時系列複数データ処理方法

時系列複数データ処理方法

竹 安 数 博

1．はじめに

設備保全の分野では定期的に保全する方法（TBM: Time Based Maintenance）から設備の状況を判断してタイムリーな保全を行う状態基準保全（CBM: Condition Based Maintenance）にシフトしつつある。CBMにおいては常に設備を監視して，センサ類で収集したデータ群を処理することとなる。そこではオンラインか擬似オンラインでの処理が必要である。異常検知手法としてはデータのRMS値、Kurtosis値、バイコヒーレンス値などを計算する方法や離散時間線形モデルにあてはめ、そのシステムパラメータ間距離などを計算する方法などがある。本論文では得られた時系列データを線形モデルにあてはめ、そのパラメータ推移により異常検知するようなケースに応用できる方法について述べる。

異常検知においては

(1) 継続的にデータを得て、システムパラメータの推定を行い、その変化が大きくなったとき、異常が検知される

(2) 正常時のデータにおけるシステムパラメータが推定されており、新たに少量のデータが得られシステムパラメータを推定すると異常が検知される

などの方法がとられる。

いずれの場合でも、N個のデータに対し新たにl個（$l \ll N$）のデータが得られたときにいかに効率よく新たなパラメータが推定されるかが鍵となる。データがN個得られているとき、$N+1$個目のデータがオンラインで得られた場合パラメータを逐次推定するアルゴリズムはよく知られている[1]~[3]。ただデータが得られるスピードが速く、データ処理装置の処理速度を超えるような場合、ある程度まとまったデータを処理する必要が生じる。

例えば、$N=5000$で$l=100$のデータが入ってきたときのパラメータの推移を計算する場合などである。これはオンラインないし擬似オンラインでのパラメータ推定になるといえる。本論文ではその手法について検討し改善を試みる。従来は例えば中村・大石[4]では一般化最小二乗法において白色化フィルタの係数を簡単な漸化式で求め、入出力データの自己および相互相関関数を蓄えて活用するなどの工夫で計算時間を短縮する方法が出されている。ま

た，山縣、武田、拓植、松山[5]ではプラントの動特性を利用してリアルタイムに故障している測定器の特定と測定値のバイアスの大きさの推定を行い、測定器の故障の影響を受けない状態量を推定することにより、リアルタイムに故障診断する方法が示されている。本論文は複数個のデータが新たに取得された場合の処理方法に関するもので、上記のような,関連するテーマのものはあっても本論文のような内容・アプローチのものは出されていない。

ここでは設備保全に関する時系列データを取り上げ説明したが、如上の関係は広く経済時系列の解析等にも応用することができる。なお、経済時系列のような社会現象に起因するものは時系列が線形モデルあてはめの前提となる定常確率過程でないことが一般的であることに注意を要する。そこではデータの前処理、ARIMA (autoregressive integrated moving average: 自己回帰和分移動平均) モデルの適用などを行い、定常確率過程にして、あるいは同過程に近づけて解析する必要がある。

2．離散時間線形モデルへのあてはめ

時系列データを離散時間線形モデルへあてはめて分析するときは、AR (autoregressive: 自己回帰) モデルや ARMA (autoregressive moving average: 自己回帰移動平均) モデルを活用することが多い。本論文では最小二乗推定値が不偏推定値となり推定値の統計的性質が良く、かつ同定のしやすい AR モデルを用いて検討する。

p 次の AR モデルは

$$x_n + \sum_{i=1}^{p} a_i x_{n-i} = e_n \tag{1}$$

で表される。ここで

$\{x_n\}$：定常エルゴード的正規過程 $x(t)$ の標本時系列

$(n=1, 2, 3, \cdots, N, \cdots)$

$\{e_n\}$：平均値 0 、分散 σ_e^2 の正規性雑音

また、式(1)は定常条件を満たすものとする。

いま

$$\mathbf{Z}_n = [-x_{n-1}, \cdots, -x_{n-p}]^T$$
$$\boldsymbol{\theta} = [a_1, a_2, \cdots, a_p]^T$$

とおくと

$$x_n = \theta^T \mathbf{Z}_n + e_n \tag{2}$$

と表せる。

評価関数を

$$G_N = \sum_{n=1}^{N} \left[x_n - \theta^T \mathbf{Z}_n \right]^2 \tag{3}$$

とすると最小二乗推定は

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{n=1}^{N} \mathbf{Z}_n \mathbf{Z}_n^T \right]^{-1} \sum_{n=1}^{N} \mathbf{Z}_n x_n \tag{4}$$

となる。

Nに加えて，l個のデータが取得されたとき、

$$J = \| \hat{\theta}_{N+l} - \hat{\theta}_N \|^2 \tag{5}$$

あるいは正常状態におけるθ_Nの推定値を$\hat{\theta}_{N_0}$とすると

$$J = \| \hat{\theta}_{N+l} - \hat{\theta}_{N_0} \|^2 \tag{6}$$

の推移をみることによって異常検知を行うことができる。

本論文ではθ_{N+l}の推定に

1．自己相関関数を用いる場合

2．式(7)の正規方程式を用いる場合

$$\left[\sum_{n=1}^{N} \mathbf{Z}_n \mathbf{Z}_n^T \right] \hat{\theta}_n = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{Z}_n x_n \tag{7}$$

