



## 危機に立つ教養教育：数理学教育の視点から

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2020-11-11 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 高橋, 哲也 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10466/00017143">http://hdl.handle.net/10466/00017143</a>

# 危機に立つ教養教育

## — 数理科学教育の視点から —

高橋 哲也  
(大阪府立大学)

〔キーワード：数理科学教育，PISA，数学的リテラシー，文系向け数理科学科目，高大接続改革〕

### 1. 教養としての数理科学教育（イントロダクション）

数理科学教育という単語は数学教育に比して一般的ではないが、日本学術会議の数理科学分野の教育課程編成上の参照基準（日本学術会議，2013）において次のように定義されている。「数理科学（Mathematical Science）は数学と関連する学問分野の名称であり、大きく分けると、数学（Mathematics）、統計学（Statistics）、応用数理（Industrial and Applied Mathematics）の三分野と、数学史や数学教育などの他分野との境界分野からなっている」。このように、参照基準では、数学という単語が純粋数学を指す傾向が強い我が国において、統計や応用数理を含んだ分野であるという意味で数理科学を用い、大学での教育についても数理科学教育という単語を用いている。

戦後の大学教育において、数理科学教育は一般教育科目であったにも関わらず、専門分野の基礎科目としての意味合いが強く、幅広い教養のための科目として組織的に位置づけられる事例はほとんど見当たらない。専門科目を学ぶために必要な技能としての認識がある専門領域はあくまで専門の基礎として、専門での必要性があまりない文系、特に人文科学系では学ばなくてもよい科目として認識されていた。

しかし、知識基盤社会においてさまざまな場面でデータの基づく意思決定が求められ、現実の場面で数理科学を活用することが、数学的リテラシーと呼ばれる汎用的技能として必要となっている。

シンポジウムでは、中等教育・高等教育において数学的リテラシーが習得されていない現状を考察し、その問題点を解決するための大阪府立大学の試みを紹介した。

### 2. 中等教育における日本の数学教育の現状

第2次世界大戦後の国際的な学力調査としては、IEA（The International Association for the Evalu-

ation of Educational Achievement）が1964年に数学、1970年に理科の調査を行い、1995年から数学・理科を対象に4年ごとに実施しているTIMSS（Trends in International Mathematics and Science Study）とOECDが2000年から3年ごとに「読解リテラシー」「数学的リテラシー」「科学的リテラシー」を対象に実施しているPISA（Programme for International Student Assessment）があるが、特に、PISAの結果は各国の教育政策にも大きな影響を与えている。ここでは、PISAの数学的リテラシーに関する結果を中心に日本の中等教育段階の数学教育の問題点について分析する。

PISAは義務教育修了段階（15歳）において、これまでに身に付けてきた知識や技能を、実生活の様々な場面で直面する課題にどの程度活用できるかを測定することを目的としている。OECDが1997年から計画し、DeSeCoのキー・コンピテンシーの一部として3つの「リテラシー」を対象としている（松下，2011）。3つのリテラシーの1つである数学的リテラシーはPISA2012では「様々な文脈の中で定式化し、数学を適用し、解釈する個人の能力であり、数学的に推論し、数学的な概念・手順・事実・ツールを使って事象を記述し、説明し、予測する力を含む」と定義されている。単に数学の問題を解くことより、現実の文脈の中で数学を活用することに重点が置かれており、学校教育での知識の定着を直接測定しているのではない点に注意が必要である（国立教育政策研究所，2013）。

PISAの3つのリテラシーについてのテスト問題を3年に一度各国で実施しているが、各回では3つのリテラシーの1つに着目し、生徒と教員への質問紙調査も加えた総括的調査を行っている。ここでは、数学的リテラシーについて重点をおいて行われた2012年の生徒質問紙の調査結果に注目し、数学的リテラシーテスト問題の結果については、日本は2012年がOECD加盟国34カ国中2位、2015年が35カ国中1位と非常に良い結果であったことだけを述べるに留めておく。

