

衝撃劣化指標の簡易計算方法と設備診断への応用

メタデータ	言語: Japanese
	出版者:
	公開日: 2009-08-25
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: 竹安, 数博
	メールアドレス:
	所属:
URL	https://doi.org/10.24729/00001216

衝撃劣化指標の簡易計算方法と設備診断への応用

竹 安 数 博

1. はじめに

大型設備を有する鉄鋼業界等では、突発的に発生する設備故障でラインが停止すると、設備の稼働率の低下、下工程への材料供給の不足、納期が切迫している受注物件の納期遅れ等、 多大な影響をこうむり、また多大な損害につながる。

これらを防止するため設備異常検知は重要な役割を果たす。従来は時間基準保全(Time Based Maintenance: TBM)が主流をなしていたが、近年は設備監視のハードウェア、ソフトウェアの充実も相まって状態基準保全(Condition Based Maintenance: CBM)に大きくシフトしている。この方が部品コスト低減、保全コスト低減、故障率低減につながるからである。

保全をすると、保全後の初期故障にあたる確率が高くなる。保全しなくてもすんでいたものを定期保全で保全したため初期故障が生じたりする。これを現場では"当たりこわし"と呼んでいるところもある。

CBM に移行してくると、異常の兆候をできるだけ早く捉えることがクローズアップされる。そのための手法としてさまざまなものが検討されている。分野によってその指標も異なるので、本論文では機械系の異常検知として最も普遍的なテーマである回転体の異常検知にテーマを絞って述べることにする。

従来は感度のよい指標として Kurtosis, Bicoherence, 衝撃劣化指標 (Impact Deterioration Factor: ID Factor) などが検討されてきた [1], [4], [5], [6], [11], [12]。

前川他[4]ではこのID Factorについて他の無次元指標と比較し、その有用性を検証している。

本論文では振動振幅を指標化するものに対象を絞り、ID Factor について検討する。また、そのときに必要な Kurtosis についても言及する。従来手法では Kurtosis は精密診断技法の一つであり、振動信号の確率密度関数の 4 次モーメントを正規化して計算していた。現場においては精密診断のニーズはあるもののハードウェア、ソフトウェア、コスト面から精密診断技術を組み込めないところもある。また、現場で信号波形をモニターしながら早急に対応

が要される場合なども考えられる。

本論文ではまず Kurtosis の簡易計算方法を導出し、次いで ID Factor の簡易計算方法を同様な方法で導出する。ID Factor については既出文献にある内容をより進め、正規分布における最大曲率定数を算出し、また Kurtosis の場合と同様な方法で簡易計算方法を導入することにより、これも同様に簡便に計算でき、現場などにも広く普及しやすいものを提案する。

以下、2.では各劣化指標についてサーベイし、3.でKurtosisの簡易計算方法を導出し、 その考え方を活用して、4.で衝撃劣化指標(ID Factor)の簡易計算方法を導出し数値計算 を行い、他の文献で示されたデータと比較する。5.でまとめを行う。

2. 各種劣化指標について

軸受、歯車等の回転体においては劣化が進行するに従って振動が大きくなる。また据付等が不適切な場合も振動が大きくなることは一般的によく知られている[1]。振幅の大きさは次のような指標で把握できる。計測対象から得られた振動信号を時間の関数

$$x(t)$$
, サンプリング間隔を Δt

とし、離散データを

$$x_k = x(k\Delta t)$$
, $-\infty < k < \infty$

とする。機械部品などから発生する振動を平均値 0 の定常確率過程とし、その確率密度関数 $e^{(x)}$ とする。

振幅の大きさを示す指標として下記のものが周知である[4]。

平方根値
$$X_{root} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |x|^{\frac{1}{2}} p(x) dx \right]^2$$
 (1)

実効値
$$X_{rms} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) \, dx \right]^{\frac{1}{2}} \tag{2}$$

絶対平均値
$$X_{abs} = \int_{-\infty}^{\infty} |x| p(x) dx$$
 (3)

最大値
$$X_{peak} = \lim_{n \to \infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x^n p(x) \, dx \right]^{\frac{1}{n}}$$
 (4)

