



興奮性媒体に生じる非線形時空現象のダイナミクス 推定とモデルベースド制御

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2022-11-28 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 勝俣, 久敏 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24729/00017849

大阪府立大学博士論文

興奮性媒体に生じる非線形時空現象の
ダイナミクス推定とモデルベースド制御

2022年7月

勝 俣 久 敏

目次

第1章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.2	本研究の目的	2
1.3	各章の概略	3
第2章	PI制御に基づく安定化制御	5
2.1	序論	5
2.2	興奮性媒体	7
2.3	フィードバック制御システム	8
2.3.1	P制御	8
2.3.2	PI制御	10
2.3.3	定常位置偏差の解析	12
2.4	数値シミュレーション	13
2.5	結論	16
第3章	ダイナミクス推定と2自由度制御システム	19
3.1	序論	19
3.2	PI制御システムの課題	20
3.3	ダイナミクス推定	21
3.4	2自由度制御システムへの応用	24
3.5	結論	27
第4章	推定モデルの精度と最適サーボシステム	29
4.1	序論	29
4.2	推定モデルの検証	30
4.3	最適サーボシステム	34
4.3.1	最適サーボシステムの構築	34
4.3.2	最適サーボシステムの制御性能	36
4.3.3	モデルの次数と制御性能	38
4.4	考察	41
4.5	結論	42
第5章	結論	44

参考文献	46
本論文の基礎となる発表論文	54
謝辞	56

第1章 序論

1.1 研究背景

自然界には、秩序のある「リズム」や「パターン」を自律的に形成する「自己組織化現象」がいたるところで見受けられる。例えば、生物の分野では、動物の体表に現れる縞模様や一定のリズムで拍動する心臓、化学の分野では、結晶構造の生成やBZ (Belousov-Zhabotinsky) 反応などが挙げられる。自己組織化現象のメカニズムは数理モデルを用いて調査されている。この数理モデルの代表例の一つに「反応拡散系」がある [1]。反応拡散系は、「反応」と「拡散」という2つのプロセスで成り立っており、このプロセスが相互に作用することでリズムやパターンを形成する。また、反応拡散系は、系に生じるリズムやパターンの特徴によって、興奮性、振動性、チューリング性、双安定性というカテゴリに分けられている。

興奮性に分類される反応拡散系は「興奮性媒体」と呼ばれており、媒体の一部に刺激を受けると、その刺激が興奮波として周囲に伝搬する特性を持つ。この興奮波は、適切な条件を与えることで、同心円状や渦巻状の特徴的なパターンを形成する [2]。これらは、前述した自己組織化現象が発生する心臓やBZ 反応で観測される。心臓に発生する渦巻状パターンは不整脈を引き起こす要因の一つであることが知られている。そこで、渦巻状パターンを除去する制御法が提案されている [3]。これは、興奮波の伝搬によって生じる「ネガティブな事象」を避けることに相当する。それとは反対に、興奮波を「ポジティブな事象」として活用する事例も報告されている。例えば、伝搬する興奮波によって膨張・収縮運動するBZゲルの活用が挙げられる [4-7]。このゲルを応用することで、ポンプ機構 [8,9] や物質を輸送する機構 [10,11] などが実現できる。さらに、興奮波の活用事例として、興奮波の伝搬・衝突・分裂といった特性を利用した「情報処理への応用」が注目を集めている。例えば、光に反応するBZ 溶液を活用した画像処理 [12]、興奮波をデジタル信号として扱う論理回路 [13-15]、一方向からのみ伝搬が可能なダイオード機構 [16]、最適な経路の探索 [17,18] などがある。

興奮性媒体を工学的な視点で活用する事例は上記のように多数報告されているが、これらの活用事例の更なる拡張や効率的な実装のためには、反応拡散系に生じるパターンを自由自在に制御する手法の確立が不可欠である。今のところ、パターンに対する有効な手法として「フィードバック制御」が利用されている [19,20]。具体的には、興奮性媒体に生じる興奮波の抑制 [21-24]、渦巻状パターンの位置制御 [25,26]、自己推進粒子の安定化 [27-29]、振動性媒体に生じる時空カオスの抑

制 [30, 31], クラスター数の選択 [32, 33], チューリング性媒体に生じるチューリングパターンの選択 [34–37] などが報告されている. さらに, 自然界では観測できなかった新たなパターンが観測できる事例として, フィードバック制御による不安定な「wave segments」の安定化がある. Wave segments は, 人為的に制御しなければ, 渦巻状パターンや時空カオスに遷移する, または消滅してしまう. しかし, wave segments の大きさに比例した強度の光を媒体に照射することで, wave segments の形状を維持することができる. これらを実現する実験と数値シミュレーションが Sakurai らによって報告されている [38, 39]. その後, PID (Proportional-Integral-Differential) 制御 [40, 41] や遅延フィードバック制御 [42] による安定化が提案されている. また, 安定化された wave segments に関しては, 単純化したモデル [43, 44], 自由境界問題 [45–50], キネマティックモデル [51, 52] に基づく解析など, 理論的なアプローチによる調査も進められている.

1.2 本研究の目的

Wave segments を活用している代表的な事例としては, 前述した論理回路が挙げられる. Adamatzky らが提案した論理回路 [15] では, 「fusion gate」と呼ばれる領域が重要な役割を担っている. この fusion gate 上を wave segments が一定の大きさで伝搬することで, 論理回路が期待通りに動作する. このような wave segments の活用事例をさらに拡張していくためには, 次の2つの問題を解決する必要がある. 1つ目の問題は, wave segments を所望の大きさへ安定化することが難しい点である. Wave segments の安定化に関する先行研究のほとんどでは「比例制御」が用いられていた. この比例制御には, 定常位置偏差を伴うことがシステム制御工学分野では知られている. したがって, 所望の大きさを目標値として与えたとしても, wave segments は目標値と異なる大きさへ収束してしまう. 2つ目の問題は, wave segments が外乱によって容易に消滅してしまう点である. 実システムでは, 媒体に不均一な領域が生じることは避けられない. この不均一性により, wave segments は形状を維持できなくなり, 最終的に消滅してしまう. もしこれらの問題が解消できれば, wave segments の取り扱いが容易となり, 実システムへの適用に要する手間や費用の削減が期待できる.

そこで, 本論文では, wave segments の制御に関して, 下記の3つの課題に取り組む.

課題 A Wave segments の大きさを, 所望の値へ偏差無く安定化させる.

課題 B Wave segments の大きさを, 変動する目標値へ俊敏に追従させる.

課題 C 目標値が大きく変動したり, 媒体に不均一領域 (障害物) が存在しても, wave segments を消滅させない.

これらの課題の解決が、本論文の目的である。課題 A への取り組みでは、比例制御システムに積分器を追加した「PI (Proportional-Integral) 制御システム」を構築し、wave segments が目標値へ偏差無く追従することを数値シミュレーションで検証する。さらに、PI 制御システムでは偏差が生じない根拠を解析的に示す。課題 B への取り組みでは、wave segments の定常状態近傍のダイナミクスを推定し、推定したモデルに基づいて「2 自由度制御システム」を構築する。Wave segments のダイナミクスを反応拡散モデルから解析的に導出するのは困難であるため、本論文では入出力の時系列データから伝達関数を推定する。2 自由度制御システムでは、目標値から出力までの応答を所望の伝達関数で与えることができ、高い目標値追従性能が得られる。課題 C への取り組みでは、課題 B で推定したモデルの精度の検証と、「最適サーボシステム」の構築を行う。課題 B で推定したモデルに基づいて構築した制御システムの性能は、推定モデルの精度に大きく左右される。推定モデルに大きな誤差が含まれる場合、制御性能が低下するだけでなく、制御システムが不安定になる可能性もある。したがって、様々な視点から推定モデルの精度を確認することが必要である。また、一般的に、最適サーボシステムでは、重みを調整することで制御入力の変動量が抑制できる。これらの取り組みにより、目標値の急な変動や、障害物への衝突に対しても、wave segments は消滅せずに安定的に伝搬させることができる。課題 A, B, C への取り組みをそれぞれ第 2, 3, 4 章にて説明する。

1.3 各章の概略

第 2 章では、wave segments が目標値へ偏差無く追従する PI 制御システムを構築する。構築した PI 制御システムと、従来から使われてきた比例制御システムの性能を、数値シミュレーションで比較する。さらに、定常状態近傍では wave segments のダイナミクスが線形システムに近似できると仮定し、PI 制御システムに偏差が生じない根拠を解析的に示す。また、PI 制御システムのゲイン K_P - K_I 領域における安定領域を調査する。

第 3 章では、wave segments の定常状態近傍のダイナミクスを記述する伝達関数を推定する。推定は 2 つのステップで構成される。1) Wave segments を安定化させる PI 制御システムを構築し、ランダムに変動させた目標値 (入力時系列) に対する出力時系列を得る。2) 評価関数が最小となる未知パラメータを最適化計算により求める。この評価関数は、ステップ 1) で得た入出力時系列データと、未知パラメータを伴う伝達関数から算出される。さらに、推定した伝達関数に基づき、2 自由度制御システムを構築する。構築したシステムの有効性を数値シミュレーションで検証する。

第 4 章では、前章で推定した伝達関数の妥当性を、これまでは検討されていなかった「根軌跡」「ゲイン安定領域」「周波数応答」の視点で検証する。さらに、制御入力の変動量を重みで調節できる「最適サーボシステム」を構築する。大きな

入力重みを設定した最適サーボシステムでは，wave segmentsが消滅しづらくなることを数値シミュレーションで確かめる．また，推定モデルの次数を適切に選択することで，高周波帯域の外乱を伴う場合でも，wave segmentsが消滅せずに安定化する数値例を示す．最後に，本論文で用いた数理モデルの普遍性と，本章で取り組んだ頑健性向上が活用できる事例について，筆者らの見解を述べる．

第5章では，本論文の結論を述べる．

第2章 PI制御に基づく安定化制御

本章では、第1章で述べた課題Aの解決を試みる。まず、従来から用いられていた比例制御では、wave segmentsを所望の大きさに安定化できないことを示す。さらに、比例制御システムに積分器を追加した「PI制御システム」を構築すれば、wave segmentsが目標値へ安定化できることを、数値シミュレーションで確かめる。さらに、PI制御システムでは定常位置偏差が生じない理由を解析的なアプローチで説明する。本章の内容は、文献 [53] に基づくものである。

2.1 序論

興奮性媒体に発生する興奮波や渦巻状パターン・時空カオスは、非線形科学の分野で特に興味を持たれている [2]。これらの現象の制御を試みた先行研究は「非線形現象の消去」「興奮波やパターンの制御」に大別される。

非線形現象の消去に関しては、フィードバックを伴わない「媒体に一樣な入力を印加する制御 [54-58]」、「局所的な入力を印加する制御 [59-72]」、フィードバックを伴う「媒体に一樣な入力を印加する制御 [23, 73, 74]」、「局所的な入力を印加する制御 [48]」が提案されている。一方、興奮波やパターンを制御する手法は、実験や数値シミュレーションによる検証が数多く報告されている [19, 20]。Mihaliukらは、感光性を伴うBZ反応に対して、照射する光を調節することでwave segmentsが安定化することを示した [39]。この先行研究では、現在の興奮波の大きさを、媒体全体へ一樣に照射する光の強度にフィードバックした「比例制御」が用いられていた。Zykovらは、この比例制御によって安定化されたwave segmentsの形状や速度などを解析的に調査した [46, 47, 75]。Sakuraiらは、比例制御による「媒体に一樣な入力」だけでなく、wave segmentsの進行方向を表す局所的な入力も与えることで、wave segmentsの軌道を制御した。Steelらは、PID制御によって複数のwave segmentsが同時に安定化できることを示した [40, 41]。さらに、ポテンシャル関数に基づく局所的な入力を組み合わせて、wave segmentsの進行方向を操作することも提案している [40, 41]。

これらの先行研究により、wave segmentsの安定化には比例制御が重要な役割を担っていることが明らかになった。しかしながら、システム制御工学分野において、比例制御は最もシンプルなフィードバック制御であるが、その性能は低く、多くの問題を抱えていることが知られている。具体的には、制御対象の出力が所