1989年に全米数学教師協議会（National Council of Teachers of Mathematics：NCTM）によって発行

された「カリキュラムと評価のためのスタンダード」(National Council of Teachers of Mathematics, 1989)において全ての生徒にとって共通の「5つの目標」のうち、1) 数学の価値を学習すること、2) 数学をする能力に自信を持てるようになること、を設定しているが、この2つの目標について、PISA調査では、生徒質問紙の非認知的アウトカムとして評価している(国立教育政策研究所, 2013)。生徒質問紙の非認知的アウトカムに関する質問は①数学における興味・関心や楽しみ、②数学における道具的動機付け、③数学における自己効力感、④数学における自己概念、⑤数学における不安、の5つの要因に関する質問をしており(OECD, 2013)ここでは、自己効力感に関するデータを引用し分析するが、他の要因についてもOECD平均を大きく下回る結果となっている。

自己効力感指標は、表1にあるように8つの設問からなり、それぞれ「かなり自信がある」「自信がある」「自信がある」「全然自信がない」から回答を選択する形式である。「かなり自信がある」「自信がある」を選択した生徒の割合の各国の生徒の割合は参加国65カ国中下から3番目と低い。しかし、「 $3x+5=17$ という方程式を解く」、「 $2(x+3)=(x+3)(x-3)$ という方程式を解く」という設問に関しては、OECD平均を上回っていて、その他の項目はOECD平均を下回っている。特に、車の燃費の計算、新聞に載っているグラフの理解は大きく平均を下回っている。方程式を解くことはできても、現実の問題に簡単な数学を使えるという自信がない、あるいは数学が使えると思っていないという可能性があり、学校で学んだ算数・数学の知識が、ホワイトヘッドがいうところの「不活性な知識」(転移しない知識)(White-

head, 1932)となっている危険性がある。PISAのテスト問題が解けても実際に活用できないのでは数学的リテラシーが身につけているとは言えない。

PISAの質問紙調査の結果から分かるように、高校1年生段階では数学を使う能力に自信を持ってない学生が多いにもかかわらず、大学に進学する高校生の大多数は1年生の秋に文系・理系の進路選択を迫られるため、大学入試のために数学を勉強するという以外のモチベーションを持つのが難しいのが現実である。高校の数学教育には、大学入試で出題される問題が大きな影響を与えるのは周知の事実であるが、数学的リテラシーの「様々な文脈の中で数学的に定式化し、数学を活用し、解釈する個人の能力」を測定するという形で作成されている大学の数学の入試問題はほとんどない。数学的に定式化された状態で、指導要領内の知識を使って数学としての解答を求める問題がほとんどであり、現実と繋がった文脈から表、グラフといった数学的なツールを活用し、数学的に定式化するプロセスは省かれている。これは、大学入試の様々な制約(解答時間、採点期間、公平性の担保等)が大きいが出題者側の能力にも課題があり、高大接続改革で言われている入試改革が進んだとしてもPISA型の問題を一般入試で導入するにはかなりの時間が必要だと考えられる。この大学入試の状況からは、数学的リテラシーを身につけるための教育が高校で行われないことは致し方ないと考えられ、多くの学生は、数学が社会から切り離された数学という世界に閉じた知識・技能と思いついで大学に入学してくるのである。

### 3. 大学における数学的リテラシー教育

ここまで中等教育段階の数学教育について、大学入学

表1 自己効力感((国立教育政策研究所, 2013a)表3.3を加工)