これらは指標が正規化されていない有次元指標である。これらは仮に正常状態であっても 機械部品などの大きさや回転数などによっても異なる。したがって汎用的に利用できる指標 として正規化された無次元指標などが必要となる。正規化された無次元指標として下記のようなものが挙げられる[4],[6]。

大別して下記の4通りがある。

- A. rms値を正規化するもの
- B. ピーク値を正規化するもの
- C. モーメントを正規化するもの
- D. 周波数成分間の相関を正規化するもの

それぞれについてみることにする。

- A. rms値を正規化するもの
 - a. 波形率 (SF: Shape Factor)

$$SF = \frac{X_{rms}}{\bar{X}_{abs}} \tag{5}$$

 $(\bar{X}_{abs}:$ 絶対値平均)

- B. ピーク値を正規化するもの
 - b. 波高率 (CrF: Crest Factor)

$$CrF = \frac{X_{peak}}{X_{rms}} \tag{6}$$

 $(X_{peak}: ピーク値)$

c. クリアランス率 (CIF: Clearance Factor)

$$ClF = \frac{X_{peak}}{X_{root}} \tag{7}$$

d. 衝擊指数 (IF: Impulse Factor)

$$IF = \frac{X_{peak}}{\bar{X}_{abs}} \tag{8}$$

e. 衝撃劣化指標 (ID Factor: Impact Deterioration Factor) 内容は 4. で評述するが [4] で提案されているものである。

$$ID = \frac{X_{peak}}{X_c} \tag{9}$$

(X_c:振幅確率密度の曲率が最大となる振幅)

C. モーメントを正規化するもの

f. 歪度 (SK: Skewness)

$$SK = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^3 p(x) dx}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx\right]^{\frac{3}{2}}}$$
(10)

g. 尖り度 (KT: Kurtosis)

$$KT = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^4 p(x) dx}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx\right]^2}$$
(11)

D. 周波数成分間の相関を正規化するもの

h. バイコヒーレンス (Bicoherence)

バイコヒーレンスは各周波数成分間の関わりあいを定量化するもので式(12)のように計算される。

$$Bic_{,xxx}(f_1, f_2) = \frac{B_{xxx}(f_1, f_2)}{\sqrt{S_{xx}(f_1) \cdot S_{xx}(f_2) \cdot S_{xx}(f_1 + f_2)}}$$
(12)

ここで

$$B_{xxx}(f_1, f_2) = \frac{X_T(f_1) \cdot X_T(f_2) \cdot X_T^*(f_1 + f_2)}{T^{\frac{3}{2}}}$$
(13)

$$X_T(t) = \begin{cases} x(t) & (0 < t < T) \\ 0 & (else) \end{cases}$$

T:基本周期区間

$$X_T(f) = \int_{-\infty}^{\infty} X_T(t) e^{-j2\pi f t} dt \tag{14}$$

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{T} X_T(f) X_T^*(f)$$
 (15)

である。

$$0 < Bic,_{xxx}(f_1, f_2) < 1 \tag{16}$$

であり、周波数 f_1 と f_2 との関わりあいが大きいとき、バイコヒーレンスは 1 に近づき、そ

うでないとき0に近づく。

これらの各指標は組合わせて総合的に判断されることが多い。なかでもg.尖り度(Kurtosis)は他のパラメータより有効であると報告されており[9]、関連研究も多い[4],[5],[6]。

また筆者の過去の実験結果では、バイコヒーレンスも感度のよいものであった[10],[11]。 新たに[4]で e. 衝撃劣化指標がよい指標であると提案されている。

本論文では振動振幅を指標化するものに対象を絞り、まずKurtosisの簡易計算方法を導入し、次いで衝撃劣化指標の応用拡張についても同様に検討し、簡易計算方法を導入・提案する。簡便で精度の高いものが導入できれば実用上大いなる効果があることが期待される。

3. Kurtosis の簡易計算方法について

3.1 Kurtosis について

2.1で示した KT (Kurtosis) を離散時間系で記述すると次のようになる。

$$KT = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^4 p(x) dx}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx\right]^2}$$

$$= \lim_{N \to \infty} \frac{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^4}{\left\{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2\right\}^2}$$
(17)