望の値とは異なるものへ収束してしまう特性を持っていることである。もし、所望の値へ正確に収束させたい場合は、比例制御システムに「オフセット入力」を追加し、それを適切な値に設定しなければならない。しかし、この設定には、制御対象の正確な数理モデルの入手が不可欠となる。このような比例制御を、wave segments の安定化に適用すれば、次のような問題が生じることは容易に想像できるであろう。

問題 A-1 制御対象の正確な数理モデルが得られていない状態で、wave segments を所望の大きさへ安定化させるためには、オフセット入力を試行錯誤的に調整する必要がある。

問題 A-2 Wave segments がある大きさへ安定化できたとしても、別の大きさへ安定化させるためには、再びオフセット入力を調整する必要がある。

問題 A-3 媒体のパラメータが変わった場合、オフセット入力を再調整する必要がある。

本章では、これらの問題を制御理論に基づく手法で解決する。具体的には、所望の大きさと現在の大きさとの差分値に基づいて、オフセットを含む制御入力に自動調節される「PI制御」を活用する。先行研究 [40,41] では、wave segments を安定化させるためにPID制御が用いられていた。しかし、wave segments を所望の大きさへ安定化させることは検討されていなかった。なぜなら、wave segments の安定化制御は、主に非線形科学の分野で研究されており、「制御対象の出力を所望の値へ収束させる」という制御工学分野の視点が無かったためと考えられる。また、問題 A-1, A-2, A-3 を解決するためには、微分要素は不要であるため、PI制御を採用する¹。PI制御によって、前述の問題点が解決できることを検証するために、下記の数値シミュレーションを行う。

検証 A-1 試行錯誤を伴うことなく、wave segments を所望の大きさへ安定化できることを確かめる。

検証 A-2 制御ゲインを再調整することなく、wave segments を異なる大きさへ安定化できることを確かめる。

検証 A-3 媒体のパラメータが変わっても、所望の大きさへ安定化できることを確かめる。

さらに、PI制御で前述の問題が解決できる理由を、解析的なアプローチで説明する。

¹PID制御の各要素は、比例要素（P）：制御系の安定化、積分要素（I）：定常位置偏差を0にする、微分要素（D）：過渡応答を改善する、という役割を持つ。

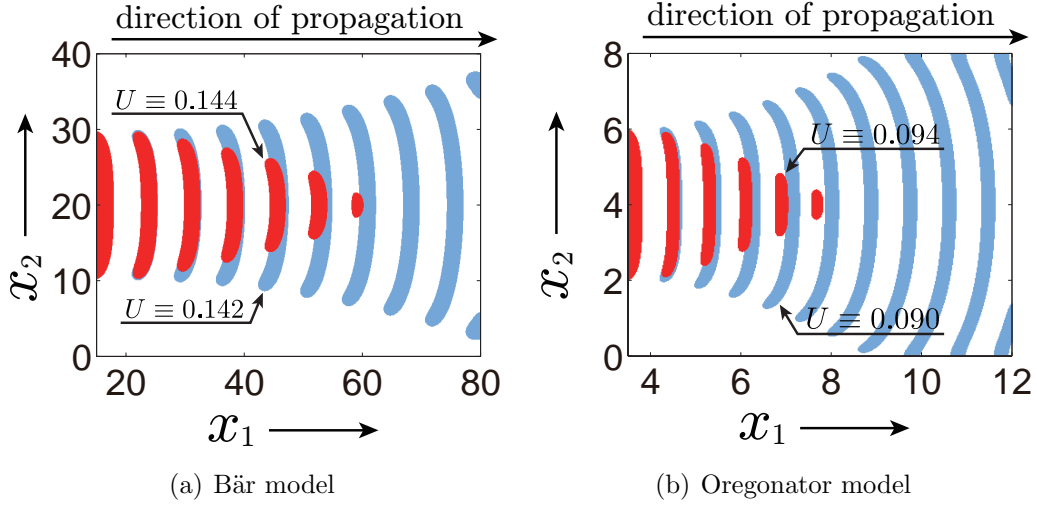


図 2.1: Bär model と Oregonator model を伝搬する wave segments. (a) Bär model ($U \equiv 0.142$ (薄い青), $U \equiv 0.144$ (赤), $L_1 = 80$, $L_2 = 40$). (b) Oregonator model ($U \equiv 0.090$ (薄い青), $U \equiv 0.094$ (赤), $L_1 = 12$, $L_2 = 8$). スナップショットの時間間隔: (a) $t = 4$, (b) $t = 0.5$.

2.2 興奮性媒体

本節では、まず、フィードバック制御を伴わない興奮性媒体の挙動を説明する。興奮性媒体 Σ は偏微分方程式

$$\Sigma : \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = F(u, v, U) + D\nabla^2 u \\ \frac{\partial v}{\partial t} = G(u, v, U) \end{cases}, \quad (2.1)$$

で記述される。ここで、 $u := u(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}$ と $v := v(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}$ は、それぞれ時刻 $t \in \mathbb{R}$ 、位置 $\mathbf{x} := (x_1, x_2) \in [0, L_1] \times [0, L_2]$ における活性変数と抑制変数を表す。また、 $L_{1,2} > 0$ は媒体の大きさであり、 \mathbf{x} は 2 次元の直線直交座標系上の位置とする。 $U := U(t) \in \mathbb{R}$ は媒体全体へ一様に印加される制御入力である。非線形関数 $F, G : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ は反応項のダイナミクスを表す。 $D \geq 0$ は拡散係数、 $\nabla^2 := \partial^2 / \partial x_1^2 + \partial^2 / \partial x_2^2$ はラプラシアンである。本論では、興奮領域を

$$\Omega(t) := \{\mathbf{x} \in [0, L_1] \times [0, L_2] : u(t, \mathbf{x}) > \bar{u}\}, \quad t > 0, \quad (2.2)$$

と定義する。ここで、 $\bar{u} \in \mathbb{R}$ は興奮領域のしきい値である。

本章では、Bär model [76] と Oregonator model [39, 77] を制御対象とする。反応項の非線形関数は付録 2.A で詳しく解説する。フィードバックを伴わない制御入力 U が、興奮領域 $\Omega(t)$ の挙動に与える影響を数値シミュレーションで確かめる

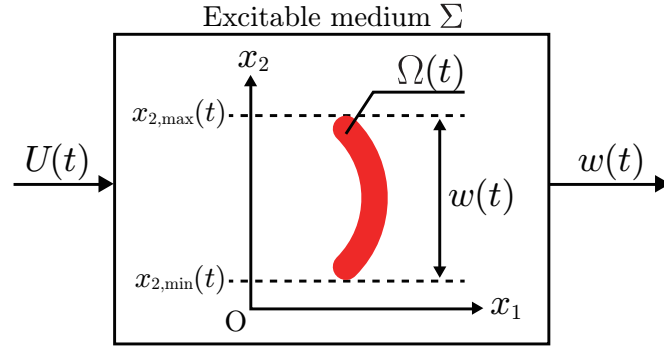


図 2.2: 入力 $U(t)$ と出力 $w(t)$ が伴う制御対象 Σ

(シミュレーション条件は付録 2.B に記述). 興奮領域の初期値は, 興奮波が x_1 方向に伝搬するよう設定する. 制御入力を一定値 $U \equiv 0.142$, または $U \equiv 0.144$ としたとき, Bär model を伝搬する wave segment の様子を図 2.1(a) に示す. $U \equiv 0.142$ の場合, 初期値として与えた興奮波の断片は, 左から右へ伝搬するにしたがって徐々に拡大していく (薄い青の wave segments). 一方, $U \equiv 0.144$ の場合, wave segment は少しずつ小さくなり, 最後には消滅する (赤の wave segments). また, Oregonator model においても同様の挙動が観測できる (図 2.1(b)). 以上より, 一定値の制御入力では, wave segment は一定の大きさを維持できず, 不安定であることが分かる.

2.3 フィードバック制御システム

Wave segments の安定化を扱っている先行研究の多くは, 比例制御を採用していた. PID 制御 [40, 41] や遅延フィードバック制御 [42] を採用した事例においても, 比例制御が抱える「所望の大きさへ正確に安定化できない」という問題は解決できていない. 本節では, 比例制御の問題点について, 数値シミュレーションを用いて議論する. 次に, その問題点を解決するために, PI 制御を用いた安定化制御を行う. さらに, PI 制御が比例制御の問題点を解決した根拠を解析的に示す.

2.3.1 P 制御

図 2.2 に示す通り, 入力 $U(t)$ と出力 $w(t) \in \mathbb{R}$ が伴う興奮性媒体 Σ を制御対象として扱う. 出力 $w(t)$ は wave segment の大きさであり,

$$w(t) := x_{2,\max}(t) - x_{2,\min}(t),$$

$$x_{2,\max}(t) := \max_{x \in \Omega(t)} x_2, \quad x_{2,\min}(t) := \min_{x \in \Omega(t)} x_2,$$

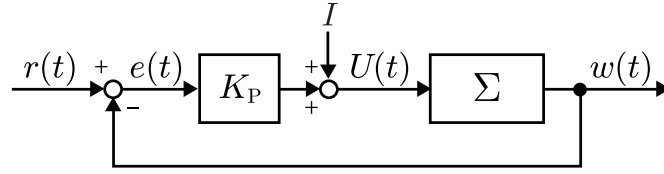
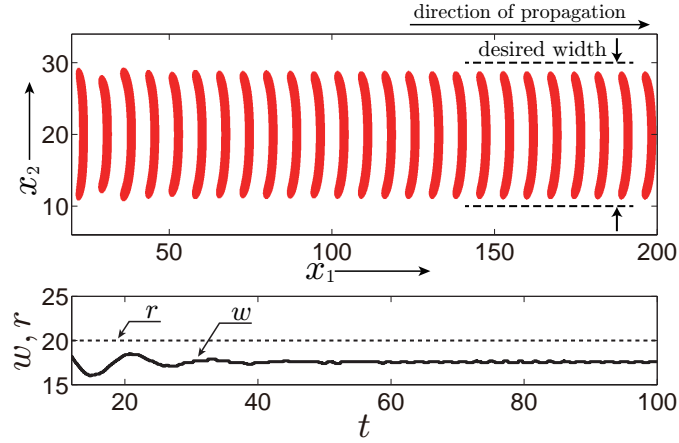
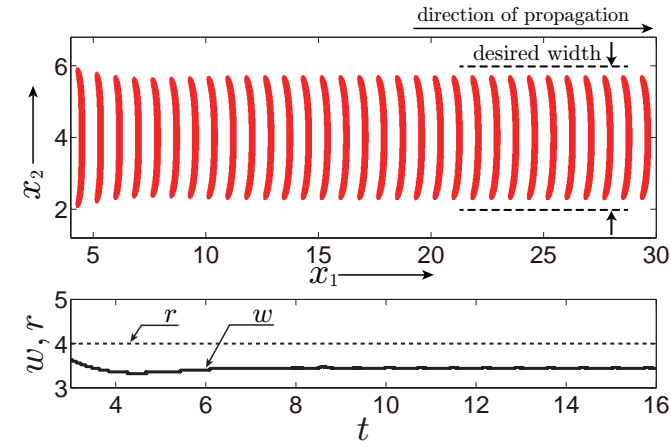


図 2.3: 興奮性媒体 Σ と比例制御器 (2.3) で構成される閉ループ系のブロック線図



(a) Bär model



(b) Oregonator model

図 2.4: 比例制御システムで安定化する wave segment. (a) Bär model ($L_1 = 200$, $L_2 = 40$, $K_P = -3 \times 10^{-3}$, $I = 0.15$, $r(t) \equiv 20$). (b) Oregonator model ($L_1 = 30$, $L_2 = 8$, $K_P = -3 \times 10^{-3}$, $I = 0.093$, $r(t) \equiv 4$).

