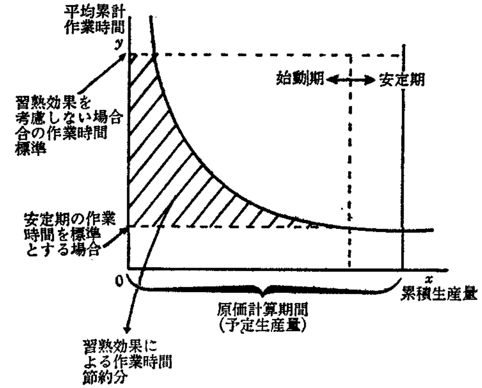
ただし注意しておかねばならないのは，上記の議論では一定の習熟率をもつ

(56) Summers and Welsch [23] p. 46.

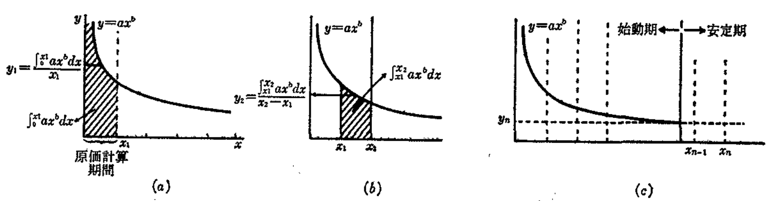
(57) 直接労務費については予算と標準との区別は明瞭ではなく，実務でもこれらを同一視する傾向がある。しかし，これらは概念上別個のものと考える必要がある。詳しくは溝口一雄著『近代原価計算』国元書房，昭和53年を参照されたい。

習熟曲線が現実のデータの推移に妥当し，かつ習熟効果は製造が継続する限り残存するという仮定がおかれていることである。習熟曲線モデルによって獲得される作業時間が標準として機能するためには，まずモデル自体に信頼性が認められ，当該信頼性に対してモデル利用者による承認が獲得されていなければならない。第2に習熟効果が認められなくなるような状況が実際に存在する場合には，そのときの製造量があらかじめ既知であるか管理者の判断によってその時期が決定されていなければならない。つまり，製造過程がすでに習熟効果がほとんど認められない安定期（steady-state phase）に突入しているという確証があれば，この段階の作業時間を標準値とみなして使用することは一応承認がえられるものであろう。また安定期に入る以前の段階，つまり始動期での

〔習熟曲効果が存在する場合の作業時間標準の設定〕



〔作業時間標準の改訂〕



作業時間標準の設定においては，一定期間（これを原価計算期間とみなしてもよい）の総作業時間をもとめて，それを期間製造量で除した平均単位当たり作業時間を標準と考えることもできよう。新製品の製造着手段階での作業時間標準の改訂の手続を前ページの図を使用して説明することにする。図の上半分から直接労務費の作業時間標準に製造着手時の作業時間数値を反映した数値を利用しても，それは習熟効果によって容易に達成可能なルースな標準となること，また安定期の作業標準を指示してもこれが習熟が完了した段階を反映するものであるからタイトすぎる標準となることが明らかであろう。さて図の下半分では原価計算期間ごとに作業時間標準を改訂する手続をしめしている。累積生産量 x と製品単位当たり累計平均作業時間 y の間に $y=ax^b$ なる関係が明らかになっているものとする。原価計算期間の標準製造量が x_1 であるとするとき，この期間における標準作業総時間は斜線でしめした部分の面積 $\int_0^{x_1} ax^b dx$ である。この数値を利用して期間の作業時間標準を決定することができる。たとえば先にしめした方法をとれば，作業時間標準 y_1 は $\int_0^{x_1} ax^b dx/x_1$ となる（(a) をみよ)。次期についても同様の手続により作業時間標準 y_2 は $\int_{x_1}^{x_2} ax^b dx/x_2-x_1$ となる（(b) をみよ)。習熟効果が製造が進みほとんど期待できなくなると安定期に入るので，この段階での作業時間標準 y_n は通常の標準設定手順により導かれることになる。

上記のような手続で算出された作業時間が配賦基準として適切であると判断されれば，当該期間の賃率および製造間接費配賦率に標準作業時間を乗じて標準労務費および標準製造間接費を算出できる。このような始動期における作業時間標準については，習熟効果（作業時間の絶対的短縮—比率ではない）は始動期においてもその初期ほど顕著であるから，「新しいオペレーションのための標準原価は，予測される習熟パターンを反映するようにひんぱんに改訂しなければならない[58]」という指摘は重要である。

(58)　Shillinglaw [32] p. 623.

ただし，ひんぱんに標準を改訂することの是否については，これが新製品，新規のプロセスについての標準であることを考えているとしても，さらに検討を加えるべき問題である。さらに，直接工作業について，前製品と同様の作業が新製品でもなされる部分があるとすれば，これらの作業にはもはや習熟が期待できないことに注意すべきである。そこで，本節でのべた手続を実施するには，直接工作業が作業種類別に区分されていなければならない。そして，習熟が期待できる作業についてのみ，ここにのべた手続がとられ，安定期に入っている作業についてはその作業時間標準は一定とされるのである。