ここで

$$\{x_i\}$$
: $i = 1, 2, \dots, N$

は信号データをサンプリングしたものである。また \bar{x} は $\{x_i\}$ の平均を示し

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$

である。2. では平均値をゼロと仮定していたが、以下ではデータの層別計算を行うため \bar{x} を入れて考察する。直近までにN個のデータが入手されており、そのあとさらにl 個のデータが得られたケースを考える。N 個のデータで KT を計算したものを KT_N と表記することにする。いま

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{N+l} \sum_{i=1}^{N+l} x_i$$

と仮定すると KT_{N+l} は

$$KT_{N+l} = \frac{\frac{1}{N+l-1} \sum_{i=1}^{N+l} (x_i - \overline{x})^4}{\left\{ \frac{1}{N+l-1} \sum_{i=1}^{N+l} (x_i - \overline{x})^2 \right\}^2}$$

$$= \frac{\frac{N-1}{N+l-1} \cdot \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^4 + \frac{l-1}{N+l-1} \cdot \frac{1}{l-1} \sum_{i=N+1}^{N+l} (x_i - \overline{x})^4}{\left\{ \frac{N-1}{N+l-1} \cdot \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2 + \frac{l-1}{N+l-1} \cdot \frac{1}{l-1} \sum_{i=N+1}^{N+l} (x_i - \overline{x})^2 \right\}^2}$$
(18)

となる。N個までのデータにおける分散、平均、KTを

$$\sigma_N^2$$
 , \bar{x}_N , KT_N

とし、 $N+1\sim N+l$ についての各項目をそれぞれ

$$\sigma_{N/l}^2$$
 , $\overline{x}_{N/l}$, $KT_{N/l}$

と表記することにする。

また

$$\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^4 \quad \stackrel{\text{\tiny def}}{=} \quad M_N$$

$$\frac{1}{l-1} \sum_{i=N+1}^{N+l} (x_i - \overline{x})^4 \quad \stackrel{\text{\tiny def}}{=} \quad M_{N/l}$$

と表記することにする。

[ケース1]

データが $1\sim N$ 個までと、特別なピーク値等の発生を除き、 $1\sim N+l$ 個までの平均、分散が同じの場合

仮定より

$$\bar{x}_N = \bar{x}_{N+l}$$

$$\sigma_N^2 = \sigma_{N+l}^2$$

である。式(18)より

$$KT_{N+l} = \frac{N-1}{N+l-1}KT_N + \frac{l-1}{N+l-1}KT_{N/l}$$
(19)

を得る。

[ケース2]

データが $1\sim N$ 個までと、特別なピーク値等の発生を除き、 $1\sim N+l$ 個までの平均は同じだが、分散が異なる場合

仮定より \bar{x}_{N+1} は

$$\overline{x}_N = \overline{x}_{N+1}$$

である。また $\sigma_{N/l}^2$ は

$$\sigma_{N/l}^2 = \sigma_N^2 + \delta \, \sigma_N^2$$

で表わされるものとする。式(18)より

$$KT_{N+l} = \frac{\frac{N-1}{N+l-1}M_N + \frac{l-1}{N+l-1}M_{N/l}}{\left(\frac{N-1}{N+l-1}\sigma_N^2 + \frac{l-1}{N+l-1}\sigma_{N/l}^2\right)^2}$$

$$\simeq \frac{\frac{N-1}{N+l-1}M_N + \frac{l-1}{N+l-1}M_{N/l}}{\sigma_N^4} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{l-1}{N+l-1} \frac{1}{\sigma_N^2} \delta \sigma_N^2\right)$$

$$= \frac{N-1}{N+l-1}KT_N \left(1 - 2 \cdot \frac{l-1}{N+l-1} \frac{\delta \sigma_N^2}{\sigma_N^2}\right) + \frac{l-1}{N+l-1} \frac{M_{N/l}}{\sigma_N^4}$$
(20)

を得る。

3.2 Kurtosisの簡易計算方法

回転体に傷がついた場合などには、回転周期ごとのピーク波形が生ずる。特に初期異常の場合、当該回転体や転動体の単独の損傷が他の回転体や転動体に派生的に影響を伝播しない間は、このピークが明確に出るものと想定される(通常、回転体や転動体の損傷が生ずると、その接触面を損傷させることにより経時的に他の回転体や転動体への損傷に広がってゆくケースが多い)。