国名	「数学における自己効力感」指標		生徒の割合																					
	平均値	標準誤差	割合	標準誤差	割合	標準誤差	割合	標準誤差	割合	標準誤差	割合	標準誤差	割合	標準誤差										
			列車の時刻表をみて、ある場所から別の場所までどのくらい時間がかかるか計算する			あるテレビが30%引きになったとして、それが元の値段よりいくら安くなったかを計算する			床にタイルを張るには、何平方メートルが必要かを計算する			新聞に掲載されたグラフを理解する			$3x+5=17$ という方程式を解く			縮尺10,000分の1の地図上にある、2点間の距離を計算する			$2(x+3)=(x+3)(x-3)$ という方程式を解く			自動車のガソリンの燃費を計算する
ドイツ	0.33	(0.02)	92.1	(0.5)	83.9	(0.7)	79.2	(0.9)	89.0	(0.7)	89.4	(0.6)	59.6	(1.0)	73.4	(1.0)	64.4	(1.1)						
アメリカ	0.13	(0.03)	79.5	(0.9)	76.1	(1.0)	73.4	(1.1)	84.1	(0.8)	94.2	(0.5)	55.3	(1.2)	83.9	(0.9)	68.8	(0.9)						
イギリス	0.03	(0.02)	87.3	(0.7)	84.2	(0.7)	68.7	(1.1)	84.3	(0.9)	86.8	(0.6)	48.9	(1.3)	70.2	(0.8)	50.7	(1.1)						
OECD平均	0.00	0.00	81.4	(0.1)	79.8	(0.1)	68.1	(0.2)	79.5	(0.1)	85.2	(0.1)	55.9	(0.2)	73.1	(0.2)	56.0	(0.2)						
フランス	-0.01	(0.02)	79.5	(0.7)	76.4	(0.9)	65.3	(1.0)	85.7	(0.7)	82.6	(0.8)	49.7	(1.0)	65.1	(0.9)	58.9	(0.9)						
フィンランド	-0.27	(0.02)	83.8	(0.7)	72.3	(0.8)	58.0	(0.8)	59.4	(0.8)	83.7	(0.7)	54.2	(0.9)	61.9	(0.9)	46.4	(0.9)						
韓国	-0.36	(0.04)	63.7	(1.2)	67.6	(1.3)	55.4	(1.5)	71.8	(1.1)	81.5	(1.1)	38.2	(1.4)	73.9	(1.3)	31.0	(1.4)						
日本	-0.41	(0.03)	67.6	(1.0)	60.6	(1.1)	43.7	(1.2)	54.0	(1.1)	90.6	(0.9)	48.1	(1.3)	83.4	(0.9)	28.3	(1.1)						

(注) 割合は「かなり自信がある」「自信がある」と答えた生徒の割合。

時段階で学生が、数学を社会と切り離されたものと認識し自分のキャリアの中で数学を学ぶ必要性を理解していない点と義務教育レベルの数学も活用する自信がないという点に課題があることを論じてきた。ここでは、高校段階で身につけているとは言えない「数学的リテラシー」に関する学士課程を対象とした数理科学教育について、その現状を確認しておく。

2013～2015年度に実施された大学教育学会の課題研究「学士課程教育における共通教育の質保証」サブテーマ4「共通教育における質保証のためのマネジメント」での全国調査(岡田・高野, 2015)の数学的リテラシーに関する質問項目の結果(高橋, 2015)によれば、「全学の教育目標に数学的リテラシーに関する教育目標が位置づけられていますか」という問いに対し、大学全体で「とてもそう思う」が1.6%、「まあそう思う」が16.3%であり、全学の教育目標に数学的リテラシーを身につけることが掲げられていない状況であることが分かる。教育目標(学修成果目標)がなければ、質保証の議論は不可能であり、数学的リテラシーについて組織的な質保証の議論は困難な現状が明らかになった。数学的リテラシーを身につける科目が開設されていない大学が4割を超えており、開設されている大学でも自由選択科目が多く開講科目数も少ない状況であった。このことから、数学的リテラシーを身につけるための教育自体が行われていないことが我が国の高等教育の現状であることが明らかになった。また、同じ課題研究のサブテーマ3で実施した「大学生学生調査2015」(山田, 2016)(n=522, 1年生203, 2年生209)において図1の問題(電卓使用不可, 回答時間5分を想定)に対する正答率は48.6%であった。このことはこの問題の数学的内容を半数の学生が理解していないということを意味するものではない。数学的内容以外の現実の問題を数式・表・グラフ等を用いて数学の問題として解釈し、数学の問題として解いた後に現実の問題に適用するという部分に問題