3．逐次推定を複数回繰り返す場合

の３ケースについて分析する。

3．自己相関関数を用いる場合

$\{x_n\}$ の自己相関関数は定義により

$$R_j = E\left[x_n x_{n+j} \right] \tag{8}$$
$$R_{-j} = R_j$$

また、AR過程においては下記のYule-Walker方程式が成り立つ。

$$\left.\begin{array}{l} R_1+a_1R_0+a_2R_1+\cdots+a_pR_{p-1}=0 \\ R_2+a_1R_1+a_2R_0+\cdots+a_pR_{p-2}=0 \\ \quad\vdots \\ R_p+a_1R_{p-1}+a_2R_{p-2}+\cdots+a_pR_0=0 \end{array}\right\} \tag{9}$$

いま、N個のデータ $\{x_n: n=1, 2, \cdots, N\}$ が得られたとき、R_jの推定値$\hat{R}_{N\cdot j}$は

$$\hat{R}_{N\cdot j}=\frac{1}{N-j}\sum_{i=1}^{N-j}x_i x_{i+j} \tag{10}$$

Nに引続きl個のデータ $\{x_n: n=N+1, N+2, \cdots, N+l\}$ が得られたとき

$$\begin{aligned}\hat{R}_{N+l\cdot j}&=\frac{1}{N+l-j}\sum_{i=1}^{N+l-j}x_i x_{i+j}\\ &=\frac{1}{N+l-j}\left(\sum_{i=1}^{N-j}x_i x_{i+j}+\sum_{i=N-j+1}^{N+l-j}x_i x_{i+j}\right)\\ &=\frac{N-j}{N+l-j}\frac{1}{N-j}\sum_{i=1}^{N-j}x_i x_{i+j}\\ &\quad+\frac{l}{N+l-j}\frac{1}{l}\sum_{i=N-j+1}^{N+l-j}x_i x_{i+j}\\ &=\frac{N-j}{N+l-j}\hat{R}_{N\cdot j}+\frac{l}{N+l-j}\hat{R}_{N/l\cdot j}\end{aligned} \tag{11}$$

となる。ここで$\hat{R}_{N/l\cdot j}$は$N+1$個目のデータからl個のデータを用いて自己相関関数を推定することを略記している。

ARモデルの次数pは一般的には数次から数十次であることが多いので

$$N \gg l \gg p$$

とみなすことができる。jは式(9)により

$$j \leq p-1$$

であるので、式(11)は近似的に

$$\hat{R}_{N+l\cdot j}\simeq\frac{N}{N+l}\hat{R}_{N\cdot j}+\frac{l}{N+l}\hat{R}_{N/l\cdot j} \tag{12}$$

と表すことができる。
以下

$$\alpha=\frac{N}{N+l}\ ,\ \beta=\frac{l}{N+l} \tag{13}$$

とする。式(9)に自己相関関数の推定値を入れると

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N=-\begin{bmatrix}\hat{R}_{N\cdot 0} & \hat{R}_{N\cdot 0} & \cdots & \hat{R}_{N\cdot p-1}\\ \hat{R}_{N\cdot 1} & \hat{R}_{N\cdot 1} & \cdots & \hat{R}_{N\cdot p-2}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \hat{R}_{N\cdot p-1} & \hat{R}_{N\cdot p-2} & \cdots & \hat{R}_{N\cdot 0}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\hat{R}_{N\cdot 1}\\ \hat{R}_{N\cdot 2}\\ \vdots\\ \hat{R}_{N\cdot p}\end{bmatrix} \tag{14}$$

となる。さらにl個のデータが加わると

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l}&=-\begin{bmatrix}\hat{R}_{L\cdot 0} & \hat{R}_{L\cdot 1} & \cdots & \hat{R}_{L\cdot p-1}\\ \hat{R}_{L\cdot 1} & \hat{R}_{L\cdot 0} & \cdots & \hat{R}_{L\cdot p-2}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \hat{R}_{L\cdot p-1} & \hat{R}_{L\cdot p-2} & \cdots & \hat{R}_{L\cdot 0}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\hat{R}_{L\cdot 1}\\ \hat{R}_{L\cdot 2}\\ \vdots\\ \hat{R}_{L\cdot p}\end{bmatrix}\\ &=-\begin{bmatrix}\alpha\hat{R}_{N\cdot 0}+\beta\hat{R}_{N/l\cdot 0} & \cdots & \alpha\hat{R}_{N\cdot p-1}+\beta\hat{R}_{N/l\cdot p-1}\\ \alpha\hat{R}_{N\cdot 1}+\beta\hat{R}_{N/l\cdot 1} & \cdots & \alpha\hat{R}_{N\cdot p-2}+\beta\hat{R}_{N/l\cdot p-2}\\ \vdots & & \vdots\\ \alpha\hat{R}_{N\cdot p-1}+\beta\hat{R}_{N/l\cdot p-1} & \cdots & \alpha\hat{R}_{N\cdot 0}+\beta\hat{R}_{N/l\cdot 0}\end{bmatrix}^{-1}\\ &\quad\cdot\begin{bmatrix}\alpha\hat{R}_{N\cdot 1}+\beta\hat{R}_{N/l\cdot 1}\\ \alpha\hat{R}_{N\cdot 2}+\beta\hat{R}_{N/l\cdot 2}\\ \vdots\\ \alpha\hat{R}_{N\cdot p}+\beta\hat{R}_{N/l\cdot p}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{15}$$