サンプリングしたデータの *m* 回転に通常の *S* 倍のピークを持つ信号が現れるものと仮定する。なお、サンプリング間隔の定め方についてはサンプリング定理に基づく決定方法が周知である [12] が、ここでは議論を本題テーマに絞って明確化するため単純化している。

また3.1 [ケース1] でかつ、ピーク発生部分を除き、4次モーメントが同じである場合を仮定する。

この場合のデータが $N+1\sim N+l$ の $\sigma_{N/l}^2$ を $ar{\sigma}_{N/l}^2$, $M_{N/l}$ を $ar{M}_{N/l}$ と表すと

$$\bar{\sigma}_{N/l}^{2} = \frac{1}{l-1} \sum_{i=N+1}^{N+l} (x_{i} - \bar{x})^{2}
= \frac{l-1 - \frac{l}{m}}{l-1} \sigma_{N}^{2} + \frac{l}{l-1} S^{2} \sigma_{N}^{2}
\simeq \sigma_{N}^{2} \left(1 + \frac{S^{2} - 1}{m} \right)$$
(21)

$$\bar{M}_{N/l} = \frac{1}{l-1} \sum_{i=N+1}^{N+l} (x_i - \bar{x})^4
= \frac{l-1 - \frac{l}{m}}{l-1} M_{N/l} + \frac{\frac{l}{m}}{l-1} S^4 M_{N/l}
\simeq \left(1 + \frac{S^4 - 1}{m}\right) M_{N/l}$$
(22)

を得る。これらより上記のケースの KT_{N+l} を \bar{KT}_{N+l} と表すと

$$\bar{KT}_{N+l} = \frac{\frac{N-1}{N+l-1}M_N + \frac{l-1}{N+l-1}\left(1 + \frac{S^4-1}{m}\right)M_{N/l}}{\left\{\frac{N-1}{N+l-1}\sigma_N^2 + \frac{l-1}{N+l-1}\sigma_N^2\left(1 + \frac{S^2-1}{m}\right)\right\}^2}$$

$$\simeq KT_N \frac{\left(1 + \frac{l-1}{N+l-1}\frac{S^4-1}{m}\right)}{\left(1 + \frac{l-1}{N+l-1}\frac{S^2-1}{m}\right)^2}$$
(23)

となる。

4. 衝擊劣化指標

4.1 衝撃劣化指標について

振動波形の衝撃性を把握する方法として、理想的なものとして図1に示される振動波形において衝撃レベル X_{peak} と非衝撃レベル X_n の比で表わされる[4]。

[4] では X_n の導出の困難さから、 X_n のかわりに振幅確率密度の曲率が最大となる振幅 X_c を用いることを提案した。振幅確率密度の曲率は次式で表わされる [7] 。

$$C(x) = \frac{p''(x)}{\left\{1 + p'(x)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}$$
 (24)

そして次のIDを衝撃劣化指標 (Impact Deterioration Factor: ID Factor)と呼んでいる。

$$ID = \frac{X_{peak}}{X_c} \tag{25}$$

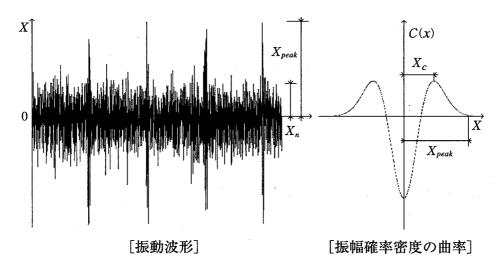


図1:振動波形と振幅確率密度の曲率

[4] ではこの指標が衝撃性の判定指標として他の無次元指標より有効であることを検証している。

p(x) が正規分布のとき

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\overline{x}}{\sigma}\right)^{2}\right]$$
 (26)

で表わされる。このときの X_c を求めてみる。

$$C(x) = \frac{p''(x)}{\left\{1 + p'(x)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma^2} \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left\{ \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma}\right)^2 - 1 \right\} exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma}\right)^2 \right]}{\left\{1 + \frac{1}{\sigma^2\sqrt{2\pi}} \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma}\right)^2 exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma}\right)^2 \right] \right\}^{\frac{3}{2}}}$$
(27)