があるのであって、割り算の結果が9より大きいものを選べという設問なら正答率は大きく上がったであろう。現実の問題を数学の問題として認識し必要な計算を行えばよいという判断ができる数学的リテラシーは、単に割り算の結果を求めるのとは別の能力なのである。

このように数学的リテラシー教育が出来ていない状況は明らかだが、これを改善するには大きな障壁がある。教育組織(学部・学科)は、学修成果として数学的リテラシーを含めるとそれを達成できないかもしれないという危険性を憂慮する。また、カリキュラムとしての提供が文系の教育組織では難しく、他の組織への授業提供を依頼する必要があること自体が障壁になる。しかし、最大の課題は、数学的リテラシー教育を提供できる教員が存在するかという点である。通常、数学者がこの授業を行うのが当然と考えるであろうがそこに大きな問題がある。日本の大学では、数学者には純粋数学の研究者が多く統計や応用数学の研究者が少なく、人材養成する教育組織も少ない。純粋数学の研究者にとっては数学自体が研究対象であり、数学がなぜ学ぶ価値があるのか、数学が社会でどう使われるかには関心がないことが多い。数学者は共通教育として専門基礎の科目を他学部向けに教えているので共通教育自体は慣れているのだが、この場合はそれぞれの専門のために必要ということで学ぶ意義については学生も一定理解している。しかし、数学的リテラシーを身につける科目ではそもそもなぜ学ぶのかから授業の中で学生に説得力を持って教える必要があり、数学を学ぶことに疑問を感じない数学者は適任ではない。

#### 4. 大阪府立大学の取組

大阪府立大学では、文系向けの学生の数理科学教育を2012年度より組織的に実施してきた。現代システム科学域という文理融合の学域は「知識情報システム学類」, 「環境システム学類」, 「マネジメント学類」の3学類からなるが、知識情報システム学類は数IIIを課している理系型の入試を行っているものの他の学類は数IIIを課さない文系型の入試を行っている。

現代システム科学域のカリキュラム検討の中で数学的素養を基礎としたシステム思考を1つの軸とする方向が示され、文系向けの数学的リテラシー教育を検討することとなったのが2010年当初である。現代システム科学域の認知心理学の専門家と全学共通教育の責任部局である高等教育推進機構の数学グループの教員とが試行授業を含む2年弱の準備のもと、教科書(川添・岡本, 2012)を作成し、現代システム科学域の専門基礎科目

下の表は、A, B, C 3つの都市の面積と2003年と2010年の人口を表にしたものです。2010年に人口密度が9,000人/km<sup>2</sup>を超える都市をすべて選びなさい。

都市	A	B	C
面積 (km <sup>2</sup> )	221	144	437
2003年の人口 (千人)	2,624	1,290	3,519
2010年の人口 (千人)	2,661	1,410	3,672

図1 大学生学生調査2015への提供問題



「基礎数学 I・II」を開講した。基礎数学 I は文系入試で入学する学生全員が必修で受講者300名程度、基礎数学 II は環境システム学類の学生は選択であるが、受講者は250名程度である (高橋, 2012)。

文系学生向けの授業開発は前節で述べたように数学者だけでは無理であり、数学の内容の専門家 (数学者) と、数学の授業のどこが分かりにくいかが分かる専門家 (認知心理学者) の共同作業で授業開発を行ったことがポイントであった。