最後に再び強調するが，特に新製品の製造開始時のように作業状況がいまだ未成熟な段階では，習熟曲線モデルを利用して原価標準を設定することは，習熟効果の影響をうける費目ならびに製造原価全体の計画と管理に関して明らかに改善を加えるものであるといえよう。ここで注意しなければならないのは，習熟効果が習熟効果をうける費目のコスト・ビヘイビアに強く作用し，他の要因の影響は微少であるとの前提のもとに行なわれていることである。作業時間標準の設定にあたっては上記の仮定は妥当であるとはいえず，本節でのべた習熟曲線モデルを用いる原価標準設定法でただちに作業時間標準がもとまるわけではない。本節でのべた手続によってもとめた数値を基礎として，実際に使用できる作業時間標準を導出するためには，さらに種々の検討を加える必要がある。

4-4　予算編成

予算編成を行なうにはすでに指摘したように習熟効果をうける費目とそうでない費目を明確に区分しておく必要がある。以下では上記のような原価区分がなされているものという仮定のうえで，予算編成時に習熟効果を考慮する場合の問題を四半期別予算を例として検討する。

まず習熟効果をうけない費目については年間予算総額を各四半期に配分すればよい。費目によっては予算額が予定用役使用量と予定平均価格の積として算出されるものもあろう。このような費目については各四半期の用役予定使用量

に応じて，各四半期に予算を配分することができる。

一方，習熟効果をうける費目は上記のような処理で四半期別予算を編成することは正しい処理であろうか。直接労務費を例にとって以下説明することにしよう。直接労務費予算は通常，予定賃率と年間予定作業時間の積として算出される。しかし直接労務費に習熟効果がある場合はこれを考慮しない場合と比較して，①予定作業時間は短かくなり，②同一数量の製品が各四半期に製造されるなら各四半期の作業時間数は次第に減少することになる。このことを反映させないで予算編成を行なうことは不合理である。そこで以下では習熟効果のある費目についてその予算額の算出方法および予算差異分析の方法について190–191ページの図を利用しながら直接労務費予算の場合で説明を行なうことにする。

直接労務費に習熟効果があり，そのビヘイビアが $y=ax^b$ で表わすことができると決定済であるとする。（ここで y＝単位当たり累計平均直接作業時間，x＝累積生産量，a，b＝パラメータ値），習熟曲線 $y=ax^b$ が先決的に与えられているので，年間の製造予定数量 N と賃率 α が与えられると直接労務費予算額 Z は次式で算定できる。

$$Z=\alpha\int_0^N ax^b dx$$

第1四半期製造予定数量を n_1 とすれば，第1四半期直接労務費予算許容額 z_1 は，

$$z_1=\alpha\int_0^{n_1} ax^b dx$$

となる。[59]

さて，第1四半期については生産量と単位当たり累計平均作業時間を適切なインターバルで対にして記録しておき，これを両対数グラフ上に順次プロットしておく。第1四半期末には第1四半期実際製造量 $n_{1,act.}$ と実際作業時間 $t_{1,act.}$ が明らかになるから，次のような形で差異分析を行なうことができる。

(59)　ここでは，新製品の製造時を対象として議論しているので，製造量はゼロからはじまっている。

$$z_1-\alpha\cdot t_{1,act.}=(z_1-\alpha\int_0^{n_1,act.}ax^b dx)+(\alpha\int_0^{n_1,act.}ax^b dx-\alpha\cdot t_{1,act.})$$

第1項は期末の製造数量予定数が実際に達成されたかどうかをしめす差異であり，第2項は実際の製造数量のもとで許容される作業時間と実際作業時間との差を賃率で評価したものである。差異分析の結果を利用して第2四半期の活動方針を決定とするとともに，第2四半期の直接労務費予算許容額を第1四半期の観測データをもとにして以下のように算定する。すなわち，第1四半期の観測データを用いて回帰分析を行ない，観測データにもっともよくフィットする回帰方程式 $y=a_1x^{b1}$ を算定し，第2四半期予定製造量 n_2 を用いて次式で第2四半期直接労務費予算額 z_2 を算出する。

$$z_2=\alpha\int_{n_1,act.}^{n_2+n_1,act.}a_1x^{b1}dx$$

このとき年次直接労務費予算 Z は基本予算として変更せず，各四半期予算 z_i を実行予算として作動させるのである。このことについては後述する。第2四半期でも同様に観測データを記録しておくとともに，期末には第1四半期と同様に実績値と予算値の差異分析を行ない，第3四半期以降の是正措置方針を決定する。

$$z_2-\alpha\cdot t_{2,act.}=(z_2-\alpha\int_{n_1,act.}^{n_1,act.+n_2,act.}a_1x^{b1}dx)$$
$$+(\alpha\int_{n_1,act.}^{n_1,act.+n_2,act.}a_1x^{b1}dx-\alpha\cdot t_{2,act.})$$

第3四半期の予算許容額算定にあたっては第2四半期予算許容額算定の基礎となった回帰方程式 $y=a_1x^{b1}$ を使用しない。第1四半期および第2四半期の観測データに回帰分析を適用してもとめた回帰方程式 $y=a_2x^{b2}$ を使用するのである。このような手続は，統計的方法を用いるときは観測データが多いほどもとめた回帰方程式の信頼性が増すという理由からもこれを実行予算として使用することの適正性は裏付けられるであろう。第3四半期の直接労務費予算許容額 z_3 および予算実績差異 $z_3-\alpha\cdot t_{3,act}$ はつぎのようになることは明らかであろう。

$$z_3=\int_{n_1,act.+n_2,act.}^{\sum_{i=1}^{2}ni,act.+n_3} a_2x^{b_2}dx$$

$$z_3-\alpha\cdot t_{3,act}$$

$$=(z_3-\int_{\sum_{i=1}^{2}ni,act.}^{n_3,act.+\sum_{i=1}^{2}ni,act.} a_2x^{b_2}dx)$$

$$+\left(\int_{\sum_{i=1}^{2}ni,act}^{n_3,act.+\sum_{i=1}^{2}ni.act} a_2x^{b_2}dx-\alpha\cdot t_3act\right)$$