と定義する. 図 2.3 に示す比例制御システムでは, 入力が

$$U(t) = K_P e(t) + I, \quad (2.3)$$

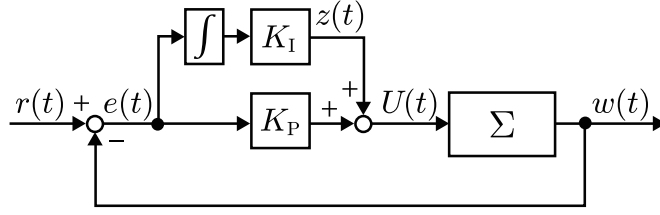


図 2.5: 興奮性媒体 Σ と PI 制御器 (2.5) で構成される閉ループ系のブロック線図

となる．ただし， $K_P \in \mathbb{R}$ と $I \in \mathbb{R}$ はそれぞれ比例ゲインとオフセット入力である．さらに，wave segments の大きさ $w(t)$ と目標値 $r(t) \in \mathbb{R}$ の誤差 $e(t) \in \mathbb{R}$ は

$$e(t) := r(t) - w(t), \quad (2.4)$$

で算出される．

比例制御システムの性能を数値シミュレーションで評価する．比例制御システムで wave segments を安定化させる様子を図 2.4 に示す．ここで，入力 (2.3) のパラメータをそれぞれ $K_P = -3 \times 10^{-3}$ ， $I = 0.15$ とし，目標値は $r(t) \equiv 20$ に固定した．ただし，上記の K_P ， I は，wave segments が安定化する値を試行錯誤的に調査し，安定化に成功した組み合わせの一例である．Bär model では，wave segment は安定化したものの，wave segment の大きさ $w(t)$ は目標値 $r(t) \equiv 20$ に収束しておらず，誤差 $e(t)$ は 0 とならない (図 2.4(a))．Oregonator model においても，同様の結果が得られている (図 2.4(b))．ただし，Oregonator model ではパラメータを $K_P = -3 \times 10^{-3}$ ， $I = 0.093$ ，目標値を $r(t) \equiv 4$ とした．

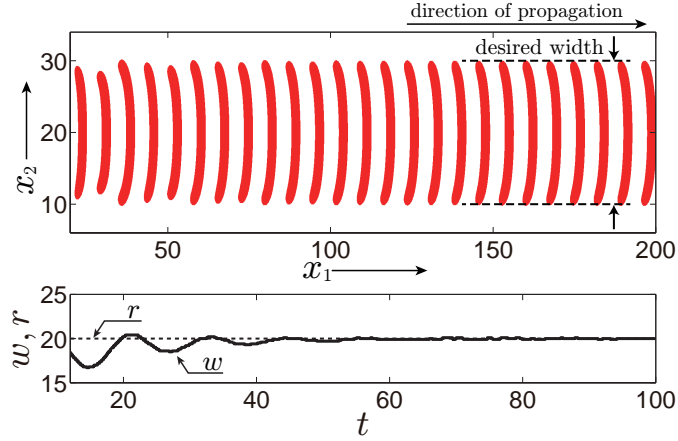
誤差 $e(t)$ は，適切なオフセット I を設定すれば 0 にすることができる．しかし，適切なオフセット I はモデルパラメータに大きく依存し，正確な値を設定することは，一般に困難である．したがって，比例制御を用いて wave segment を所望の大きさに安定化させることは現実的でない．制御理論の分野において，上記のことは比例制御の問題点として扱われており，その解決には PI 制御の導入が有効とされている．次章では，PI 制御が誤差を抑制できることについて検証する．

2.3.2 PI 制御

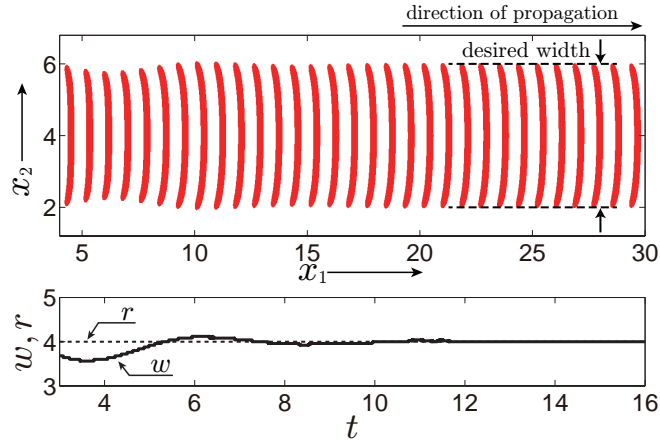
PI 制御システム (図 2.5) の制御入力は

$$\begin{cases} U(t) = K_P e(t) + z(t) \\ \frac{dz(t)}{dt} = K_I e(t) \end{cases}, \quad (2.5)$$

で与えられる．ここで， $K_P \in \mathbb{R}$ と $K_I \in \mathbb{R}$ はフィードバックゲイン， $z(t) \in \mathbb{R}$ は積分器出力である．PI 制御システムの性能を数値シミュレーションで確かめる．PI 制御システム (2.5) を用いて，Bär model に伝搬する wave segment が安定化



(a) Bär model



(b) Oregonator model

図 2.6: PI 制御システムで安定化する wave segment. (a) Bär model ($L_1 = 200$, $L_2 = 40$, $K_P = -3 \times 10^{-3}$, $K_I = -2 \times 10^{-4}$, $r(t) \equiv 20$, $z(0) = 0.15$). (b) Oregonator model ($L_1 = 30$, $L_2 = 8$, $K_P = -3 \times 10^{-3}$, $K_I = -2 \times 10^{-3}$, $r(t) \equiv 4$, $z(0) = 0.093$).

する様子を図 2.6(a) に示す. ただし, フィードバックゲインは $K_P = -3 \times 10^{-3}$, $K_I = -2 \times 10^{-4}$ とした. 上記の K_P , K_I は, 比例制御と同様, wave segments が安定化する値を試行錯誤的に調査し, 安定化に成功した組み合わせの一例である. 安定化する K_P , K_I の組み合わせについては, 2.4 節で詳細に調査する. 図 2.6(a) を見ると, wave segment の大きさは所望の目標値 $r(t) \equiv 20$ へ偏差を伴わず収束している. 同様の結果は Oregonator model でも得られた (図 2.6(b)). このように, PI 制御は比例制御の問題点を解決していることが確認できた.

2.3.3 定常位置偏差の解析

2.3.1 項と 2.3.2 項において、比例制御には定常位置偏差が生じるが、PI 制御には偏差がないことを数値例で示した。制御工学の分野では、PI 制御に偏差が生じない根拠が解析的に明らかにされている。本項では、この知見を、本論文で扱っている制御システムを用いて説明する。

Wave segments に関するこれまでの研究では、図 2.2 に示した制御対象としての詳細な数理モデルが導出されていない。Sakurai らは、wave segments のダイナミクスが、1 つの不安定な平衡点を持つ 2 次元常微分方程式で近似できることを示した [44]。この平衡点は、フィードバック制御を伴わない wave segments の不安定な状態に相当する。この調査結果に基づき、所望の大きさ $r(t) \equiv w_0$ と適切なオフセット入力 $I = U_0$ における線形近似ダイナミクスを考える。このダイナミクスは、 $\Delta U(t) := U(t) - U_0$, $\Delta w(t) := w(t) - w_0$ を用いて

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\Delta U(t) \\ \Delta w(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t) \end{cases}, \quad (2.6)$$

と記述できると仮定する。ここで、 $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ は n 次の状態変数、 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ は定数行列である。

まず、比例制御の場合を考える。制御対象 (2.6) と比例制御器 (2.3) によって構成される閉ループ系は、 $\Delta \bar{r} := \bar{r} - w_0$ と $\Delta I := I - U_0$ を用いて

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = (\mathbf{A} - K_P \mathbf{b}\mathbf{c})\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(K_P \Delta \bar{r} + \Delta I), \quad (2.7)$$

と記述される。ただし、目標値は一定値 $r(t) \equiv \bar{r}$ とする。ここで、 $\mathbf{A} - K_P \mathbf{b}\mathbf{c}$ が安定となるように K_P を設定した場合、閉ループ系 (2.7) は安定な平衡点

$$\mathbf{x}^* = -(\mathbf{A} - K_P \mathbf{b}\mathbf{c})^{-1} \mathbf{b}(K_P \Delta \bar{r} + \Delta I), \quad (2.8)$$

へ収束し、出力 $w(t)$ は \bar{r} へ収束する。ここで、定常位置偏差を 0、つまり $\Delta w^* := \mathbf{c}\mathbf{x}^* = \Delta \bar{r}$ とするためには、オフセット入力 I を

$$I = -\Delta \bar{r} \left\{ \frac{1}{\mathbf{c}(\mathbf{A} - K_P \mathbf{b}\mathbf{c})^{-1} \mathbf{b}} + K_P \right\} + U_0, \quad (2.9)$$

に設定する必要がある。しかし、式 (2.9) はシステムの定数行列 $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ と適切なオフセット入力 U_0 で構成されており、事前にこれらの正確な値を得ることは現実的ではない。このように、比例制御では、定常位置偏差 $\lim_{t \rightarrow \infty} \{\bar{r} - w(t)\} = \Delta \bar{r} - \Delta w^*$ が生じることは避けられない。

次に、PI 制御について考える。制御対象 (2.6) と PI 制御器 (2.5) で構成される閉ループ系における不安定な平衡点近傍のダイナミクスは

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \Delta z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A} - K_P \mathbf{b}\mathbf{c}) & \mathbf{b} \\ -K_I \mathbf{c} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \Delta z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}K_P \\ K_I \end{bmatrix} \Delta \bar{r}, \quad (2.10)$$

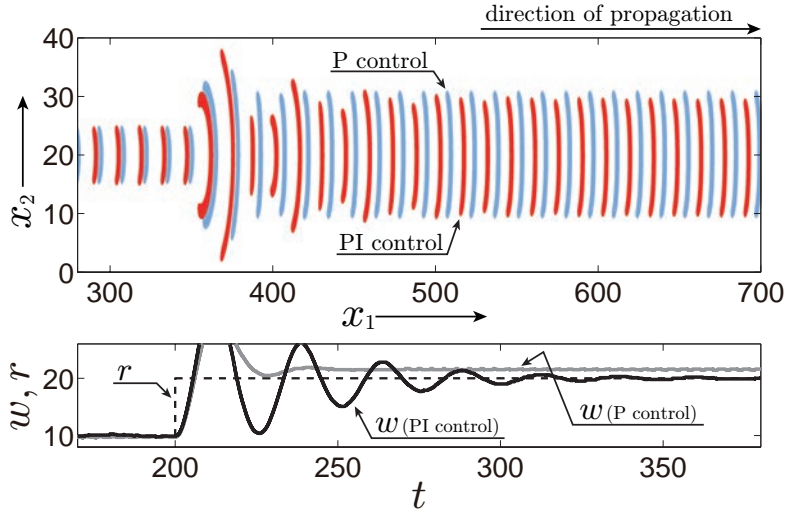


図 2.7: Bär model ($L_1 = 700$, $L_2 = 40$) を制御対象とした比例制御システム ($K_P = -1 \times 10^{-3}$, $I = U_0 = 0.1413$) と PI 制御システム ($K_P = -1 \times 10^{-3}$, $K_I = -1 \times 10^{-4}$, $z(0) = 0.14$) で安定化する wave segments. $t = 200$ で $r(t) \equiv w_0 = 10$ から $r(t) \equiv \bar{r} = 20$ へ変化させ、スナップショットの時間間隔は $t = 8$ とした。

と記述できる．ここで， $\Delta z(t) := z(t) - U_0$ である．閉ループ系 (2.10) が安定となるようにフィードバックゲイン K_P , K_I を設定した場合，この閉ループ系は

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{0}} \\ \dot{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A} - K_P \mathbf{b} \mathbf{c}) & \mathbf{b} \\ -K_I \mathbf{c} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ \Delta z^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b} K_P \\ K_I \end{bmatrix} \Delta \bar{r}, \quad (2.11)$$