ここで$L=N+l$である。また

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\hat{R}_{N\cdot 0} & \hat{R}_{N\cdot 1} & \cdots & \hat{R}_{N\cdot p-1}\\ \hat{R}_{N\cdot 1} & \hat{R}_{N\cdot 0} & \cdots & \hat{R}_{N\cdot p-2}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \hat{R}_{N\cdot p-1} & \hat{R}_{N\cdot p-2} & \cdots & \hat{R}_{N\cdot 0}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \hat{R}_{N/l\cdot 0} & \hat{R}_{N/l\cdot 1} & \cdots & \hat{R}_{N/l\cdot p-1} \\ \hat{R}_{N/l\cdot 1} & \hat{R}_{N/l\cdot 0} & \cdots & \hat{R}_{N/l\cdot p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}_{N/l\cdot p-1} & \hat{R}_{N/l\cdot p-2} & \cdots & \hat{R}_{N/l\cdot 0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \hat{R}_{N\cdot 1} \\ \hat{R}_{N\cdot 2} \\ \vdots \\ \hat{R}_{N\cdot p} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \hat{R}_{N/l\cdot 1} \\ \hat{R}_{N/l\cdot 2} \\ \vdots \\ \hat{R}_{N/l\cdot p} \end{bmatrix}$$

とおくと、下記公式

$$\left[\mathbf{Q}+\mathbf{R}\right]^{-1} = \mathbf{Q}^{-1} - \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R}\left[\mathbf{I}+\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R}\right]^{-1}\mathbf{Q}^{-1}$$
$$\left[\mathbf{I}+\mathbf{Q}\right]^{-1} = \mathbf{I} - \left[\mathbf{I}+\mathbf{Q}\right]^{-1}\mathbf{Q}$$

を用いて

$$\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} =& -(\alpha\mathbf{A})^{-1}(\alpha\mathbf{C}) - (\alpha\mathbf{A})^{-1}(\beta\mathbf{D}) \\
&+ (\alpha\mathbf{A})^{-1}(\beta\mathbf{B})\left[\mathbf{I}+(\alpha\mathbf{A})^{-1}\beta\mathbf{B}\right]^{-1}(\alpha\mathbf{A})^{-1}(\alpha\mathbf{C}+\beta\mathbf{D}) \\
=& \hat{\boldsymbol{\theta}}_N - \frac{l}{N}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D} - \frac{l}{N}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\hat{\boldsymbol{\theta}}_N \\
&+ \left(\frac{l}{N}\right)^2(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^2\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \left(\frac{l}{N}\right)^2\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D} \\
&- \left(\frac{l}{N}\right)^3\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\left[\mathbf{I}+\frac{l}{N}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\right]^{-1}(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^2\hat{\boldsymbol{\theta}}_N \\
&- \left(\frac{l}{N}\right)^3(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^2\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D} \\
&+ \left(\frac{l}{N}\right)^4\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\left[\mathbf{I}+\frac{l}{N}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\right]^{-1}(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^2\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}
\end{aligned} \tag{16}$$

を得る。$N \gg l$ のとき、$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l}$ は

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} \simeq \hat{\boldsymbol{\theta}}_N - \frac{l}{N}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D} - \frac{l}{N}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\,\hat{\boldsymbol{\theta}}_N \tag{17}$$

あるいは

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} \simeq\ & \hat{\boldsymbol{\theta}}_N - \frac{l}{N}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D} - \frac{l}{N}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\,\hat{\boldsymbol{\theta}}_N \\ & + \left(\frac{l}{N}\right)^2 (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^2\,\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \left(\frac{l}{N}\right)^2 \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}\end{aligned} \tag{18}$$

で近似できる。例えば式(17)を採用すると、$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N$を算出したときの行列等を活用して簡便に計算することができる。

ここで式(15)～(18)の持つ意味を別の視点からみることにする。

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{A}} &= \alpha\,\mathbf{A} \\ \bar{\mathbf{B}} &= \beta\,\mathbf{B} \\ \bar{\mathbf{C}} &= \alpha\,\mathbf{C} \\ \bar{\mathbf{D}} &= \beta\,\mathbf{D}\end{aligned}$$

とおくと

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} &= -\left[\bar{\mathbf{A}}+\bar{\mathbf{B}}\right]^{-1}\left[\bar{\mathbf{C}}+\bar{\mathbf{D}}\right] \\ &= -\left[\mathbf{I}+\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{B}}\right]^{-1}\left[\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}+\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{D}}\right] \\ &= -\left[\mathbf{I}+\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{B}}\right]^{-1}\left[\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}+(\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{B}})(\bar{\mathbf{B}}^{-1}\bar{\mathbf{D}})\right]\end{aligned} \tag{19}$$

を得る。$\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{C}}$は $\{1, \cdots, N\}$ のデータ、$\bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{D}}$は $\{N+1, \cdots, N+l\}$ のデータから求められるものである。$\{1, \cdots, N\}$ のデータに関しては

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N = -\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{C}} \tag{20}$$

により求められるため、$\{N+1, \cdots, N+l\}$ のデータについて同様に$-\bar{\mathbf{B}}^{-1}\bar{\mathbf{D}}$により求めれられる。この推定値を $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\frac{N+l}{N}}$ と表記すると

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\frac{N+l}{N}} = -\bar{\mathbf{B}}^{-1}\bar{\mathbf{D}} \tag{21}$$