第3期の観測データをプロットしていたところ，図のような状況が期首からみられるようになったとする。管理者がこの状況を習熟効果の消滅した安定期（steady-state phase）に表われるものであると判断した場合には，前四半期までのように観測データにフィットする習熟曲線をもとめずに，単位当たり直接作業時間（標準）β を設定し，これを用いて第4四半期直接労務費予算許容額 z_4 を算出する。

$$z_4=\alpha\int_{\sum_{i=1}^{3}ni.act.}^{\sum_{i=1}^{3}ni,act.+n_4} \beta dx=\alpha\cdot n_4\cdot\beta$$

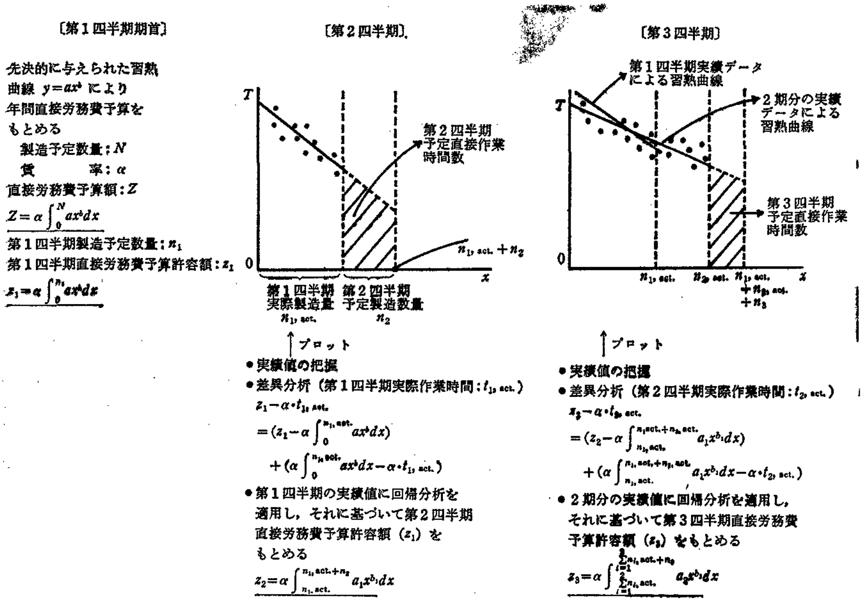
最後に第4四半期末には第4四半期分の予算実績差異分析と年次予算実績差異分析を行なう。四半期差異分析の概要は明らかであるから，後者の差異分析について若干検討する。

年式予算実績差異分析につぎのような形で行なわれる。

$$Z-Z_{act.}=(Z-\sum_{i=1}^{4}z_i)+(\sum_{i=1}^{4}z_i-Z_{act.})$$

ここで $Z_{act.}$ は各四半期の実際直接労務費発生額の合計であるから，$Z_{act.}=\alpha\times\sum_{i=1}^{4}t_{i,act.}$ である。したがって，上式の右辺第2項は各四半期の差異数値合計額であり，これは各四半期の実行予算と実績との差異四半期分集計額を表わすので，各四半期に指示された実行予算が通年でどれほど達成されたかをしめす情報を提供する差異である。この差異はすでにしめしたように各四半期別にさらに細分して検討されタイムリーな適応行動をとるためのトリガーとなる情報

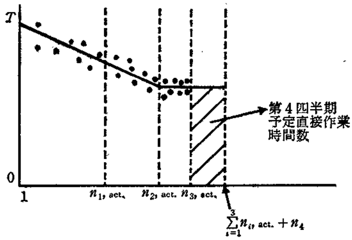
〔習熟曲線を用いた直接労務費予算の作成〕



を提供する。一方，第1項の差異は先決的に与えられた習熟曲線が実際の単位当たり累計平均作業時間と累積生産量の関係をどれほど正確に反映したかを表わす，換言すれば期首に設定した予算の精度をしめす差異である。

以上のような手順で直接労務費予算を設定し，それを用いて予算差異分析を行なうことの意義についてふれておきたい。通常の予算差異分析では作業時間差異の発生原因の1つとして(a)作業者の熟練度，精勤，怠惰によるもの，(b)作業者の選択，訓練，配置などの良否，(c)作業者の構成というような作業員の習熟に直接・間接に影響する要因が考えられる。しかし上記のような予算差異分析が行なわれるなら，習熟現象を考慮して予算が設定されるので習熟を原因とする原価差異要素がほとんど排除でき，差異原因の究明が容易となるだろう。また賃率を各四半期を通じて一定として説明を行なってきたが，四半期毎の実行予算の組替にあたっては，必要であれば予定賃率を状況にあわせて改訂して

〔第4四半期〕



↑プロット

- 実績値（四半期分）の把握
- 実績値をプロットし，安定期 (steady-state phase) の存在が確認されたとすれば，単位当たり直接作業時間（標準）βを設定する
- 上記のβの値を用いて，第4四半期予算許容額（z_4）を算出する

$$z_4=\alpha\int_{\sum_{i=1}^{3}n_{i,\text{act.}}}^{\sum_{i=1}^{3}n_{i,\text{act.}}+n_4}\beta dx$$
$$=\alpha\cdot n_4\cdot\beta$$