を満たす安定な平衡点 $[\mathbf{x}^{*T} \Delta z^*]^T$ へ収束する．式 (2.11) の 2 行目は

$$\Delta w^* = \mathbf{c} \mathbf{x}^* = \Delta \bar{r}, \quad (2.12)$$

であることから，定常位置偏差は $\lim_{t \rightarrow \infty} \{\bar{r} - w(t)\} = \Delta \bar{r} - \Delta w^* = 0$ となる．したがって，閉ループ系 (2.10) が安定であれば，定常位置偏差は生じない．

以上の解析により，制御理論の分野では良く知られている議論が，wave segments の安定化制御においても説明できることが分かった．

2.4 数値シミュレーション

前節では，制御対象が興奮性媒体であっても，比例制御における問題点を PI 制御が解決することを数值的・解析的に示した．これは，2.1 節で述べた問題 A-1 「オフセット入力を試行錯誤的に設定しなければならない」が，PI 制御で解決できることを示している．本節では，問題 A-2・問題 A-3 に対しても，PI 制御が有効であることを検証する．

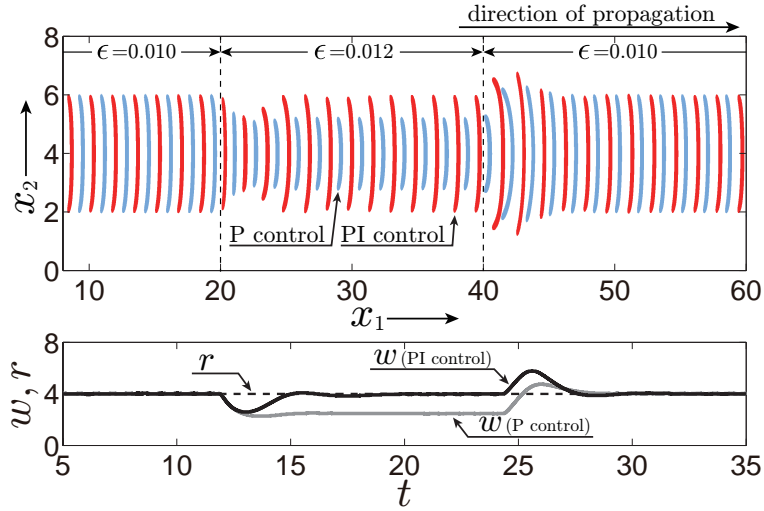


図 2.8: 不均一な領域を伴う Oregonator model ($L_1 = 60, L_2 = 8$) を制御対象とした比例制御システム ($K_P = -4 \times 10^{-3}, I = U_0 = 0.0913$) と PI 制御システム ($K_P = -4 \times 10^{-3}, K_I = -2 \times 10^{-3}, z(0) = 0.091$) で安定化する wave segment. $x_1 \in [0, 20] \cup [40, 60]$ において $\varepsilon = 0.010$, $x_1 \in (20, 40)$ において $\varepsilon = 0.012$ とし, スナップショットの間隔は $t = 1$ とした.

問題 A-2 は, 比例制御において, 所望の大きさ w_0 に安定化できるオフセット入力 $I = U_0$ が設定できたとしても (式 (2.9) 参照), 目標値が変動すると定常位置偏差は生じてしまう点であった. 比例制御と PI 制御において, Bär model (2.13) を伝搬する wave segments の様子を図 2.7 に示す. 比例制御では, wave segment を $r(t) \equiv w_0 = 10$ へ安定化させる適切なオフセット入力 $I = U_0 = 0.1413$ に設定しており, 定常位置偏差は $t = 200$ まで生じていない. $t = 200$ で目標値を $r(t) \equiv \bar{r} = 20$ へ変更すると, 適切なオフセット入力も変動するため, 定常位置偏差が生じている. 一方, PI 制御では, 目標値が変動したとしても, 積分器に誤差が蓄積することで自動調節機構が働き, 目標値へ偏差無く収束する. これらの結果より, PI 制御は問題 A-2 に対しても有効であることが分かる.

問題 A-3 は, 比例制御において, 適切なオフセット入力 $I = U_0$ を設定できたとしても, 媒体のパラメータが変わると, wave segment は所望の大きさ $r(t) \equiv w_0$ を維持できない点であった. 比例制御と PI 制御を伴う Oregonator model に wave segment が伝搬する様子を図 2.8 に示す. ここで, 媒体に不均一な領域が存在する場合を考える. 図 2.8 では, $x_1 \in [0, 20] \cup [40, 60]$ において $\varepsilon = 0.010$, $x_1 \in (20, 40)$ において $\varepsilon = 0.012$ とした. オフセット入力を適切な値 $I = U_0 = 0.0913$ に設定した比例制御では, $\varepsilon = 0.010$ である $x_1 \in [0, 20]$ の領域において, wave segment は所望の大きさ $r(t) \equiv w_0 = 4$ に安定化している. しかし, $x_1 \in (20, 40)$ の領域ではモデルのパラメータが $\varepsilon = 0.012$ に変化し, 適切なオフセット入力の値も変わるため, 大きな誤差が生じている. 一方, PI 制御ではどの領域においても定常位置

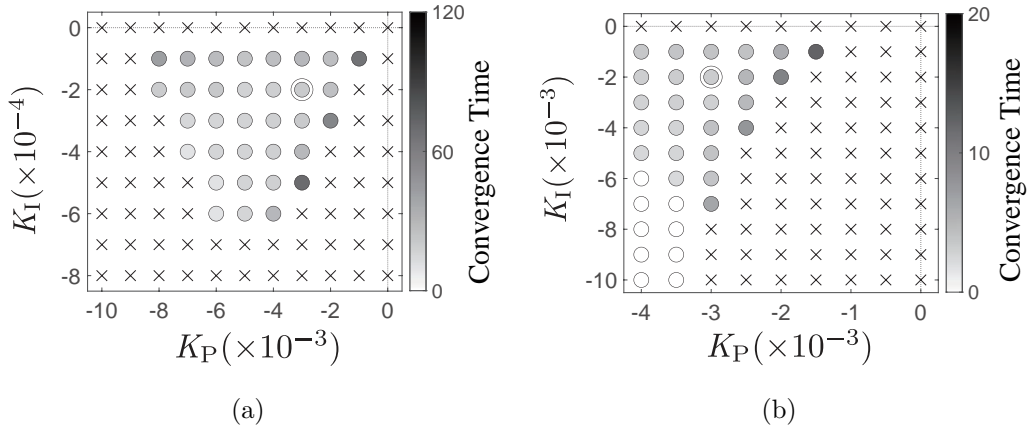


図 2.9: K_P - K_I 領域における安定領域. (a) Bär model ($L_1 = 300, L_2 = 40$), (b) Oregonator model ($L_1 = 40, L_2 = 8$). \circ (\times) 印は, 偏差ゼロで目標値へ安定化した (しなかった) ことを表す. \circ 印の色は, 目標値へ収束するまでに要した時間を表す.

偏差は生じていない. このように, PI 制御により問題 A-3 も解消できることが分かる.

比例制御において, オフセット入力 I が適切な値 (式 (2.9)) と一致しない場合, 定常位置偏差が発生することを解析的・数値的に示した. 一方, PI 制御では, 閉ループ系が安定となる K_P と K_I が設定できれば, 定常位置偏差は発生しない. Bär model を制御対象とした PI 制御システムにおいては, PI ゲインを $-1 \times 10^{-2} \leq K_P \leq 0$, $-8 \times 10^{-4} \leq K_I \leq 0$ の範囲² に設定し, 安定化制御を行った (図 2.9(a)). ただし, ゲインの刻み幅は $K_P : 1 \times 10^{-3}$, $K_I : 1 \times 10^{-4}$ とした. \circ (\times) 印は, その K_P と K_I の組み合わせにおいて wave segment が偏差を伴わず目標値へ安定化した (しなかった) ことを表す (判定条件の詳細は付録 2.C を参照). \circ 印の色は, wave segment が初期状態から目標値へ収束するまでに要した時間を表す. \odot 印は図 2.6 に示した数値シミュレーションに対応する. Oregonator model を制御対象とする PI 制御システムにおいても, 同様の検証を行った (図 2.9(b)). ただし, PI ゲインの範囲は $-4 \times 10^{-3} \leq K_P \leq 0$, $-1 \times 10^{-2} \leq K_I \leq 0$, ゲインの刻み幅は $K_P : 5 \times 10^{-4}$, $K_I : 1 \times 10^{-3}$ とした. Bär model (図 2.9(a)) と Oregonator model (図 2.9(b)) のどちらにおいても, wave segments が偏差を伴わず目標値へ安定化できる K_P と K_I の組み合わせは多く存在している. また, \circ 印と \times 印の境界に近く, かつ K_P の値が 0 に近い \circ 印では, 収束に要する時間が長くなっている.

²安定化制御を行った K_P, K_I の範囲は, 図 2.9 において, wave segments が安定となる領域と不安定となる領域の境界が明確になるよう選定した.

2.5 結論

本章は、PI制御を活用することで、オフセット入力の試行錯誤を伴わずに wave segments を所望の大きさへ安定化できることを示した。また、所望の大きさを異なる値へ変更した場合にも、オフセット入力を再調整することなく、変更後の値へ安定化できた。さらに、媒体に不均一な領域が存在する場合においても、所望の大きさが維持できることを確かめた。

PI制御の問題点としては、目標値が変更された際、その目標値へ安定化するまでに、ある程度の時間を要してしまう点が挙げられる (図2.7)。この問題は、wave segments のダイナミクス (式 (2.6)) に基づいた制御システムを設計すれば解決できると思われる。次章では、wave segments のダイナミクスを推定し、この問題の解決を試みる。

付録2.A: Bär model と Oregonator model

制御入力 U を伴う Bär model [76] の反応項は

$$\begin{aligned} F(u, v, U) &:= \frac{1}{\epsilon} u(1-u) \left(u - \frac{v+b}{a} \right), \\ G(u, v, U) &:= g(u) - v + U, \\ g(u) &:= \begin{cases} 0 & u < 1/3 \\ 1 - 6.75u(u-1)^2 & 1/3 \leq u \leq 1 \\ 1 & u > 1 \end{cases}, \end{aligned} \tag{2.13}$$

と記述される。ただし、パラメータは $\epsilon = 0.03$, $a = 0.84$, $b = 0.07$, $D = 1.0$ とした。制御入力 U を伴う Oregonator model [77, 78] の反応項は

$$\begin{aligned} F(u, v, U) &:= \frac{1}{\epsilon} \left(u - u^2 - (av + U) \frac{u-b}{u+b} \right), \\ G(u, v, U) &:= u - v, \end{aligned} \tag{2.14}$$

であり、パラメータは $\epsilon = 0.01$, $a = 2.5$, $b = 0.002$, $D = 0.1$ とした。

付録2.B: 数値シミュレーション

本章における数値シミュレーションでは、Bär model で時間刻み $\Delta t = 2 \times 10^{-3}$, 空間刻み $\Delta x = 0.1$, Oregonator model で時間刻み $\Delta t = 2 \times 10^{-4}$, 空間刻み $\Delta x = 0.02$ とし、数値積分には陽的オイラー法を用いた。また、両モデルにおいて境界条件は no-flux とした。式 (2.2) における興奮領域のしきい値 \bar{u} は、Bär model では $\bar{u} = b/a$, Oregonator model では $\bar{u} = 0.1$ とした。

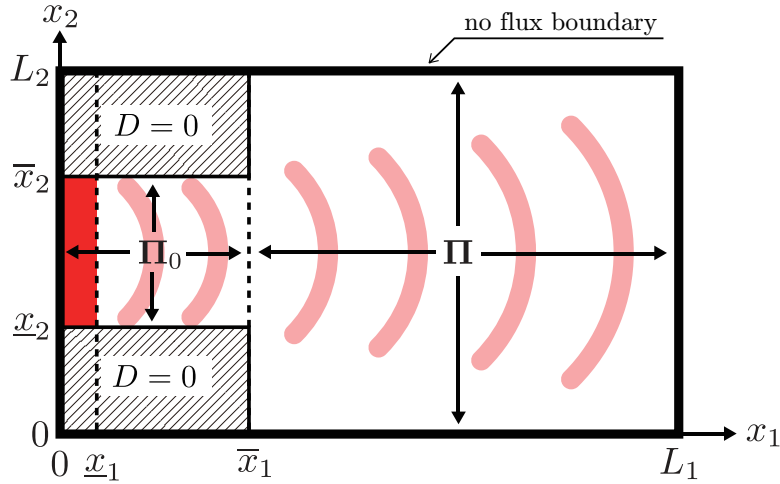


図 2.10: Wave segments を生成する機構. Π_0 は一定値入力, Π はフィードバック制御による入力印加される領域である.