基礎数学 I・II の授業については、川添・岡本 (2017) に詳しい記述があるので、ここではその設計と実践について重要な点について示す。この授業では、日常的・現実的な文脈の中で数学を用いる活動を中心におき、数学が現実的問題・日常的問題の解決に活用できることを理解させることが重要視されている。学習の促進には、実世界での問題の性質を反映した環境での課題の実行や問題解決が重要であると考え、状況に埋め込まれた学習を授業時間内外で促している。現実的問題・日常的問題の解決に数学を活用する力を身につけることの意義を学生が認識することと、実際にその能力を身につけることを目指している。授業を進める上では、数学者が暗黙のうちに使ってしまう数学的用語・記号や思考方法を意識して使わないことが必要となるが、認知心理学の専門家が、数学者が行う授業を見学し改善を図り、その結果が教科書、及び、授業の指導案にも反映されている。基礎数学の題材は、学生が自分の問題として捉えられる問題を扱うようにすることとなるべく現実のデータを使うように選んでおり、異なる文脈で同じ数学的構造をもつ問題を複数扱うようにして、数学を用いれば文脈の違いを超えて様々な問題を統一的に扱えることが分かるように配慮している (川添・岡本, 2012)。

授業での指導は、まず、現実の問題を題材にして親しみを持たせて、それを、学生が理解できる「ことば」で伝えることから始める。その後で、学生の数学的表現に対するイメージを豊富にするための基礎演習を行っている。グループでの演習中心に授業を行い、学生の理解過程に沿って授業を進めていく指導案となっている。

学生のアンケート結果 (2012年, n=226) は「数学に対する興味・関心」が「大いに高まった」「高まった」という回答が60%, 「数学を用いて考える力」が「非常に上がった」「上がった」が70%と概ね良好であり、自由記述でも「数学の見方が変わった。実際に利用され、社会の役に立っていることを知って、また自分で活用することができて楽しく数学をすることができた。」といった趣旨の記載が多数あり、授業目標が一定達成され

ていると思われる。

## 5. まとめ

大学の教養教育として数学的リテラシーを身につける教育の必要性と実施に向けての課題について議論し、大阪府立大学での実際の取組について紹介した。今後、少しでも多くの大学で組織的な数学的リテラシー教育が実践されることを期待する。

## 文献

- 川添充・岡本真彦 (2012) 『思考ツールとしての数学』 共立出版。
- 川添充・岡本真彦 (2017) 「文系学生のための数学活用力を育む授業デザインとその実践」水町龍一編『大学教育の数学的リテラシー』 東信堂, pp.184-194。
- 国立教育政策研究所 (2013) 『OECD生徒の学習到達度調査 ～2012年調査分析資料集～』 ([https://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/pdf/pisa2012\\_reference\\_material.pdf](https://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/pdf/pisa2012_reference_material.pdf)) (2017年8月20日アクセス)
- 松下佳代 (2011) 「〈新しい能力〉による教育の変容—DeSeCoキー・コンピテンシーとPISAリテラシーの検討—」『日本労働研究雑誌』 53(9), 39-49。
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, Virginia, National Council of Teachers of Mathematics.
- 日本学術会議数理科学分野の参照基準検討分科会 (2013) 『報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準：数理科学分野』 (<http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-22-h130918.pdf>) (2017年8月20日アクセス)
- OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*, OECD Publishing. OECD (国立教育政策研究所監訳) 『PISA2012年調査 評価の枠組み—OECD生徒の学習到達度調査—』 明石書店. (<http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>) (2017年8月20日アクセス)
- 岡田有司・高野篤子 (2015) 「共通教育マネジメントにおけるPDCAサイクルとその関連要因—2014年度全国調査の分析結果から—」『大学教育学会誌』 37(1), 33-38。
- 高橋哲也 (2012) 「学士課程教育における数学力育成の取組について」『大学教育学会誌』 34(2), 23-28。

高橋哲也 (2015) 「学士課程教育における数学的リテラシーの考え方について」『大学教育学会誌』 37(1), 39-44.  
山田礼子 (2016) 「共通教育における直接評価と間接評

価における相関関係：成果と課題」『大学教育学会誌』 38(1), 42-48.  
Whitehead, A. N. (1932) *The Aims of Education*, reprinted, London, Ernest Benn, 1959.