- 差異分析（第3四半期実際作業時間：$t_{3,\text{act.}}$）

$$z_3-\alpha\cdot t_{4,\text{act.}}$$
$$=(z_3-\alpha\int_{\sum_{i=1}^{2}n_{i,\text{act.}}}^{\sum_{i=1}^{3}n_{i,\text{act.}}}a_2x^{b_2}dx)$$
$$+(\alpha\int_{\sum_{i=1}^{2}n_{i,\text{act.}}}^{\sum_{i=1}^{3}n_{i,\text{act.}}}a_2x^{b_2}dx-\alpha\cdot t_{3,\text{act.}})$$

〔第4四半期末〕

- 実績値（四半期分）の把握と予算との差異分析
- 期末予算実績差異分析

$$Z-Z_{\text{act.}}$$
$$=\underbrace{(Z-\sum_{i=1}^{4}z_i)}_{\text{期首に設定した予算の精度をしめす差異}}+\underbrace{(\sum_{i=1}^{4}z_i-Z_{\text{act.}})}_{\text{各四半期実行予算と実績との差異四半期分集計額}}$$

やることもできる。このような作業は習熟効果の影響をうける費目についてだけ行なえばよいのであって，それほど実施困難な作業ではないだろう。

最後に本節でのべた予算編成および予算差異分析の手順についての問題点を指摘しておく。第1点は統計的方法によって獲得された数値が業績評価基準として有効に作動するためにはどのような手続をふまねばならないのかが不明瞭なことである。本節でのべた手続で獲得される予算数値が規範性をもち，業績評価基準としてこの予算数値が作動するためには，管理者ならびに作業者がこれを積極的に受けいれる必要がある。統計的方法によりもとめられた数値をコントロールに使用しようとする場合については，それを計画に用いる場合よりも検討すべき事項が多く，今後とも研究の余地のある課題である。たとえば，統計的方法によってもとめられた数値を権威づける方法などもその1つである。

第2点は，実行予算の作成の権限がここでのべたシステムでは管理者にあたえられていると想定しているが，このこと是否である。この問題も，本節でしめした予算の考えを期間内適応行動という観点[60]から検討すると興味深いということだけをしめして，紙幅の関係で詳細は省略する。

(60)　Itami 前掲書を参照せよ。

参 考 文 献

[1] Abernathy, W. J. and K. Wayne, Limits of the Learning Curve, *HBR.*, Sep.-Oct., 1974, pp. 109–119.

[2] Alchain, A., Realiability of Progrss Curves in Airframe Production, *The RAND Corporation, RM-260-1,* Feb., 1950.

[3] Andress, F., The Learning Curve As A Production Tool, *HBR,* Jan.-Feb., 1954.

[4] Asher, H., Cost-Quantity Relationship in the Airframe Industry, *The RAND Corporation, R-291,* Jul., 1956.

[5] Baloff, N., Startups in Machine-Production Systems, *Journal of Industrial Engineering,* Jan., 1966.

[6] Baloff, N., The Learning Curve: Some Controversial Issues, *Journal of Industrial Economies,* Jul., 1966.

[7] Baloff, N. and R. B. Mckersie, Motivation Start-ups, *Journal of Business,* Oct., 1966, p 473–484.

[8] Baloff, N. and J. W. Kennelly, Accounting Implications of Product and Process Start-ups, *Journal of Accounting Research,* Autumn, 1967.

[9] Blair, C., The Learning Curve Gets an Assist from the Computer, *Management Review,* Aug., 1968.

[10] Brenneck, R., The Learning Curve for Labor Hour: For Pricing, *NAA Bulletin,* Jun., 1959.

[11] Brenneck, R., Learning Curve Techiniques for Profitable Contract, *NAA Bulletin,* Jul., 1959.

[12] Brenneck, R., Break-even Chart Reflection Learning, *NAA Bulletin,* Jun., 1959.

[13] Broadston, J., Learning Curve Wage Incentives, *Management Accounting,* Aug., 1968.

[14] Broster, E., The Learning Curve for Labor, *Business Management,* Mar., 1968.

[15] Conway, R. W. and A. Schultz, the Manufacturing Process Function, *Journal of Industrial Engineering,* Jan.-Feb., 1959.

[16] Hartley, K., The Learning Curve and Its Applications to the Aircraft Industry, *Journal of Industrial Economics,* Mar., 1965.

[17] Hirschman, W., Profit from the Learning Curve, *HBR,* Jan.-Feb., 1964.

[18] Hirshleifer, J., The Firm's Cost Function ; A Successful Reconstruction?,

The Journal of Business, Jul., 1962.

[19] Jordan, R., Learning How to Use the Learning Curve, *NAA Bulletin,* Jan., 1958.

[20] Montogomery, F., Increased Productivity in the Construction of Liberty Vessels, *Monthly Labor Review,* Nov., 1943.

[21] Morse, W. J., Reporting Production Costs That Follows the Learning Curve Phenomenon, *The Accounting Review,* Oct., 1972.

[22] Sander, B. and E. Blystone, The Progress Curve: An Aid to Decision Making, *NAA Bulletin,* Jul., 1961.

[23] Summers, E. L. and G. A. Welsch, How Learning Curve Models Can be Applied to Profit Planning, *Management Services,* Mar.-Apr., 1970, pp. 45–50.

[24] Taylor, M. L., The Learning Curve: A Basic Cost Projection Tool, *NAA Bulletin,* Feb., 1961, pp. 21–26.