Wave segments を生成するための初期値と機構は, 先行研究 [79] を参考に, 図 2.10 のように設定した. 2つの非拡散領域 ($D = 0$) に挟まれた Π_0 には, 初期値として

$$\begin{bmatrix} u(0, \mathbf{x}) \\ v(0, \mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}^T & \mathbf{x} \in [0, \underline{x}_1] \times [\underline{x}_2, \bar{x}_2] \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T & \text{otherwise} \end{cases},$$

を与え, 制御入力は一一定値 $U(t) \equiv \hat{U}$ とした.

領域 Π_0 で生じた wave segment は, 右方向へ伝搬し, 制御入力印加される領域 Π へ侵入する. ここで, 領域 Π における制御入力 $U(t)$ は, 図 2.1 で一定値入力, 図 2.4 から図 2.8 では比例制御 (2.3), PI 制御 (2.5) による制御入力とした. 図 2.10 における各パラメータは, Bär model では $\hat{U} = 0.14$, $\underline{x}_1 = 1$, $\bar{x}_1 = 20$, $\underline{x}_2 = 10$, $\bar{x}_2 = 30$, Oregonator model では $\hat{U} = 0.09$, $\underline{x}_1 = 0.2$, $\bar{x}_1 = 4$, $\underline{x}_2 = 2$, $\bar{x}_2 = 6$ とした. ただし, 図 2.7 では, $\underline{x}_2 = 15$, $\bar{x}_2 = 25$ とした.

付録 2.C: 図 2.9 における $\circ(\times)$ 印の判定手順

図 2.9 に記した $\circ(\times)$ 印の判定手順は下記のとおりである. 1) PI 制御システム (図 2.5) において, フィードバックゲインを図 2.9 中の (K_P, K_I) に設定する. 2) 付録 2.B に示した機構を用いて, wave segments の安定化制御を行う. 3) $w(t)$ が条件 $(|w(t) - w_0| < w_{th}, \forall t \in [T_0, T_1])$ を満たした場合, \circ をプロットし, それ以外の場合は \times をプロットする. これらの手順を, 様々な (K_P, K_I) の組み合わせで実施して図 2.9 を得た. ここで, 判定手順のパラメータは, Bär model では $z(0) = 0.150$,

$w_0 = 20, w_{\text{th}} = 1.0, T_0 = 120, T_1 = 160$, Oregonator model では $z(0) = 0.093$,
 $w_0 = 4, w_{\text{th}} = 0.2, T_0 = 16, T_1 = 20$ とした.

第3章 ダイナミクス推定と2自由度制御システム

本章では，第1章で述べた課題Bの解決を試みる．まず，前章で構築したPI制御システムを用いて，wave segmentsのダイナミクスを伝達関数で推定する．次に，推定した伝達関数に基づいた2自由度制御システムを構築する．2自由度制御システムでは，PI制御システムに比べ，目標値への追従性能が向上することを，数値シミュレーションで確かめる．本章の内容は，文献 [80] に基づくものである．

3.1 序論

前章では，PI制御システムを構築し，wave segmentsの大きさが目標値へ正確に収束することを示した．しかし，その目標値を別の値に変更すると，収束までに時間を要するという問題があった．さらに，目標値を変更した際に大きなオーバーシュートが発生し，それにより wave segmentsが消滅してしまう可能性もある．したがって，wave segmentsが消滅せずに，変化する目標値へ俊敏に追従させることが課題である．制御工学分野では，目標値への追従性能を向上させるために，制御対象のダイナミクスに基づいて制御系を設計する「モデルベースド制御」が有効であるとされている．すなわち，wave segmentsのダイナミクスを得ることができれば，そのダイナミクスに基づくモデルベースド制御システムを構築することで，追従性能の向上が期待できる．Wave segmentsのダイナミクスを得る方法の一つとしては，解析的なアプローチがある．Zykovらは wave segmentsの形状を解析的に調査し [45, 46]，Sakuraiらは wave segmentsの形状を長方形で簡略化したモデルを用いて解析した [44]．しかし，興奮性媒体への入力から wave segmentsの大きさ（出力）までのダイナミクスは，筆者の知る限り，得られていない．ちなみに，このダイナミクスを興奮性媒体の数理モデル(式 (2.1))から解析的に導出することは極めて困難である．

そこで，本章では，数値シミュレーションで取得した時系列データから wave segmentsのダイナミクスを推定し，モデルベースド制御システムを構築する．モデルベースド制御システムを構築する手順は下記のとおりである．

手順 1 PI制御システムで取得した入出力時系列データを活用し，wave segmentsのダイナミクスの伝達関数を，最適化計算により算出する [81, 82]．

手順 2 手順 1 で得た伝達関数に基づき、モデルベース制御の一つである「2 自由度制御システム [83]」を構築する。

最後に、構築した 2 自由度制御システムの性能を数値シミュレーションで検証する。

3.2 PI 制御システムの課題

本節では、PI 制御システムの課題を数値例で説明する。PI 制御 (図 2.5) を伴う Oregonator model に伝搬する wave segments の振舞を図 3.1 に示す。目標値 $r(t)$ は $t = 15$ でステップ状に変化させた。Wave segments の大きさ $w(t)$ は、目標値の変化に伴って大きく振動し、その後、目標値 $r(t) = 5$ へ収束している。ただし、 $t = 17$ 付近で大幅なオーバーシュートが発生している。

PI 制御は、制御対象の数理モデルを必要としないため、最も広く用いられている制御法の一つである。しかし、PI ゲイン $K_{P,I}$ が適切でない場合、図 3.1 に示したように、目標値への追従性能は低い。一方、制御対象の数理モデルが取得できる場合、モデルベース制御により制御性能を向上させることができる。しかし、wave segments のダイナミクスを表す単純な数理モデルを、興奮性媒体 Σ から解

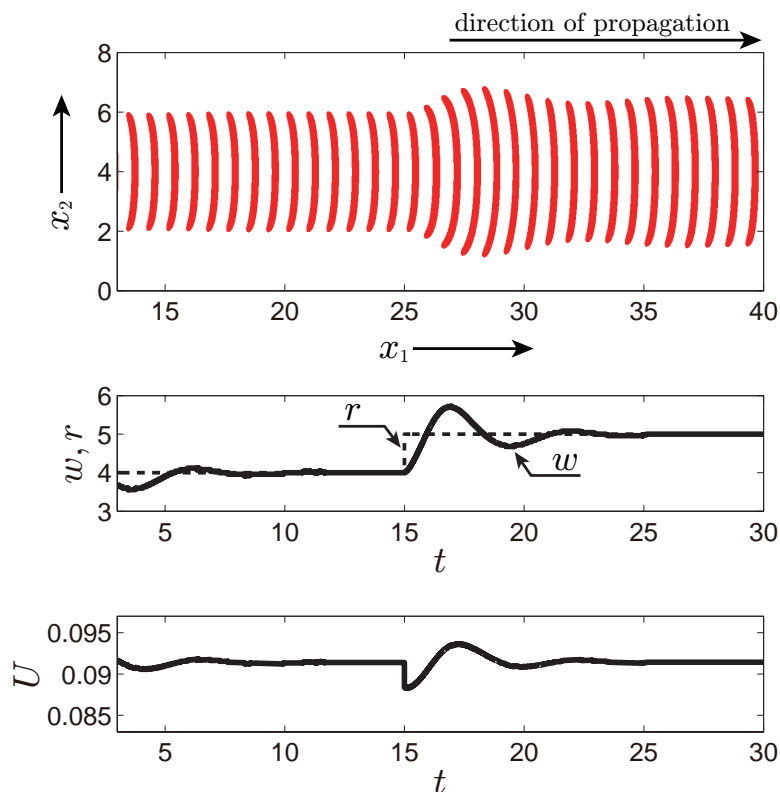


図 3.1: 変化する目標値へ追従する wave segment ($K_P = -3 \times 10^{-3}$, $K_I = -2 \times 10^{-3}$, $z(0) = 0.093$).

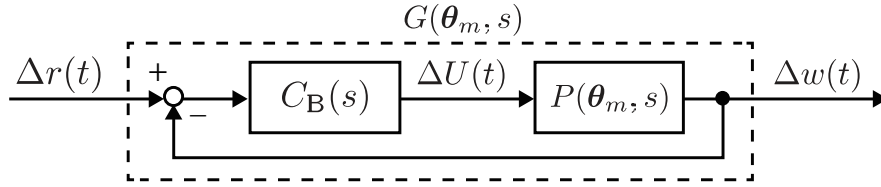


図 3.2: 定常状態近傍における PI 制御システムの閉ループ系

析的に導出することは困難である。また、興奮性媒体 Σ が実システムを正確に記述することは難しいため、モデルに誤差が含まれることは避けられない。

3.3 ダイナミクス推定

本節では、入力 $r(t)$ と出力 $w(t)$ の時系列データから wave segments のダイナミクスを推定する¹。推定の手順は2つのステップで構成されている。1) PI 制御システムで時系列データを取得する。2) 最適化計算を用いて伝達関数のパラメータを推定する。ここでは、数値例 (図 3.1) の PI 制御システムを用いて、推定の手順を説明する。

目標値 $r(t) \equiv w_0 = 4$ 、制御入力 $U(t) \equiv U_0 = 0.0913$ とした PI 制御システムの定常状態に着目する。この定常状態における wave segment は $w(t) \equiv w_0$ に安定化している。制御工学分野において、制御対象が非線形な特性を持っていたとしても、多くの場合、定常状態の近傍のダイナミクスは線形システムで近似的に表現できることが知られている。そこで、本章では、wave segment が $w(t) \equiv w_0$ に安定化した定常状態の近傍でのダイナミクスが線形システムで記述できると仮定した上で議論を進める。この仮定により、PI 制御システムは閉ループ系として図 3.2 で表現できる。ここで、

$$\Delta r(t) := r(t) - w_0, \Delta U(t) := U(t) - U_0, \Delta w(t) := w(t) - w_0, \quad (3.1)$$

は定常状態からの差分である。定常状態近傍における興奮性媒体 Σ のダイナミクスは、入力誤差 $\Delta U(t)$ から出力誤差 $\Delta w(t)$ までの伝達関数

$$P(\boldsymbol{\theta}_m, s) = \frac{b_1 s^{m-1} + b_2 s^{m-2} + \dots + b_m}{s^m + a_1 s^{m-1} + a_2 s^{m-2} + \dots + a_m}, \quad (3.2)$$

で記述できるとする²。ここで、 $\boldsymbol{\theta}_m := \{a_1, a_2, \dots, a_m, b_1, b_2, \dots, b_m\} \in \mathbb{R}^{2m}$ は未知

¹興奮性媒体 Σ は、実システムを数理モデルで表現したものである。特に、Oregonator model (式 (2.14)) については、実際の BZ 反応を用いた wave segments の実験結果を再現したという事例が数多く報告されている。したがって、Oregonator model (式 (2.14)) で数値的に得られた時系列データから推定したダイナミクスは、実際の wave segments のダイナミクスとも概ね一致することが期待できる (詳細は 4.4 節を参照)。

²伝達関数 (3.2) は、線形システム (2.6) の入出力特性を記述している。伝達関数 (3.2) は定常状態近傍のダイナミクスを表現できるが、定常状態から離れた挙動の分析には適さない可能性があることに留意する。

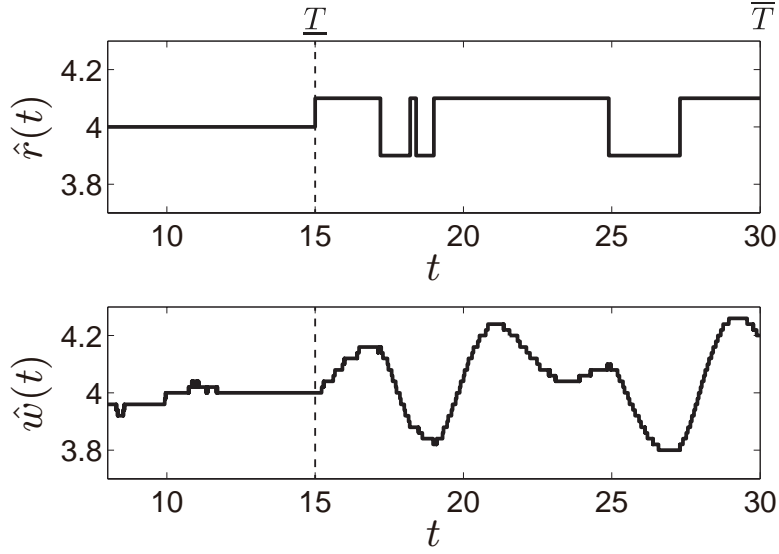


図 3.3: 定常状態 ($w_0 = 4, U_0 = 0.0913$) 近傍のダイナミクスを推定するために取得した, 目標値 $\hat{r}(t)$ と wave segment の大きさ $\hat{w}(t)$ の時系列データ ($\underline{T} = 15, \bar{T} = 30, \Delta w_0 = 0.1$).