式(19)で$\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{B}}$は $\{N+1, \cdots, N+l\}$ に対する $\{1, \cdots, N\}$ のデータの重みづけと考えれば

$$\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{F} \tag{22}$$

とおいて、$\mathbf{F}$は$O(l/N)$ であることに注意すると、式(23)、(24)が得られる。

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} = \left[\mathbf{I}+\mathbf{F}\right]^{-1}\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\frac{N+l}{N}}\right] \tag{23}$$

$$= \left[\mathbf{I}+\sum_{k=1}^{\infty}(-\mathbf{F})^k\right]\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\frac{N+l}{N}}\right] \tag{24}$$

この1次近似では

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} = \left[\mathbf{I}-\mathbf{F}\right]\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\frac{N+l}{N}}\right] \tag{25}$$

ここで $O(\mathbf{F}^2)$ をカットすれば

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} \simeq \hat{\boldsymbol{\theta}}_N - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\frac{N+l}{N}} \tag{26}$$

となり、これは式(17)と一致する。
2次近似では

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} = \left[\mathbf{I}-\mathbf{F}+\mathbf{F}^2\right]\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\frac{N+l}{N}}\right] \tag{27}$$

となる。ここでも上記と同様に $O(\mathbf{F}^3)$ をカットすれば

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} \simeq \hat{\boldsymbol{\theta}}_N - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \mathbf{F}^2\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\frac{N+l}{N}} + \mathbf{F}^2\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\frac{N+l}{N}} \tag{28}$$

となり、式(18)と一致する。
なお、$\mathbf{F}$ は意味付けを考察するには都合がよいが、実際の計算時間は式(17)、(18)にあるように $\mathbf{F}$ に置き換えないほうが速くなる。

4．正規方程式を用いる場合

式(7)の正規方程式を用いると

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} &= \left[\sum_{n=1}^{N+l}\mathbf{Z}_n\mathbf{Z}_n^T\right]^{-1}\sum_{n=1}^{N+l}\mathbf{Z}_n x_n \\ &= \left[\sum_{n=1}^{N}\mathbf{Z}_n\mathbf{Z}_n^T + \sum_{n=N+1}^{N+l}\mathbf{Z}_n\mathbf{Z}_n^T\right]^{-1}\left(\sum_{n=1}^{N}\mathbf{Z}_n x_n + \sum_{n=N+1}^{N+l}\mathbf{Z}_n x_n\right)\end{aligned} \tag{29}$$

を得る。ここで

$$\mathbf{K} = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{Z}_n \mathbf{Z}_n^T$$

$$\mathbf{L} = \sum_{n=N+1}^{N+l} \mathbf{Z}_n \mathbf{Z}_n^T$$

$$\mathbf{M} = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{Z}_n x_n$$

$$\mathbf{N} = \sum_{n=N+1}^{N+l} \mathbf{Z}_n x_n$$

とおくと

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} = [\mathbf{K}+\mathbf{L}]^{-1}[\mathbf{M}+\mathbf{N}] \tag{30}$$

これは諸定義と表記の関係で式(19)の符号が反転しているだけで形は同じである。

式(12)、(13)を採用すると、式(30)は

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l} &= -[N\mathbf{A}+l\mathbf{B}]^{-1}[N\mathbf{C}+l\mathbf{D}] \\ &= -[\bar{\mathbf{A}}+\bar{\mathbf{B}}]^{-1}[\bar{\mathbf{C}}+\bar{\mathbf{D}}]\end{aligned} \tag{31}$$

となり、式(19)とまったく同じとなる。したがって1次近似、2次近似とも各々式(25)、(27)と同様となる。

5．逐次推定を複数回繰り返す場合

データがN個得られており、$N+1$個目のデータが得られたとき

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+1} &= \left[\sum_{n=1}^{N+1} \mathbf{Z}_n \mathbf{Z}_n^T\right]^{-1} \sum_{n=1}^{N+1} \mathbf{Z}_n x_n \\ &= \left[\sum_{n=1}^{N} \mathbf{Z}_n \mathbf{Z}_n^T + \mathbf{Z}_{N+1}\mathbf{Z}_{N+1}^T\right]^{-1} \left(\sum_{n=1}^{N} \mathbf{Z}_n x_n + \mathbf{Z}_{N+1} x_{N+1}\right)\end{aligned} \tag{32}$$

ここで

$$\sum_{n=1}^{N} \mathbf{Z}_n \mathbf{Z}_n^T = \mathbf{A}_N$$

とおくと

$$(\mathbf{Q}+\mathbf{R}\mathbf{R}')^{-1} = \mathbf{Q}^{-1} - \frac{\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{R}'\mathbf{Q}^{-1}}{1+\mathbf{R}'\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{R}}$$

$$(\mathbf{Q} : n \times n\ ,\ \mathbf{R} : n \times 1\ ,\ \mathbf{R}' : 1 \times n)$$

の公式を用いて

$$\mathbf{A}_{N+1}^{-1}=\mathbf{A}_N^{-1}-\frac{\mathbf{A}_N^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}\mathbf{Z}_{N+1}^T\mathbf{A}_N^{-1}}{1+\mathbf{Z}_{N+1}^T\mathbf{A}_N^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}} \tag{33}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+1}=\left(\mathbf{I}-\frac{\mathbf{A}_N^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}\mathbf{Z}_{N+1}^T}{1+\mathbf{Z}_{N+1}^T\mathbf{A}_N^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}}\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}_N + \frac{\mathbf{A}_N^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}x_{N+1}}{1+\mathbf{Z}_{N+1}^T\mathbf{A}_N^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}} \tag{34}$$