[25] White, J. M., The Use of Learning Curve Theory in Engineering, *Journal of Industrial Engineering,* Nov.-Dec., 1961.

[26] Wyer, R., Learning Curve Techiniques for Direct Labor Management, *NAA Bulletin,* Jul., 1958.

[27] Corcoran, A. W. *Costs; Accounting, Analysis, and Control,* John Wiley and Sons, 1979.

[28] Davidson, S. and R. L. Weil, *Handbook of Cost Accounting,* McGraw-Hill, 1978.

[29] DeCoster, D. T., Ramanathan, K. V., and Sundem, G.L ., eds., *Accounting for Managerial Decision Making,* Melville Publishing Company, 1974.

[30] Dopuch, N., J. B. Birnberg, and J. Demski, *Cost Accounting; Accounting Data for Management Decisions,* 2 nd ed., Harcourt Brace Jovanovich, 1974.

[31] Horngren, C. T., *Cost Accounting: A Managerial Emphasis,* 4 th ed., Prentice-Hall, 1977.

[32] Shillinglaw, G., *Managerial Cost Accounting,* 4 th ed., Irwin, 1977.

[33] Teichroew, D., *An Introduction to Management Science,* John Willey and Sons, 1964.

[34] Theodore, C. A., *Appied Mathematics: An Introduction,* Richard D. Irwin, 1965.

[35] 黒沢清稿「原価計算における習熟法則の一般化(1), (2)」『産業経理』昭和47年4月, 6月 (vol. 33, No. 4, No. 6)。

[36] 佐藤精一著『エンジニアリング・エコノミィー：原価低減の総合システム』ダイヤモンド社，昭和42年。
[37] 星野靖雄著『企業行動と組織動学』白桃書房，昭和52年。
[38] 西村慶一稿「管理会計の学習理論的アプローチ」『星陵台論集』，昭和47年9月。
[39] 日本経済新聞記事「脚光をあびる『習熟性工学』」昭和45年4月20日。
[40] J. C. アベグレン，ボストン・コンサルティング・グループ編著『ポートフォリオ戦略』ダイヤモンド社，昭和51年。
[41] 中村万次編著『原価計算の構造』ミネルヴァ書房，昭和48年。

補　章　回帰分析の BASIC プログラム

ここに掲載するプログラムはマイクロ・コンピュータ TRS—80LEVELIIBASIC で作成したものである。紙幅の関係で BASIC の文法についてはマニュアルや関連文献を参照されたい。BASIC はもともと TSS の端末機用に開発された言語で，インタプリッタ方式であるため対語機能にすぐれている。本プログラムは Corcoran のプログラムを基礎として，通常マイクロ・コンピュータと呼ばれる水準の機種では使用できない MAT 命令をサブルーチン化して筆者が TRS—80 用に移植したものである。CTR 上のレイアウト用の命令（PRINT ⓐ文）以外は標準 BASIC で書かれているので，他機種への移植は容易である。データは第 4 章第 3 節 p. 102 のものであり，これらをプログラムに含め，READ 文で読みとる形式にしているが，カセットあるいはフロッピー・ディスクベースでデータ・ファイルを作成し，これら補助記録装置から読みこむことも可能である。この点についてもマニュアル等を参照されたい。

記載したプログラム実行例は第 3 章の単純回帰分析についてのものであり，これらと第 3 章の説明をあわせて検討されたい。文番号30の R1=2 を R1=4 と変更すれば，機械運転時間，直接作業時間および WPI の 3 変数を独立変数とする重回帰分析の結果が CTR 上にアウトプットされる。また，いくつかの変数から任意の変数を選択して回帰分析が行なえるようにすることも容易である。

1	60	16	94.5	1	262
1	55	13	94.7	2	230
1	72	15	96.6	3	247
1	62	15	99.8	4	258
1	58	14	100.0	5	240
1	75	21	102.5	6	330
1	74	16	106.5	7	314
1	85	18	110.4	8	340
1	88	19	113.9	9	348

1	94	18	119.1	10	360
1	92	15	134.7	11	350
1	100	14	160.1	12	375
X1	X2	X3	X4	X5	Y

SUM OF Y=3654
AVERAGE OF Y=304.5
PRESS <ⓐ> TO CONTINUE?――

実行例 1　''NOW PREPARING THE TABLE OF ORIGNAL DATA'' という表示の数秒後，上記のように，データがCTR上に表われる。ⓐ ENTER とキーボートから入力すると，実行例 2 の画面があらわれる。

MATRIX　X'X	12	915
	915	72,387
INVERSE　MATRIX	2.3039200	−0.0291225
	−0.0291225	0.0003819
MATRIX　X'Y	3,654	
	287,120	
B　COEFFICIENTS	56.8857	
	3.2474	

PRESS <ⓐ> TO CONTINUE?――

実行例 2　第 3 章の計算過程と比較されたい。パラメータの推定値を単精度で計算したため若干の丸めの誤差が生じているが，実用上は無視してさしつかえない。ⓐ ENTER と入力すると実行例 3 の画面があらわれる。

TOTAL VARIANCE	EXPLAINED VARIANCE	UNEXPLAINED VARIANCE
1,806.25	2,784.71	105.48
5,550.25	4,762.01	30.17
3,306.25	190.48	1,909.55
2,162.25	2,141.43	0.05
4,160.25	3,512.36	27.40
650.25	16.48	873.76
90.25	53.39	282.47
1,260.25	807.39	50.20