であり

$$C'(x) = \frac{1}{\sigma^2 \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma} \right)^2 \right]$$

$$\times \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{1}{\sigma^2 \sqrt{2\pi}} \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma} \right)^2 exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{5}{2}}}$$

$$\times \frac{x - \overline{x}}{\sigma^2} \left[3 - \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma^2} \right)^2 + \frac{1}{\sigma^2 \cdot 2\pi r^2} exp \left[-\left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma} \right)^2 \right]$$

$$\cdot \left\{ 2 \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma} \right)^4 - 3 \left(\frac{x - \overline{x}}{\sigma} \right)^2 + 3 \right\} \right]$$
(28)

大阪府立大学経済研究 第50巻 2·3·4(208·209·210) [2005.3]

を得る。

$$C'(x_c) = 0$$

となる x_c を求める。数値計算を行うと

$$x_c \simeq 1.976\,\sigma\tag{29}$$

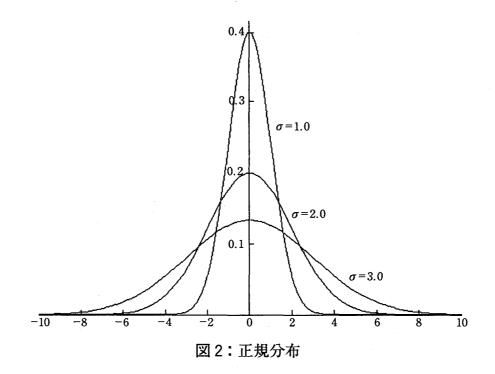
となる。この σ の係数を C_0 (これを最大曲率定数と呼ぶことにする) とすると

$$x_c = C_0 \sigma \tag{30}$$

と表わされる。

4.2 ID Factorの簡易計算方法

一般に回転体に傷等が生ずると確率密度関数の分布が乱れ、通常レベル以上のピーク値の 出現により分散が大きくなり、分布の裾野が広がる形となる(図 2)。



3.2で想定したようなピーク波形が生ずる場合、その時系列の分散は3.1 [ケース1]を仮定すると、式(21)のようになる。

式(21)の σ_N^2 の係数を g(m, S) とする。

$$\bar{\sigma}_{N/l}^2 = g(m, S) \sigma_N^2 \tag{31}$$

4.1 において分布の分散が拡大した場合を考える。従来の K^2 倍に分散が拡大すると、式 (30) において σ のかわりに $K\sigma$ を置き換え、

$$x_c = C_0 K \sigma \tag{32}$$

となる。式(31)と比較すると

$$K = \sqrt{g(m, S)} \tag{33}$$

を得る。データが正常な場合の X_{peak} を $X_{peak\cdot N}$ とする。正常時のデータ $1\sim N$ のあと N+1 $\sim N+l$ の l 個のデータが得られた場合の ID を 3 . と同様それぞれ ID_N , $\mathrm{ID}_{N/l}$ と表記することにする。

$$ID_{N} = \frac{X_{peak \cdot N}}{C_{0} \sigma_{N}} \tag{34}$$

$$ID_{0/N} = \frac{S \cdot X_{peak \cdot N}}{C_0 \sigma_N \sqrt{g(m, S)}}$$

$$= \frac{S \cdot X_{peak \cdot N}}{C_0 \sigma_N \sqrt{1 + \frac{S^2 - 1}{m}}}$$

$$= \frac{S}{\sqrt{1 + \frac{S^2 - 1}{m}}} ID_N$$
(35)

ここで ID_N の係数部分を

$$h(m, s) = \frac{S}{\sqrt{1 + \frac{S^2 - 1}{m}}}$$
 (36)

とする。なお、h(m, S) は正常時との比であるから、次の Fa に相当する。

$$Fa = \frac{P_{abn}}{P_{nor}}$$

ここで

Pnor:正時の指標値

Pabn:異常時の指標値

である。

現実は傷などが発生すると確率密度関数の分布が乱れ、分布の裾野が広がるだけでなく、正規分布に凹凸が生じ、そのためKTも大きくなる。KTは分布の乱れに着目し指標化する

ものである。

ここでは ID の簡易計算のため、それらを分布の分散の拡大でのみ捉え比較計算したものを導出している。これは ID 指標が X_{peak} と X_c との比であることに着目したものであること、 X_c は分布の分散の拡大に大きく影響されることを勘案しているためである。