を得る。これは次のように書き直すことができる。

$\mathbf{A}_N^{-1}=\mathbf{P}_N$とおくと

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+1}=\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+1}\mathbf{Z}_{N+1}^T\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}_N+\mathbf{K}_{N+1}x_{N+1} \tag{35}$$

$$\mathbf{K}_{N+1}=\mathbf{P}_N\mathbf{Z}_{N+1}\left(1+\mathbf{Z}_{N+1}^T\mathbf{P}_N\mathbf{Z}_{N+1}\right)^{-1} \tag{36}$$

$$\mathbf{P}_{N+1}=\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+1}\mathbf{Z}_{N+1}^T\right)\mathbf{P}_N \tag{37}$$

式(35)を用いて

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+2}=&\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+2}\mathbf{Z}_{N+2}^T\right)\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+1}\mathbf{Z}_{N+1}^T\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}_N\\&+\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+2}\mathbf{Z}_{N+2}^T\right)\mathbf{K}_{N+1}x_{N+1}+\mathbf{K}_{N+2}x_{N+2}\end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+3}=&\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+3}\mathbf{Z}_{N+3}^T\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+2}+\mathbf{K}_{N+3}x_{N+3}\\=&\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+3}\mathbf{Z}_{N+3}^T\right)\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+2}\mathbf{Z}_{N+2}^T\right)\\&\cdot\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+1}\mathbf{Z}_{N+1}^T\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}_N\\&+\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+3}\mathbf{Z}_{N+3}^T\right)\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+2}\mathbf{Z}_{N+2}^T\right)\\&\cdot\mathbf{K}_{N+1}x_{N+1}\\&+\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+3}\mathbf{Z}_{N+3}^T\right)\mathbf{K}_{N+2}x_{N+2}+\mathbf{K}_{N+3}x_{N+3}\end{aligned} \tag{39}$$

これは次式のように一般化できる。

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l}=&\prod_{i=1}^{l}\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+i}\mathbf{Z}_{N+i}^T\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}_N\\&+\sum_{j=1}^{l-1}\left\{\prod_{i=1}^{l-j}\left(\mathbf{I}-\mathbf{K}_{N+l+1-i}\mathbf{Z}_{N+l+1-i}^T\right)\right\}\\&\cdot\mathbf{K}_{N+j}x_{N+j}\\&+\mathbf{K}_{N+l}x_{N+l}\end{aligned} \tag{40}$$

これは数式表現としては簡潔であるが計算量は逐次推定をそのまま繰り返したものに他ならない。何らかの簡易なモデルを考えると理論式で簡単なものが導出できよう。

Nが十分大きいとき，３章に示した関係より

$$1+\mathbf{Z}_{N+1}^{T}\mathbf{A}_{N}^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}=1+O\left(\frac{1}{N}\right)\to 1 \qquad (N\to\infty) \tag{41}$$

よって、式(34)は

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l}\simeq\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}_{N}^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}\mathbf{Z}_{N+1}^{T}\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N}+\mathbf{A}_{N}^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}x_{N+1} \tag{42}$$

と近似できる。これは式(26)において$l=1$とした場合に相当する。また、式(42)は式(35)と同じ形のため、同様にして式(41)の関係を用いると、式(36)は

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_{N+1}&=\mathbf{P}_{N}\mathbf{Z}_{N+1}\left(1+\mathbf{Z}_{N+1}^{T}\mathbf{P}_{N}\mathbf{Z}_{N+1}\right)^{-1}\\&\simeq\mathbf{A}_{N}^{-1}\mathbf{Z}_{N+1}\end{aligned} \tag{43}$$

となる。

これはカルマンフィルターの簡易型とも言えるので、以下簡易カルマンフィルター型と呼ぶことにする。

$\mathbf{K}$のサフィックスを式(40)のそれに対応して式(43)をあてはめると

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_{N+i}&\simeq\mathbf{A}_{N-1+i}^{-1}\mathbf{Z}_{N+i}\\\mathbf{K}_{N+l+1-i}&\simeq\mathbf{A}_{N+l-i}^{-1}\mathbf{Z}_{N+l+1-i}\\\mathbf{K}_{N+j}&\simeq\mathbf{A}_{N-1+j}^{-1}\mathbf{Z}_{N+j}\\\mathbf{K}_{N+l}&\simeq\mathbf{A}_{N-1+l}^{-1}\mathbf{Z}_{N+l}\end{aligned}$$

を得る。これらを式(40)のそれぞれ該当する部分に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N+l}\simeq&\prod_{i=1}^{l}\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}_{N-1+i}^{-1}\mathbf{Z}_{N+i}\mathbf{Z}_{N+i}^{T}\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}_{N}\\&+\sum_{j=1}^{l-1}\left\{\prod_{i=1}^{l-j}\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}_{N+l-i}^{-1}\mathbf{Z}_{N+l+1+i}\mathbf{Z}_{N+l+1-i}^{T}\right)\right\}\\&\cdot\mathbf{A}_{N-1+j}^{-1}\mathbf{Z}_{N+j}x_{N+j}-\mathbf{A}_{N-1+l}^{-1}\mathbf{Z}_{N+l}x_{N+l}\end{aligned} \tag{44}$$

これは式(26)に相当する。また当然ながら、式(40)より計算量としては相当軽減される。

6．数値例

6.1　数値計算

数式モデルとして式(1)で [1] $a_1=-1.5$, $a_2=0.7$　[2] $a_1=-1.4$, $a_2=0.6$　[3] $a_1=-1.2$, $a_2=0.4$ の3ケースで2次ARモデルで数値計算を行った。$N=3000$, 5000のケースで$l=N/50$, $N/25$, $N/10$の各々の場合を見てみる。各々のケースで1000回シミュレーションを行い、計算結果の平均、分散を調べた。なお計算時間は1000回分の計となっている。また、時系列データの生成時、立ち上がり時の最初の100個は捨てている。計算はMATLABを活用した。