のパラメータベクトル, $m \in \mathbb{N}$ は伝達関数の次数である. この θ_m と m を推定するために, 予測誤差法 [81, 82] を使用する.

まず, 定常状態 ($r(t) = w(t) \equiv w_0, U(t) \equiv U_0$) 近傍における PI 制御システム (図 2.5) の時系列データを取得する. 図 3.3 に示すように, 目標値は $t \in [0, \underline{T})$ において $\hat{r}(t) = r(t) = w_0$ としており, wave segment は $w(t) = w_0$ へ収束している. その後, 目標値をランダムに変動させる ($\hat{r}(t) = r(t) = w_0 \pm \Delta w_0, t \in [\underline{T}, \bar{T}]$). ここで, Δw_0 は変動の振幅である. 目標値がランダムに変動することで, wave segment の大きさ ($\hat{w}(t) = w(t), t \in [\underline{T}, \bar{T}]$) も変動している. これらの時系列データ ($\hat{r}(t), \hat{w}(t), t \in [\underline{T}, \bar{T}]$) は次ステップで使用する.

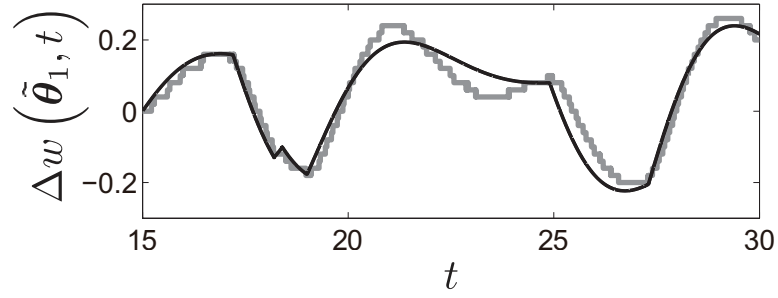
次に, 取得した時系列データから, 未知の θ_m と m を推定する. 前ステップで取得した時系列データを

$$\Delta \hat{r}(t) := \hat{r}(t) - w_0, \quad \Delta \hat{w}(t) := \hat{w}(t) - w_0, \quad (3.3)$$

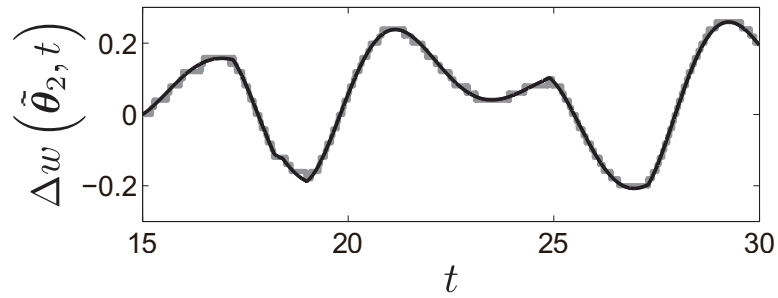
と変換する. 変換後の時系列データ $\Delta \hat{r}(t)$ は, 線形システム (図 3.2) の $\Delta r(t)$ に相当する. また, $\Delta w(t)$ は, θ_m と m が未知パラメータとして含まれる $\Delta w(\theta_m, t)$ であるとする. θ_m と m を推定するために, 評価関数

$$J_{\text{est}}(\theta_m) = \frac{1}{\bar{T} - \underline{T}} \int_{\underline{T}}^{\bar{T}} \{\Delta \hat{w}(t) - \Delta w(\theta_m, t)\}^2 dt, \quad (3.4)$$

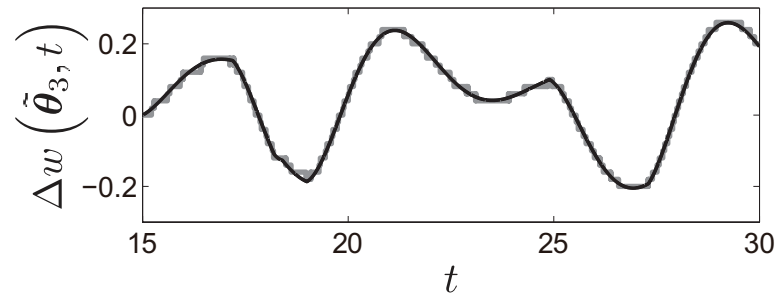
を考える. これは, 推定出力 $\Delta w(\theta_m, t)$ と, 前ステップで取得した時系列データ



(a) $m = 1$



(b) $m = 2$



(c) $m = 3$

図 3.4: 推定して得られた出力時系列データ $\Delta w(\tilde{\theta}_m, t)$ (black line) と、事前取得した出力時系列データ $\Delta \hat{w}(t)$ (gray line) の比較: (a) $m = 1$, (b) $m = 2$, (c) $m = 3$.

$\Delta \hat{w}(t)$ との差分を表す. この評価関数 $J_{\text{est}}(\theta_m)$ を最小化する

$$\tilde{\theta}_m := \arg \min_{\theta_m} J_{\text{est}}(\theta_m), \quad (3.5)$$

を数値的に求める. $J_{\text{est}}(\theta_m)$ の最小値を求めるための最適化計算には, MATLAB の関数 `fminsearch`³ を用いた. $m = 1, 2, 3$ のそれぞれで $\tilde{\theta}_m$ の推定を行い, 伝達

³<https://mathworks.com/help/matlab/ref/fminsearch.html>

関数

$$\begin{aligned}
 m = 1 : P(\tilde{\theta}_1, s) &= \frac{-551.1}{s - 0.7417}, \\
 m = 2 : P(\tilde{\theta}_2, s) &= \frac{-241.9s - 721.0}{s^2 + 0.7244s - 0.1902}, \\
 m = 3 : P(\tilde{\theta}_3, s) &= \frac{-194.7s^2 - 1243s - 1091}{s^3 + 2.671s^2 + 0.7736s - 0.1475},
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

を得た⁴。評価関数の値は $J_{\text{est}}(\tilde{\theta}_1) = 1.3947 \times 10^{-3}$, $J_{\text{est}}(\tilde{\theta}_2) = 6.4584 \times 10^{-5}$, $J_{\text{est}}(\tilde{\theta}_3) = 6.2133 \times 10^{-5}$ となった。次数 m の選び方によって、推定して得られるパラメータベクトル $\tilde{\theta}_m$ と $P(\tilde{\theta}_m, s)$ は異なる。 $J_{\text{est}}(\tilde{\theta}_m)$ の値は、 $m = 1$ では、 $m = 2, 3$ に比べ大きな値となっている。また、推定して得られた伝達関数の出力時系列 $(\Delta w(\theta_m, t))$ と、事前に取得した出力時系列 $(\Delta \hat{w}(t))$ を図 3.4 に示した。 $m = 1$ では、この 2 つの時系列データのずれが大きいことが分かる。一方、制御システムの設計のためには、制御対象の次数は小さい方が望ましい。これらの理由より、次節では $m = 2$ として推定した伝達関数を用いる。

3.4 2自由度制御システムへの応用

本節では、モデルベース制御の一つである「2自由度制御 [83]」が、PI制御の課題を解決することを数値例で示す。

図 3.5 に示すような、4 つの障害物（黒の領域）の間を wave segments が通過する状況について考える。ここで、媒体 Σ のパラメータと初期値、制御ゲインは図 3.1 と同じものを用いた。目標値は、wave segments が障害物の間を通過できるように変動させた。図 3.5 を見ると、wave segment は左側の障害物間には通過できているが、右側の障害物間に到達する直前で消滅してしまった。Wave segment は目標値の急な変動に追従できず、大きなオーバーシュートが発生したことで、その形状を保つことができなかつたと考えられる。つまり、wave segment が消滅することなく障害物の間を通過するためには、このオーバーシュートを抑制する必要がある。

この問題点を解決するために、図 3.6 に示す 2 自由度制御システム [83] を考える。ここで、 $C_B(s)$ は式 (2.5) で示した PI 制御器

$$C_B(s) := K_P + K_I/s, \tag{3.7}$$

⁴*fminsearch* は非線形計画法に基づくソルバーであり、得られる解は初期値によってばらつきが生じる。そこで、各次数 m に対して、初期値を変えて 100 回推定を行い、最も評価値が小さくなったものを採用した。

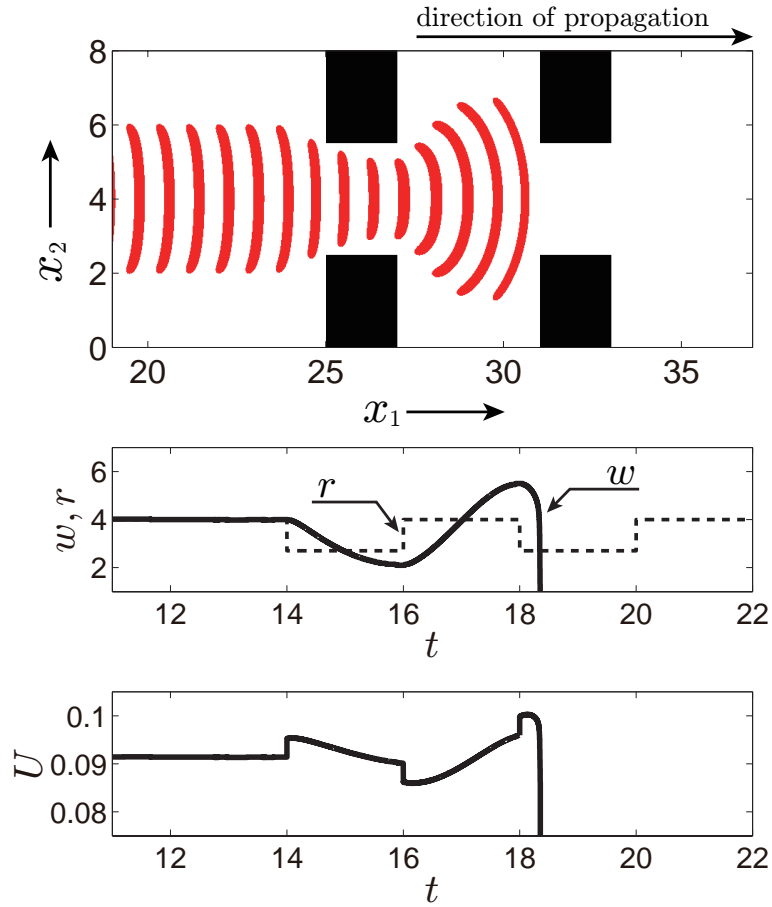


図 3.5: 障害物の間を通過する wave segment (PI 制御システム (図 3.1)).