1, 892. 25	1, 455. 94	28. 55
3, 080. 25	3, 622. 51	4. 58
2, 070. 25	2, 615. 95	31. 88
4, 970. 24	5, 948. 35	43. 90
30, 999. 00	27, 611. 00	3, 388. 00

PRESS <ⓐ> TO CONTINUE ?——

実行例 3　全変動，回帰変動，誤差変動の値がアウトプットされている。
ⓐ ENTER と入力すれば，実行例 4 の画面があらわれる。

THE DETERMINATION
COEFFICIENT
* * * * * * * *
R=. 890707
* * * * * * * *

THE DURBIN=WATSON
RATIO
* * * * * * * *
DW=1. 524
* * * * * * * *

PRESS <ⓐ> TO CONTINUE ?——

実行例 4　決定係数の値とダービン=ワトソン比がアウトプットされている。

ANALYSIS OF VARIANCE TABLE
(ANOVA)

SOURCE OF VARIATION	DEGREE OF FREEDOM	SUM OF SQUARES	MEAN SQUARES
REGRESSION	1	27, 611. 00	27, 611. 00
ERROR	10	3, 388. 00	338. 80
TOTAL	11	30, 999. 00	2, 818. 09

F-RATIO IS　81, 4966

```
PRESS <@> TO CONTINUE?—
```

実行例5　分散分析表（ANOVA）とF値がアウトプットされている。

```
THE VARIANCE-COVARIANCE MATRIX
  780.569       -9.8667
  -9.8667        .129399
BREAK IN 490
READY
>-
```