以下、3章の記述内容を中心に述べる。計算結果を各ケースに応じ表1～表6に示す。

表1：$N=3000$, $l=60$ ($N/50$) のケース

		a_1		a_2		計算時間 (sec)
		平　均	分　散	平　均	分　散	
式(20) $-\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}$	[1]	−1.4997	1.7319	0.7001	1.6717	13.3890
	[2]	−1.3997	2.1425	0.6002	2.0565	13.3390
	[3]	−1.1997	2.7749	0.4006	2.6357	13.3490
			($\times10^{-4}$)		($\times10^{-4}$)	
式(21) $-\bar{\mathbf{B}}^{-1}\bar{\mathbf{D}}$	[1]	−1.4821	2.35	0.7002	1.88	1.1420
	[2]	−1.3791	2.22	0.6043	1.77	1.1310
	[3]	−1.1751	2.05	0.4146	1.64	1.1320
			($\times10^{-2}$)		($\times10^{-2}$)	
式(17) 1次近似	[1]	−1.4997	1.7657	0.7002	1.6882	1.0820
	[2]	−1.3996	2.1287	0.6003	2.0396	1.0820
	[3]	−1.1996	2.7062	0.4008	2.5859	1.0710
			($\times10^{-4}$)		($\times10^{-4}$)	
式(18) 2次近似	[1]	−1.4997	1.7625	0.7002	1.6858	1.1610
	[2]	−1.3996	2.1269	0.6003	2.0383	1.1420
	[3]	−1.1996	2.7061	0.4008	2.5875	1.1520
			($\times10^{-4}$)		($\times10^{-4}$)	
式(19)	[1]	−1.4997	1.6523	0.7000	1.6112	13.4090
	[2]	−1.3997	2.0445	0.6001	1.9860	13.4000
	[3]	−1.1998	2.6648	0.4006	2.5654	13.3690
			($\times10^{-4}$)		($\times10^{-4}$)	

表 2 ：$N=3000$, $l=120$ ($N/25$) のケース

		a_1		a_2		計算時間 (sec)
		平 均	分 散	平 均	分 散	
式(20) $-\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}$	[1]	−1.4998	1.7202	0.7000	1.6715	13.3790
	[2]	−1.3998	2.1571	0.6002	2.0926	13.3490
	[3]	−1.1999	2.8601	0.4006	2.7539	13.3190
			$(\times 10^{-4})$		$(\times 10^{-4})$	
式(21) $-\bar{\mathbf{B}}^{-1}\bar{\mathbf{D}}$	[1]	−1.4845	8.2	0.6927	7.0	1.2420
	[2]	−1.3832	8.2	0.5947	7.2	1.2420
	[3]	−1.1832	8.3	0.4007	7.5	1.2520
			$(\times 10^{-2})$		$(\times 10^{-2})$	
式(17) 1 次近似	[1]	−1.4996	1.7555	0.7000	1.6863	1.1620
	[2]	−1.3995	2.1435	0.6001	2.0585	1.1620
	[3]	−1.1996	2.7776	0.4005	2.6522	1.1820
			$(\times 10^{-4})$		$(\times 10^{-4})$	
式(18) 2 次近似	[1]	−1.4996	1.7480	0.7000	1.6801	1.2420
	[2]	−1.3995	2.1384	0.6001	2.0545	1.2420
	[3]	−1.1996	2.7754	0.4005	2.6509	1.2510
			$(\times 10^{-4})$		$(\times 10^{-4})$	
式(19)	[1]	−1.4996	1.6507	0.6998	1.6012	13.4000
	[2]	−1.3997	2.0781	0.6000	2.0078	13.4190
	[3]	−1.1998	2.7490	0.4004	2.6337	13.3590
			$(\times 10^{-4})$		$(\times 10^{-4})$	

表 3 ：$N=3000$, $l=300$ ($N/10$) のケース

		a_1		a_2		計算時間 (sec)
		平 均	分 散	平 均	分 散	
式(20) $-\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}$	[1]	−1.4998	1.7836	0.7000	1.7308	13.3790
	[2]	−1.3998	2.2400	0.6001	2.1694	13.3090
	[3]	−1.1998	2.9480	0.4004	2.8381	13.3190
			$(\times 10^{-4})$		$(\times 10^{-4})$	
式(21) $-\bar{\mathbf{B}}^{-1}\bar{\mathbf{D}}$	[1]	−1.4935	2.3	0.6973	2.1	1.2420
	[2]	−1.3935	2.4	0.5986	2.3	1.9130
	[3]	−1.1936	2.7	0.4013	2.7	1.9630
			$(\times 10^{-2})$		$(\times 10^{-2})$	
式(17) 1 次近似	[1]	−1.4996	1.6672	0.7000	1.5799	1.1620
	[2]	−1.3996	2.0371	0.6002	1.9376	1.7620
	[3]	−1.1996	2.6314	0.4006	2.5036	1.7340
			$(\times 10^{-4})$		$(\times 10^{-4})$	
式(18) 2 次近似	[1]	−1.4996	1.6559	0.7000	1.5742	1.2420
	[2]	−1.3996	2.0330	0.6001	1.9382	1.8330
	[3]	−1.1996	2.6360	0.4006	2.5131	1.9430
			$(\times 10^{-4})$		$(\times 10^{-4})$	
式(19)	[1]	−1.4997	1.5777	0.6999	1.5065	13.4000
	[2]	−1.3997	1.9838	0.6000	1.8962	13.4200
	[3]	−1.1998	2.6306	0.4004	2.5071	13.3990
			$(\times 10^{-4})$		$(\times 10^{-4})$	