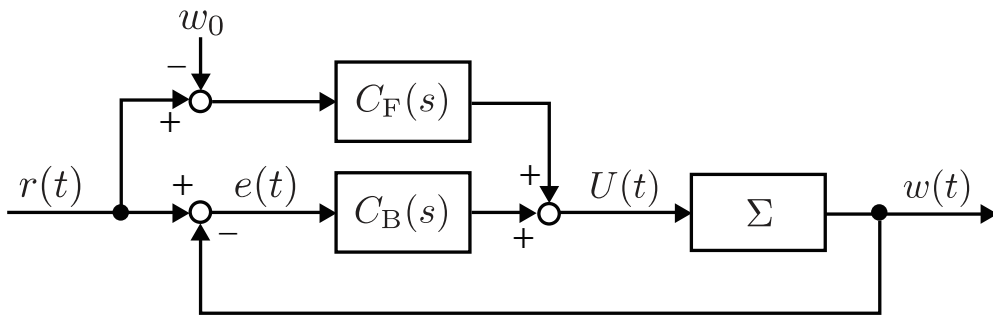


図 3.6: 2 自由度制御システム

であり, $C_F(s)$ はフィードフォワード制御器である. この制御システムの定常状態 ($r(t) = w_0, U(t) = U_0$) 近傍におけるダイナミクスは, $\Delta r(t)$ と $\Delta w(t)$ を用いて

$$G_{\Delta w - \Delta r}(s) := \frac{P(\tilde{\theta}_m, s)}{1 + P(\tilde{\theta}_m, s)C_B(s)} \{C_F(s) + C_B(s)\}, \quad (3.8)$$

と記述できる．この伝達関数は，目標値 $r(t)$ から出力 $w(t)$ への関係を表している．したがって，この $G_{\Delta w-\Delta r}(s)$ が所望の応答 $G_M(s)$ となるように調節することで，オーバーシュートは抑制され，wave segments は消滅することなく障害物間を通過できるであろう．ここで，フィードフォワード制御器 $C_F(s)$ を

$$C_F(s) = \frac{G_M(s)}{P(\tilde{\theta}_m, s)} + C_B(s)\{G_M(s) - 1\} \Leftrightarrow G_{\Delta w-\Delta r}(s) = G_M(s), \quad (3.9)$$

と設定すると，目標値 $r(t)$ から出力 $w(t)$ への伝達関数 $G_{\Delta w-\Delta r}(s)$ は，所望の応答 $G_M(s)$ と一致する．ただし， $G_M(s)/P(\tilde{\theta}_m, s)$ は安定かつプロパーである必要がある．

ここまで述べた理論に従い，フィードフォワード制御器 $C_F(s)$ を設計する．まず，所望の応答として，オーバーシュートが生じない

$$G_M(s) = \frac{1}{(1 + \tau s)^2}, \quad \tau > 0, \quad (3.10)$$

を設定する．ここで，推定して得られた伝達関数 $P(\theta_2, s)$ を用いて，フィードフォワード制御器を

$$\begin{aligned} U(t) &= \mathbf{c}_F \mathbf{z}_F(t) - K_P \Delta w(t), \\ \frac{d\mathbf{z}_F(t)}{dt} &= \mathbf{A}_F \mathbf{z}_F(t) + \begin{bmatrix} K_I e(t) & 0 & 0 & \Delta r(t) \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{c}_F &= \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{a_2 + K_P b_2 - 2K_I b_2 \tau}{b_1 \tau^2} \\ \frac{a_1 + K_P b_1 - K_I(2b_1 \tau + b_2 \tau^2)}{b_1 \tau^2} \\ \frac{1 - K_I b_1 \tau^2}{b_1 \tau^2} \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{A}_F &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_2}{b_1 \tau^2} & -\frac{b_1 + 2b_2 \tau}{b_1 \tau^2} & -\frac{2b_1 + b_2 \tau}{b_1 \tau} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

とする．ただし， $\mathbf{z}_F(t) \in \mathbb{R}^4$ は2自由度制御システム (3.11) の積分器出力である．

2自由度制御システムの性能を数値シミュレーションで検証する．所望の応答 $G_M(s)$ のパラメータは $\tau = 0.2$ ，伝達関数 $P(\tilde{\theta}_2, s)$ は式 (3.6) とした．この時， $G_M(s)/P(\tilde{\theta}_2, s)$ は安定かつプロパーとなる．PI制御器 (3.7) のゲインは図 3.1, 3.5 と同様とした．2自由度制御システム (3.11) の初期値は $\mathbf{z}_F(0) = \begin{bmatrix} 0.093 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$

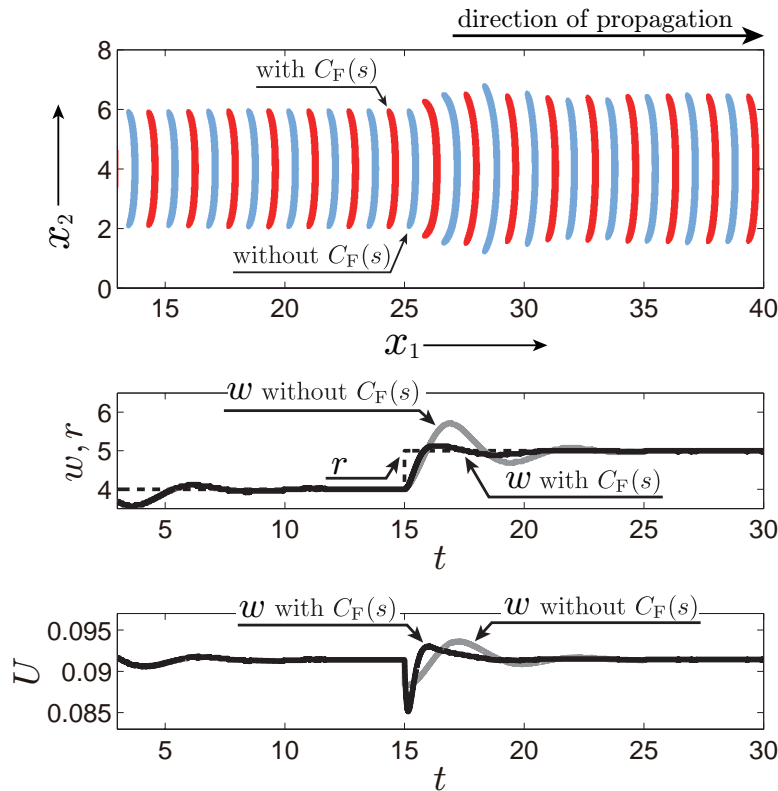


図 3.7: PI 制御システム (図 3.1) と 2 自由度制御システム (図 3.6) の目標値追従性能の比較.

とした. PI 制御システムと 2 自由度制御システムにおいて wave segments が目標値へ追従する様子を図 3.7 に示す. PI 制御システムでは, $w(t)$ に大きなオーバーシュートが発生している. 一方, 2 自由度制御システムでは, オーバーシュートが生じることはなく, $w(t)$ はなめらかに目標値へ追従している. $t = 15$ で変化した目標値 r へ出力 w が収束するまでに要した 5% 整定時間は, PI 制御システムでは 4.96, 2 自由度制御システムでは 0.56 となり, およそ 1/10 に短縮された. この結果より, 本節で設計した 2 自由度制御システムは, wave segments に対して有効に動作することが確認できた.

次に, 2 自由度制御システムを用いて, 図 3.5 と同じ状況の数値シミュレーションを行う (図 3.8). Wave segment は消滅することなく, 障害物の間を通り抜けることに成功している. Wave segment の大きさ $w(t)$ は, オーバーシュートを伴わずに目標値 $r(t)$ へ追従している.

3.5 結論

本章では, 「ダイナミクスの推定」と「モデルベースド制御システムの構築」という 2 つの手順で, wave segments をより高度に制御する手法を示した. 一つ目の

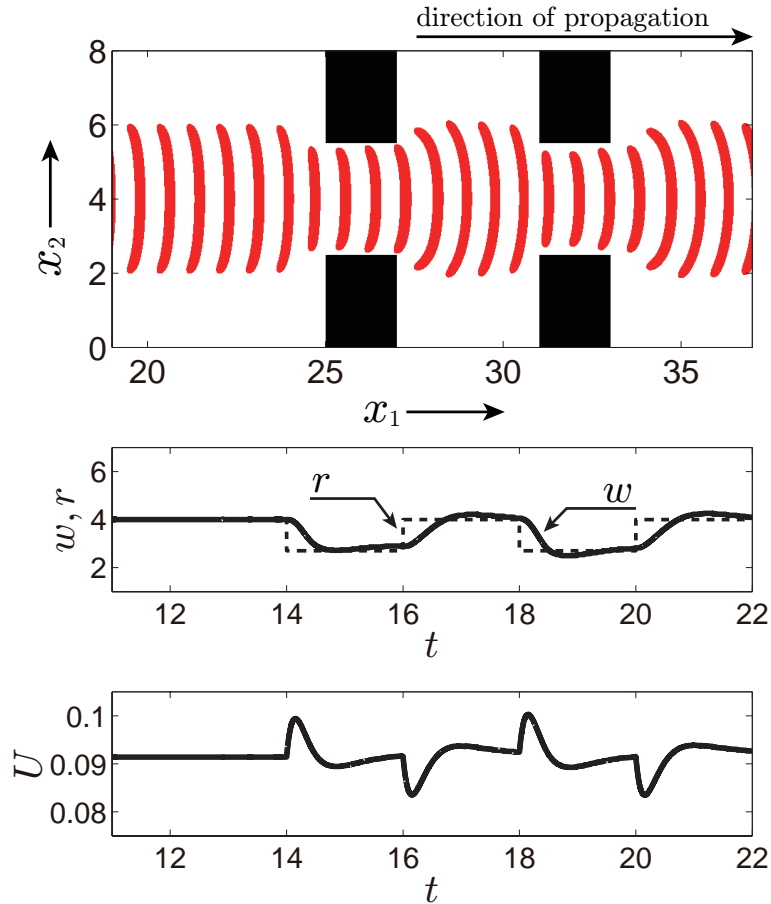


図 3.8: 障害物の間を通過する wave segment の様子 (2 自由度制御システム (図 3.6)).

手順では, wave segments のダイナミクスを 2 次の伝達関数として推定した. 二つ目の手順では, 推定した伝達関数に基づいた 2 自由度制御システムを構築した. 構築した 2 自由度制御システムでは, PI 制御システムに比べてオーバーシュートが抑制され, 整定時間も大幅に短縮された. 本章では Oregonator model (式 (2.14)) の結果のみを示したが, Bär model (式 (2.13)) でも同様の手順で目標値追従性能が向上することを確認している [84].

Wave segments の安定化制御には, 本章で取り組んだ目標値追従性能の他に, 目標値の変動や障害物に対する頑健性に関する課題もある. 2 自由度制御システムでは, 制御入力 that 急峻に変動することで, 高い目標値追従性能を実現している (図 3.7 の $t = 15$ 付近). しかし, 制御入力の急な変動は, wave segments の形状が保てなくなり, 消滅する要因になり得る. また, 本章では次数 $m = 2$ の伝達関数を採用したが, 次数の妥当性の検証は時系列データを用いた簡単な比較のみであった. もし推定した伝達関数に大きな誤差が含まれていた場合, モデルベース制御が不安定になり, wave segments が消滅してしまう可能性もある. 次章では, これらの課題に取り組む.