実行例6　分散共分散マトリクスプログラムは文番号490で一時停止している。490番以降にプログラムへ追加すればさらに種々の統計分析を行なうことができる。

回帰分析の BASIC プログラム

```
9 CLS
10  DIMS(12,12),Z(15, 5),Y(15,1),X(15, 5),XT( 5,15),S1(15,10),S2(15,15)
15 DIM W(15, 5),G(15, 5)
20 READ M1,M2,M3
25 PRINTCHR$(23):PRINT@448,"NOW PREPARING THE TABLE OF ORIGINAL DATA":FORI=1 TO
500
26 NEXTI
30 R1=2:N1=M1-1:N2=R1-1:N3=N1-N2:W1=M1:W2=M2
35 CLS
40 GOSUB30200:FORI=1TOM1:FORJ=1TOM2:Z(I,J)=S(I,J):PRINTTAB( 8*J)USING"###.##";Z(
I,J);:NEXTJ:PRINT:NEXTI
50 GOSUB25000:W2=1:GOSUB30200
60 FORI=1TOW1:FORJ=1TOW2:Y(I,J)=S(I,J):NEXTJ,I:GOSUB25000
65 J=1:FOR I=1TOW1:PRINT@64*(I-1)+55,Y(I,J);:NEXT
80 PRINT:PRINT"        X1       X2       X3        X4       X5              Y "
90 REM ##===> DATA CORRECTION SUBROUTINE INSERT
120 IF INKEY$= " "GOTO120
130 FORI=1TOM1:P1=P1+Y(I,J):NEXT:PRINT"SUM OF Y  =";P1:Y1=P1/M1:PRINT"AVERAGE OF
 Y  =";Y1
140 FOR I=1TOM1:FORJ=1TOR1:X(I,J)=Z(I,J):XT(J,I)=X(I,J):S1(I,J)=X(I,J):S2(J,I)=X
T(J,I):NEXTJ,I
141 GOSUB25000
142 INPUT"PRESS (@) TO CONTINUE";A$:IFA$<>"@"GOTO142
144 CLS:PRINT"MATRIX   X'X";
150 W1=R1:W2=R1:W3=M1:GOSUB31000:FORI=1TOR1:FORJ=1TOR1:PRINTTAB(15+15*J)USING"##
,###";S(I,J);:NEXTJ:PRINT:NEXTI
156 GOSUB20000
158 PRINT:PRINT"INVERSE MATRIX ";:FORI=1TOR1:FORJ=1TOR1:XX(I,J)=S(I,J+W1):PRINTT
AB(15+15*J )USING"#.#######";XX(I,J);:NEXTJ:PRINT          :NEXTI
160 J=1:W1=R1:W2=J:W3=M1:FORI=1TOM1:S1(I,J)=Y(I,J):NEXT:GOSUB31000
165 PRINT:PRINT"MATRIX    X'Y";:J=1:FORI=1TOR1:PRINTTAB(14+14  )USING"###,###";S
(I,J):NEXT
170 J=1:W1=R1:W2=J:W3=R1:FORI=1TOR1:S1(I,J)=S(I,J):NEXT:FORI=1TOR1:FORJ=1TOR1:S2
(I,J)=XX(I,J):NEXTJ,I:GOSUB31000
180 PRINT:PRINT"B COEFFICIENTS    ";:J=1:FORI=1TOR1:PRINTTAB(28)USING"##.####";S
(I,J):NEXTI
190 INPUT"PRESS (@) TO CONTINUE";A$:IFA$<>"@"GOTO190
195 CLS
200 PRINT"                    TOTAL              EXPLAINED          UNEXPLAINED"
210 PRINT"                 VARIANCE              VARIANCE             VARIANCE":B$="##
,###,###,###.##"
220 W1=M1:W2=1:W3=R1:FORI=1TOM1:FORJ=1TOR1:S2(I,J)=X(I,J):NEXTJ,I
230 J=1:FORI=1TOR1:S1(I,J)=S(I,J):NEXT:GOSUB31000:J=1:FORI=1TOM1:W(I,J)=S(I,J):N
EXTI
240 FORI=1TOM1:FORJ=1TOR1:G(I,J)=X(I,J):NEXTJ:J=1
250 G1=(Y1-W(I,J))^2:G2=(Y1-Y(I,J))^2:D1=W(I,J)-Y(I,J):G3=(W(I,J)-Y(I,J))^2
260 P2=P2+G1:P3=P3+G2:P4=P4+G3
270 PRINTTAB(5)USINGB$;G2;:PRINTUSINGB$;G1;:PRINTUSINGB$;G3
280 G4=D1:IFI<2GOTO300
290 G7=(G4-G5)^2:G8=G8+G7
300 G5=G4:G6=G5^2+G6:NEXTI
320 PRINTTAB(5)USINGB$;P3;:PRINTUSINGB$;P2;:PRINTUSINGB$;P4
325 PRINT@960,"PRESS (@) TO CONTINUE";:INPUTA$:IFA$<>"@"GOTO325
326 CLS
330 PRINT@236,"THE DETERMINATION":PRINT@302,"COEFFICIENT"
340 PRINT@367,STRING$(10,"*"):PRINT@495,STRING$(10,"*")
350 R2=P2/P3:PRINT@431,"R=";R2;
360 G9=G8/G6:PRINT@556,"THE DURBIN=WATSON":PRINT@625,"RATIO"
370 PRINT@687,STRING$(10,"*"):    PRINT@815,STRING$(10,"*")
380 PRINT@750,"DW= ";G9;:PRINTTAB(45)"          ":PRINT
390 PRINT"PRESS (@) TO CONTINUE";:INPUTA$:IFA$<>"@"GOTO390
400 S1=P2/N2:S2=P4/N3:S3=P3/N1:CLS:PRINTTAB(10)STRING$(47,197)
410 PRINTTAB(15)"ANALYSIS OF VARIANCE TABLE":PRINTTAB(22)"( ANOVA )":PRINTTAB(10
)STRING$(47,197)
420 PRINTTAB(10)"SOURCE OF  DEGREE OF      SUM OF              MEAN":PRINTTAB(10)"
```

```
VARIATION    FREEDOM      SQUARES            SQUARES"
430 PRINTTAB(8)STRING$(49,197):PRINTTAB(8)USING"REGRESSION      ##";N2;:PRINTUSING
B$;P2;
440 PRINTUSINGB$;S1:PRINTTAB(8)USING"ERROR          ##";N3;:PRINTUSINGB$;P4;:PRIN
TUSINGB$;S2
450 PRINTTAB(8):PRINTUSING"TOTAL          ##";N1;:PRINTUSINGB$;P3;:PRINTUSINGB$;S
3:PRINTTAB(8)STRING$(49,197)
460 PRINT:F=S1/S2:PRINT"F - RATIO IS ";F
470 INPUT"PRESS @ TO CONTINUE";A$:IFA$<>"@"GOTO470ELSECLS
480 PRINT:PRINT"THE VARIANCE-COVARIACE MATRIX":FORI=1TOR1:FORJ=1TOR1:V(I,J)=S2*X
X(I,J):PRINTV(I,J);:NEXTJ:PRINT:NEXTI
490 STOP
10000 DATA12,5,0
10010 DATA1,60,16,94.5,1
10020 DATA1,55,13,94.7,2
10030 DATA1,72,15,96.6,3
10040 DATA1,62,15,99.8,4
10050 DATA1,58,14,100.0,5
10060 DATA1,75,21,102.5,6
10070 DATA1,74,16,106.5,7
10080 DATA1,85,18,110.4,8
10090 DATA1,88,19,113.9,9
10100 DATA1,94,18,119.1,10
10110 DATA1,92,15,134.7,11
10120 DATA1,100,14,160.1,12
10130 DATA262,230,247,258,240,330,314,340,348,360,350,375
20000 N=2*W1:FORI=1TOW1:FORJ=W1+1TON
20010 IFJ=I+W1 GOTO20040
20020 S(I,J)=0
20030 GOTO20050
20040 S(I,J)=1
20050 NEXTJ
20060 NEXTI
20070 FORK=1TOW1:P=0:Q=K
20080 FORI=KTOW1
20090 IFP>=ABS(S(I,K))GOTO20120
20100 P=ABS(S(I,K))
20110 Q=I
20120 NEXTI
20130 IFQ=KTHEN GOTO20190
20140 FORJ=KTON
20150 W=S(K,J)
20160 S(K,J)=S(Q,J)
20170 S(Q,J)=W
20180 NEXTJ
20190 FORJ=K+1TON
20200 S(K,J)=S(K,J)/S(K,K)
20210 NEXTJ
20220 FORI=1TOW1
20230 IF I=K GOTO20270
20240 FORJ=K+1TO N
20250 S(I,J)=S(I,J)-S(I,K)*S(K,J)
20260 NEXTJ
20270 NEXT I
20280 NEXTK
20290 RETURN
25000 REM MATRIX ZERO SUBROUTINE
25010 FOR I=1TOW1:FORJ=1TOW2:S(I,J)=0:NEXTJ,I:RETURN
30200 REM MATRIX READ SUBROUTINE
30210 FOR I=1 TOW1:FORJ=1TOW2:READS(I,J):NEXTJ,I:RETURN
31000 REM MATRIX MULTIPLE SUBROUTINE
31010 FORI=1TOW1:FORJ=1TOW2:S(I,J)=0:FORK=1TOW3:S(I,J)=S(I,J)+S2(I,K)*S1(K,J)
31012 NEXTK
31013 NEXTJ
31014 NEXTI
31020 RETURN
```