表 4 ：N=5000, l=100 (N/50) のケース

		a_1		a_2		計算時間
		平　均	分　散	平　均	分　散	(sec)
式(20)	[1]	−1.4998	9.7090	0.7001	9.6703	28.8610
$-\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}$	[2]	−1.3998	12.015	0.6002	11.957	28.7210
	[3]	−1.1998	15.569	0.4005	15.250	29.5720
			$(\times 10^{-5})$		$(\times 10^{-5})$	
式(21)	[1]	−1.4833	1.16	0.6942	9.6	1.2320
$-\bar{\mathbf{B}}^{-1}\bar{\mathbf{D}}$	[2]	−1.3837	1.16	0.5987	9.8	1.2420
	[3]	−1.1845	1.19	0.4077	10.5	1.2520
			$(\times 10^{-2})$		$(\times 10^{-3})$	
式(17)	[1]	−1.4997	9.8708	0.7001	9.8395	1.1510
1 次近似	[2]	−1.3997	12.005	0.6003	12.014	1.1610
	[3]	−1.1998	15.324	0.4006	15.167	1.1720
			$(\times 10^{-5})$		$(\times 10^{-5})$	
式(18)	[1]	−1.4997	9.8552	0.7001	9.8250	1.2220
2 次近似	[2]	−1.3997	11.994	0.6003	12.003	1.2320
	[3]	−1.1998	15.320	0.4006	15.159	1.2520
			$(\times 10^{-5})$		$(\times 10^{-5})$	
式(19)	[1]	−1.4999	9.4092	0.7002	9.4313	29.9130
	[2]	−1.3999	11.693	0.6003	11.725	29.1720
	[3]	−1.1999	15.190	0.4005	15.030	30.6440
			$(\times 10^{-5})$		$(\times 10^{-5})$	

表 5 ：N=5000, l=200 (N/25) のケース

		a_1		a_2		計算時間
		平　均	分　散	平　均	分　散	(sec)
式(20)	[1]	−1.5002	10.619	0.7004	10.054	29.7630
$-\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}$	[2]	−1.4002	13.368	0.6005	12.721	28.6610
	[3]	−1.2002	17.494	0.4007	16.736	29.6030
			$(\times 10^{-5})$		$(\times 10^{-5})$	
式(21)	[1]	−1.4920	4.2	0.6968	3.6	1.4520
$-\bar{\mathbf{B}}^{-1}\bar{\mathbf{D}}$	[2]	−1.3911	4.5	0.5980	3.9	1.4520
	[3]	−1.1895	4.9	0.4006	4.3	1.4920
			$(\times 10^{-3})$		$(\times 10^{-3})$	
式(17)	[1]	−1.5001	10.683	0.7004	9.8656	1.3520
1 次近似	[2]	−1.4001	13.216	0.6005	12.252	1.3420
	[3]	−1.2000	17.031	0.4007	15.899	1.3820
			$(\times 10^{-5})$		$(\times 10^{-5})$	
式(18)	[1]	−1.5001	10.653	0.7004	9.8485	1.4320
2 次近似	[2]	−1.4001	13.193	0.6005	12.245	1.4020
	[3]	−1.2000	17.031	0.4006	15.905	1.4820
			$(\times 10^{-5})$		$(\times 10^{-5})$	
式(19)	[1]	−1.5001	10.198	0.7003	9.4714	30.3940
	[2]	−1.4001	12.868	0.6004	11.987	28.7710
	[3]	−1.2001	16.886	0.4005	15.810	30.2040
			$(\times 10^{-5})$		$(\times 10^{-5})$	

表６：$N=5000$, $l=500$ ($N/10$) のケース

		a_1		a_2		計算時間 (sec)
		平　均	分　散	平　均	分　散	
式(20)	[1]	−1.5001	10.258	0.7004	9.9791	30.1340
$-\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}$	[2]	−1.4003	12.821	0.6007	12.597	29.5420
	[3]	−1.2005	16.722	0.4011	16.510	30.1530
			($\times 10^{-5}$)		($\times 10^{-5}$)	
式(21)	[1]	−1.4958	1.2	0.6978	1.2	2.1730
$-\bar{\mathbf{B}}^{-1}\bar{\mathbf{D}}$	[2]	−1.3957	1.4	0.5986	1.4	1.9830
	[3]	−1.1955	1.8	0.3999	1.8	1.9630
			($\times 10^{-3}$)		($\times 10^{-3}$)	
式(17)	[1]	−1.5000	9.9346	0.7004	9.6123	1.9430
1次近似	[2]	−1.4001	12.300	0.6006	12.017	1.8020
	[3]	−1.2002	15.938	0.4010	16.620	1.8020
			($\times 10^{-5}$)		($\times 10^{-5}$)	
式(18)	[1]	−1.5000	9.8530	0.7004	9.5323	1.9520
2次近似	[2]	−1.4001	12.218	0.6006	11.935	1.8730
	[3]	−1.2002	15.848	0.4010	15.334	1.9830
			($\times 10^{-5}$)		($\times 10^{-5}$)	
式(19)	[1]	−1.5001	9.5457	0.7004	9.3146	30.7040
	[2]	−1.4002	11.955	0.6006	11.748	29.6030
	[3]	−1.2004	15.625	0.4009	15.366	30.2440
			($\times 10^{-5}$)		($\times 10^{-5}$)	