したがって本簡易方法でも相当程度実態を反映する指標となっていることが期待される。

4.3 数值計算

3.3 の場合と同様に m=12, S=2,…,6 のケースで、式(36) の h(m,S) を計算したものを表 1 に示す。なお [4] では S=2 と S=6 のケースの Fa が示されているので、比較のため表 に入れた。これを見るとかなり類似の数値が出ているといえる。

S	h(m, S)	[4]
2	1.79	1.835
3	2.32	_
4	2.67	<u>-</u>
5	2.89	_
6	3.03	3.903

表 1:ピークの変化による ID の係数の変遷(l=N)

4.4 考察

(1)数値計算結果に関する考察

ID Factor の有効性は [4] で詳しく述べられている。本論文では ID Factor を簡便に計算する方法を考案し提示した。簡易計算方法でも [4] で計算された値と類似した値が出されている。この方法を用いれば、式(36) から非常に簡便に算出することができる。

この方法による異常検知のステップは次のようになる。

- 1. 正常・異常各レベルのID Factorの標準テーブルをあらかじめ準備しておく。
- 2. 信号データより、ピーク値を計測し、正常データ時におけるピーク値の比をとる。
- 3. 式(36)より h(m, S) (ID Factor の Fa) を計算する。
- 4. Fa により異常レベルを判定する。

この計算はKurtosisの簡易計算時と同様で、電卓においてでもできる簡便なものであり、 感度の良い指標を容易に算出することができる。現場における保全において重装備を必要と せず、実用度の高いものである。またKurtosisの場合と同様、マイコンチップなどに組み 込み異常の早期発見のツールとしても活用することができる。

(2) ID Factorから衝撃波のピーク値の倍数の推定

ID Factor が算出されている場合、衝撃波のピークのレベル(正常時の何倍程度か)について、式(36)より逆に算出できる。

系が異常であるとし、N=0, l=Nとする。式(36)より、Sは

$$S = \sqrt{\frac{m-1}{m-h^2(m, S)}} \cdot h(m, S)$$
(37)

で得られる。

5. おわりに

機械系の回転体の異常検知において良好な指標とされる ID Factor について簡易計算方法を導出・提案した。過去の文献データなどと比較し類似の計算結果が得られた。簡易計算方法として妥当な結果が出ており、特に初期異常検知に有効であると考えられる。

この方法は電卓ででも計算できるほどの簡便なもので、現場での活用において非常に実用度の高いものである。また、マイコンチップなどに組み込み異常の早期発見ツールとしても活用することができる。

今後、本手法を実機に適用したケースを重ね、さらに精度の向上を図ってゆきたく考えている。

参考文献

- [1] 山崎弘郎:異常検知と予知,工業調査会,(1988)
- [2] 日野幹雄:スペクトル解析、朝倉書店、(1977)
- [3] 保江邦央:ヒルベルト空間、日本評論社、(2000)
- [4] 前川健二,中島智,豊田利夫:衝撃振動を利用した機械部品の劣化度評価方法,日本設備管理学会誌,pp.163-168, Vol.9, No.3, (1997)
- [5] 邵毅敏, 根津紀久雄, 松浦勉, 長谷川祐樹, 寒澤則明:適応フィルタを用いたベアリングの故障診断, 日本設備管理学会誌, pp.71-77, Vol.12, No.3, (2001)
- [6] 宋京偉, 陳鵬, 豊田利夫:逐次ファジィ・ニューラルネットワークを用いた歯車装置の異常診断, 日本設備管理学会誌, pp. 15-20, Vol. 10, No. 1, (1998)
- [7] 日本数学会:岩波数学辞典第3版,岩波書店,pp.1356,(1985)

- [8] 淡中:数学ハンドブック,朝倉書店,pp.209-210,(1961)
- [9] 野田万朶: 転がり軸受の異常診断, NSK Tec. J., pp. 33-38, No. 647, (1987)
- [10] 竹安数博:周期運動体の監視方法,特公昭 62-60011, (1987)
- [11] 竹安数博:周期運動体の監視方法, 特公昭 64-4611, (1989)
- [12] 得丸英勝, 添田喬, 中溝高好, 秋月影雄:計数·測定, 培風館, (1982)