大阪府立大学研究叢書

第1冊	西村孝夫著	イギリス東インド会社史論	<昭 35>
第2冊	福原行三著	J. S. ミルの経済政策論研究	<昭 35>
第3冊	和田貞夫著	点集合と経済分析	<昭 35>
第4冊	内田勝敏著	ブリティシュ・トロピカル・アフリカの研究	<昭 36>
第5冊	永島 清著	国際経済と経済変動	<昭 36>
第6冊	大野吉輝著 山谷恵俊著 岡本武之著	成長理論の研究	<昭 36>
第7冊	竹安繁治著	近世土地政策の研究	<昭 37>
第8冊	谷山新良著	保険の性格と構造	<昭 37>
第9冊	佐藤浩一著	現代賃金論序説	<昭 37>
第10冊	藤井定義著	幕末の経済思想	<昭 38>
第11冊	渡瀬 浩著	経営の社会理論	<昭 38>
第12冊	今川 正著	線型計画と地域開発	<昭 38>
第13冊	馬淵 透著	国際金融と国民所得	<昭 39>
第14冊	鍬田邦夫著	金融理論と金融政策	<昭 39>
第15冊	村上義弘著	行政法および行政行為の本質	<昭 39>
第16冊	鈴木和蔵著	減価償却政策と維持計慮	<昭 40>
第17冊	岡本武之著	ケインズ主義経済理論序説	<昭 40>
第18冊	片上 明著	イギリス「社会改良」時代の研究	<昭 41>
第19冊	風間鶴寿著	相続法の総論的課題 —相続開始・代襲相続・放棄—	<昭 41>
第20冊	前田英昭著	企業行動の理論	<昭 41>
第21冊	盛 秀雄著	日本国憲法の主原則	<昭 42>
第22冊	石田喜久夫著	自然債務の研究	<昭 42>
第23冊	稲葉四郎著	経済学の根柢	<昭 42>
第24冊	武部善人著	産業構造分析	<昭 43>
第25冊	山谷恵俊著	技術進歩と均衡成長	<昭 43>
第26冊	立半雄彦著	L. ワルラスの社会経済学	<昭 43>
第27冊	市橋英世著	マーケティング・システムの行動理論	<昭 44>
第28冊	横山益治著	不確実性と決定理論 —ベイジャン接近—	<昭 44>
第29冊	大野吉輝著	財政政策と所得分配	<昭 44>
第30冊	馬淵 透著	国際収支理論のグラフ的分析	<昭 45>
第31冊	石川常雄著	通貨変動理論の研究	<昭 45>
第32冊	今井 宏著	議決権代理行使の勧誘	<昭 45>

第33冊	右近健男著	離婚扶養の研究	＜昭 46＞
		—財産分与論　その１—	
第34冊	森田　勁著	労働市場分析による労働経済の研究	＜昭 46＞
第35冊	前田英昭著	企業の最適な投資政策，研究・開発政策および宣伝・広告政策について	＜昭 46＞
第36冊	服部容教著	新ケインズ派基礎理論研究	＜昭 47＞
第37冊	井上和雄著	ユーゴスラヴィアの市場社会主義	＜昭 47＞
第38冊	門田安弘著	計算価格による分権的システム	＜昭 48＞
第39冊	森　淳二郎著	配当制限基準と法的資本制度	＜昭 49＞
		—アメリカ法の資産分配規制の史的展開—	
第40冊	長野祐弘著	垂直市場システムの研究	＜昭 49＞
		—市場システムの基礎理論—	
第41冊	谷山新良著	産業連関分析	＜昭 50＞
第42冊	唄野　隆著	利子率の期間別構造と国債管理	＜昭 50＞
第43冊	藤井定義著	懐徳堂と経済思想	＜昭 51＞
第44冊	宮本勝浩著	分権的経済計画と社会主義経済の理論	＜昭 51＞
第45冊	西村孝夫著	フランス東インド会社小史	＜昭 52＞
第46冊	森田　勁著	西ドイツにおける外国人労働力雇用の経済的側面	＜昭 52＞
第47冊	福島孝夫著	会計収益認識論	＜昭 53＞
第48冊	市橋英世著	組織サイバネティクス研究	＜昭 53＞
		—組織行動の一般理論—	
第49冊	長尾周也著	組織体における権力と権威	＜昭 54＞
第50冊	州浜源一著	観測不可能な変数を含む経済モデルの推定	＜昭 54＞
第51冊	山下和久著	外部性と公共部門	＜昭 55＞
第52冊	加登　豊著	コスト・ビヘイビアの分析技法	＜昭 55＞

著者略歴

加登　豊（かとう　ゆたか）

昭和28年　西宮市に生まれる
昭和51年　神戸大学経営学部会計学科卒業
昭和53年　神戸大学大学院　経営学研究科
　　　　　博士前期課程終了（経営学修士）
同　　年　大阪府立大学経済学部助手
　　　　　現在に至る
現住所　神戸市東灘区深江南町２丁目
　　　　８番7-403号
　　　　〒658　TEL. 078（451）6681

昭和55年３月26日　印刷
昭和55年３月31日　発行

著者　加　登　　豊
堺市百舌鳥梅町４丁804
発行所　大阪府立大学経済学部
天理市稲葉町80
印刷所　株式会社　天理時報社