6.2 考察

実験結果に示されるように、パラメータの推定精度を損なわず計算時間を短縮するという当初の目的についていえば、１次近似を用いると全体の（$N+l$）個のデータを再計算するより、1/10以下の計算時間でほぼ良好な推定結果が得られ、目的達成ができたと言える。またその精度に関しても各表の平均、分散の値に示されるように十分満足できる結果であると言える。

その他、大枠で捉えた場合、一般的な傾向として次のようなことが期待される。なお、データの種類やデータが少ない場合などによっては必ずしも期待される結果が出るとは限らない。

(a) Nが小のときよりもNが大のときのほうがパラメータの推定精度がよい。

以下推定精度の比較は

$$|\hat{a}_1-a_1|+|\hat{a}_2-a_2|$$

で行う。なお、同じ場合は分散の小のほうをもって良とする。

(b) N（式(20)）のときより$N+l$（式(19)）のときのほうが推定精度が若干向上する。

(c) l（式(21)）だけのとき推定精度は粗い。

(d) 2次近似のほうが1次近似よりやや推定精度がよい。

(e) 1次近似、2次近似のほうが式(20)より推定精度が同じかややよくなる。

(f) 1次近似のほうが2次近似より計算時間はやや短い。

(g) 1次近似、2次近似とも式(19)より計算時間は大幅に短い。

(h) lが大きくなると推定精度が向上する。

これらをチェックした結果、表7を得た。

表7：比較結果

	$N=3000$			$N=5000$		
	$l=60$	$l=120$	$l=300$	$l=100$	$l=200$	$l=500$
(a)	○					
(b)	−			○		
(c)	○	○	○	○	○	○
(d)	○	○	○	○	○	○
(e)	−	−	−	○	○	○
(f)	○	○	○	○	○	○
(g)	○	○	○	○	○	○
(h)	○			−		

○：あてはまる　　−：あまり差がない

事前に想定したものは大半当てはまった。(b) や (e) の$N=3000$の場合、(h) の$N=5000$の場合は明瞭な差が出なかった。

このように一部明瞭な差が出なかったものがあるものの、全体的に見て上記 (a)～(h) の推測はほぼ当てあまっているとみてよいと思われる。上記の推測はマクロな視点からのものであるので、これらが当てはまるかどうかは今後のもう少し多くの検討を待たなければならない。

これらから、l個のデータだけから推定すると推定精度は粗いが、1次近似を用いると全体の（$N+l$）個のデータを再計算するより10分の1以下の計算時間でほぼ良好な推定結果を得ることができたと言える。また1次近似と2次近似の推定結果にそう大きな相違はみられない。

なお、このほかに$N=1000$, 2000等Nが比較的小のケースと$N=10000$と大のケースについても同様の計算を行った。$N=1000$, 2000のケースは$l=N/50$, $N/25$, $N/10$とした場合、lの値が小さく、全般に推定精度は粗い。また、$N=10000$のケースは推定結果のパラメータが真値に近く、差が明瞭につかなかった。$N=3000$, 5000のケースは重みの影響が適度についており、またlも適当なデータ量のため推定精度が粗くなく、かつN個の場合との推定結果の差もつくケースとなっている。

7．おわりに

N個のデータに対しl個のデータが新規に加わった場合のパラメータ推定方法について簡易推定方法を提案しその効果を調べた。全体のデータを元に再計算するやり方に比べ約10分の1以下の時間で実用可能なほぼ良好な結果を得た。

昨今はコンピュータ性能の向上が著しいが、製造現場等でワンチップマイコン等を用いて多数の設備の監視を行っているようなケースではおのずから性能的に限られたものが想定される。そのようなところでは本手法のようなやり方を導入すると少量のデータで早期に異常検知できる仕組みを組み込んだりすることが可能となる。

また、経済時系列のなかでも特に短時間で大量のデータが発生する株価、為替取引等の時系列において本手法を適用することが考えられる。

今後そういった応用分野の開拓、実証研究が課題であると考えている。

最後に日頃研究会等で貴重なアドバイスをいただいている東京都立科学技術大学 雨宮孝教授、増田士朗助教授に深く感謝申し上げる。また、本論文における数値実験では前東京都立科学技術大学 修士課程学生 現リケン 飯野克洋氏に協力いただいた。あわせ深く感謝申し上げる次第である。

参考文献

[1] 得丸英勝，添田喬，中溝高好，秋月影雄：計数・測定，培風館，1982.

[2] 相良節夫，秋月影雄，中溝高好，片山徹：システム同定，計測自動制御学会，1994.

[3] 片山徹：システム同定入門，朝倉書店，1994.

[4] 中村政俊，大石康彦：計算時間短縮を図った一般化最小二乗法の推定アルゴリズム，計測自動制御学会論文集，Vol.20，No.6，pp.471-478，1984.

[5] 山縣謙一，武田和宏，拓植義文，松山久義：プラントの動特性を利用した測定器のリアルタイム故障診断,日本設備管理学会誌，Vol.13，No.1，pp.1-9，2001.

[6] 山本拓：経済の時系列分析，創文社，1988.