第4章 推定モデルの精度と最適サーボシステム

本章では、第1章で述べた課題Cの解決を試みる。まず、前章で推定したモデルの妥当性を、前章では検討されていなかった「根軌跡」「ゲイン安定領域」「周波数応答」の3つの視点で検証する。次に、制御入力の変動量を重みで調節できる「最適サーボシステム」を構築する。入力重みを大きく設定した最適サーボシステムでは、大きな目標値の変動や障害物が伴う場合にも、wave segmentsが消滅せずに伝搬することを数値シミュレーションで確認する。本章の内容は、文献 [85] に基づくものである。

4.1 序論

前章では、wave segmentsのダイナミクスを記述する伝達関数を推定し、推定した伝達関数に基づき2自由度制御システムを構築した。この取り組みにより、wave segmentsの目標値追従性が向上した。しかし、wave segmentsの頑健性に関する2つの問題点が残されている。1つ目は、推定したダイナミクス（伝達関数）の妥当性を、時系列の簡単な比較だけで検討していた点である。この推定した伝達関数の精度が低く、極・零点や周波数特性に無視できない誤差が伴っていた場合、意図した制御性能が得られないだけでなく、制御系が不安定になり、wave segmentsが消滅する可能性もある。2つ目の問題点は、wave segmentsを目標値へ安定化させつつ、制御入力の急峻な変動を避ける「適切な制御ゲイン」の設定が容易でないことである。なぜなら、制御入力が緩やかに変動した場合、wave segmentsは弓型の形状を保ったまま、その大きさは目標値へ追従するが、制御入力が急峻に変動した場合、wave segmentsはその形状を保つことができず、消滅してしまうからである。PI制御システムや2自由度制御システムでは、入力変動を陽に考慮できないため、wave segmentsが消滅しない制御ゲインを設定するには、試行錯誤的な調整が必要であった。このように、簡単に消滅してしまうwave segmentを、実システムでも活用できる頑健な現象とするには、これら2つの問題点の解決は避けて通れない。

本章では、これらの問題の解決を目指す。まず、推定した伝達関数の妥当性を、これまでは検討されていなかった「根軌跡」「ゲイン安定領域」「周波数応答」の

視点で検証する．さらに，これらの検証結果から，伝達関数の適切な次数について考察し，推定の精度を高める．次に，推定した伝達関数に基づいて，オブザーバが伴う最適サーボシステム [86] を構築し，その有効性を数値シミュレーションで確かめる．最適サーボシステムでは，評価関数の重みを変化させることによって，制御入力の変動量を直感的に調整できる．つまり，最適サーボシステムは従来の制御手法に比べ，wave segments が消滅しづらい制御ゲインを，試行錯誤を伴うことなく容易に設定できる．これらの解決策により，実システムでは避けられない「目標値の変動」や「媒体に存在する不均一領域（障害物）」に対して，ロバストな制御システムの実現が期待できる．

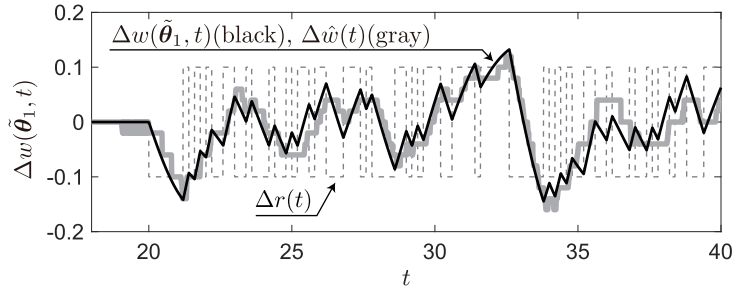
4.2 推定モデルの検証

前章では，制御入力 U から wave segment の大きさ w へのダイナミクスを推定し，推定した伝達関数に基づき制御システムを設計した．しかし，推定結果の妥当性に関する検討としては，時間応答を用いた簡単な比較のみであり，極・零点や周波数特性の視点で検証されていなかった．ダイナミクスの推定では，出力の時系列が一致するように，伝達関数のパラメータを最適化計算により算出した．したがって，この最適化計算の過程では，推定対象の極・零点や周波数特性などは一切考慮されていない．特に，伝達関数の次数が適切でない場合，極・零点や周波数特性に大きな誤差を生じる可能性がある．このような誤差が伴っていた場合，設計した制御系が十分な性能を発揮できないだけでなく，wave segments が消滅する可能性もあった．そもそも，反応拡散系に生じる自己組織的な非線形現象のダイナミクスは，低次の伝達関数で表現しても問題ないのか否かも，筆者の知る限り，非線形科学分野では議論されていない．したがって，wave segments は非線形現象の一例ではあるが，低次の伝達関数で表現したことについて，問題がないことを様々な視点で検証することも重要かと思われる．そこで，本節では，「根軌跡」「ゲイン安定領域」「周波数応答」の視点から，推定したモデルの妥当性を検証する．

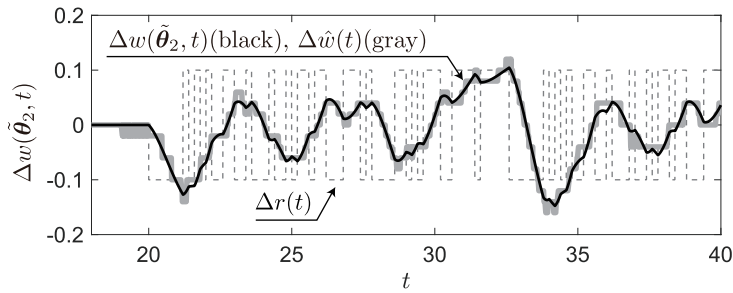
まず，前章の手順に従い，伝達関数の推定を行う．PIゲインを $K_P = -0.003$, $K_I = -0.002$ ，動作点を $w^* = 4$ として推定した例を図 4.1 に示す．推定区間は $T = 20$, $\bar{T} = 40$ ，入力時系列の振幅は 0.1 とした．次数を $m = 1, 2, 3$ として推定した $P(\tilde{\theta}_m, s)$ は

$$\begin{aligned} P(\tilde{\theta}_1, s) &= \frac{-513.3}{s - 0.7589}, \\ P(\tilde{\theta}_2, s) &= \frac{-173.5s - 991.5}{s^2 + 1.376s - 0.4596}, \\ P(\tilde{\theta}_3, s) &= \frac{-33.62s^2 - 2477s - 3931}{s^3 + 7.597s^2 + 3.932s - 0.7483}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

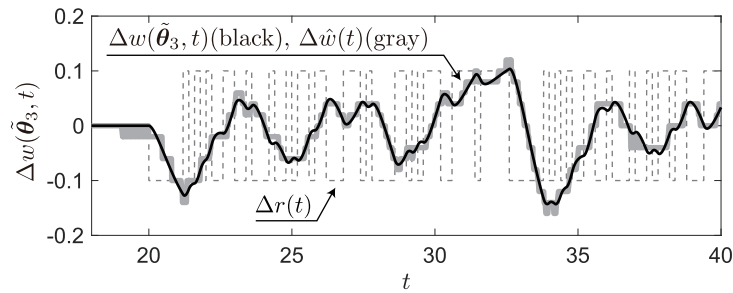
となり，評価関数の値は $J_{\text{est}}(\tilde{\theta}_1) = 6.695 \times 10^{-4}$, $J_{\text{est}}(\tilde{\theta}_2) = 7.252 \times 10^{-5}$, $J_{\text{est}}(\tilde{\theta}_3) = 5.739 \times 10^{-5}$ となった（最適化計算の詳細は付録 4.A を参照）．



(a) $m = 1$



(b) $m = 2$



(c) $m = 3$

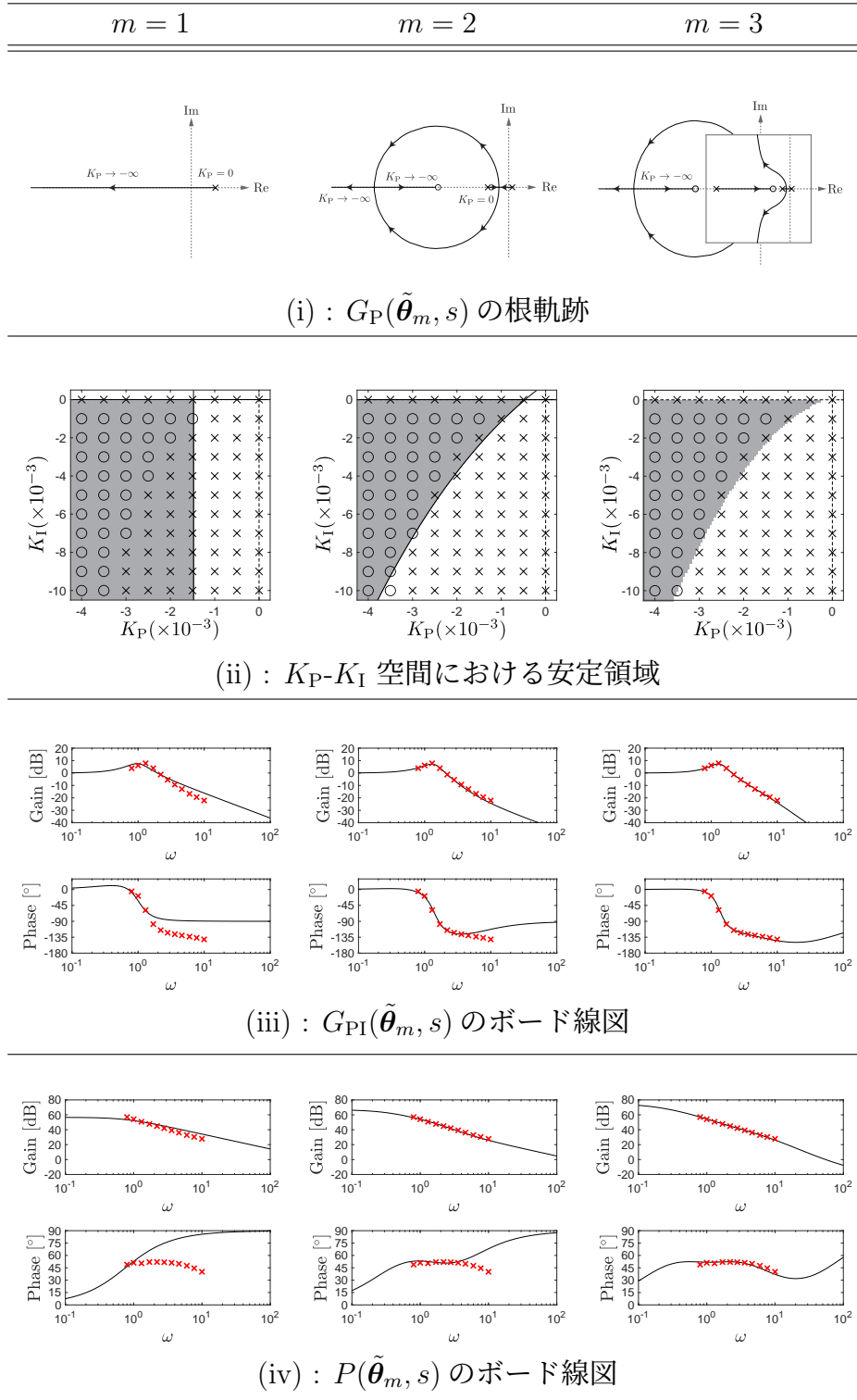
図 4.1: 推定して得られた出力 $\Delta w(\tilde{\theta}_m, t)$ (黒の実線), 事前取得した出力 $\Delta \hat{w}(t)$ (グレーの実線), 目標値 $r(t)$ (グレーの点線) の時系列データ: (a) $m = 1$, (b) $m = 2$, (c) $m = 3$.

次に, P 制御システム (図 2.3(a)) における「(i): 根軌跡」, PI 制御システム (図 2.5(b)) における「(ii): PI ゲインの安定領域」「(iii): 周波数応答 (閉ループ)」, 推定した伝達関数 $P(\tilde{\theta}_m, s)$ における「(iv): 周波数応答 (開ループ)」の 4 つの視点で, $P(\tilde{\theta}_m, s)$ の妥当性を調べた. その結果を表 4.1 にまとめている.

(i) では, P 制御システムの Σ を $P(\tilde{\theta}_m, s)$ に置き換えた閉ループ系

$$G_P(\tilde{\theta}_m, s) = \frac{P(\tilde{\theta}_m, s)K_P}{1 + P(\tilde{\theta}_m, s)K_P}, \quad (4.2)$$

表 4.1: 推定した伝達関数 $P(\tilde{\theta}_m, s)$ ($m = 1, 2, 3$) の特性: (i) $G_P(\tilde{\theta}_m, s)$ の根軌跡, (ii) K_P - K_I 空間における安定領域, (iii) $G_{PI}(\tilde{\theta}_m, s)$ のボード線図, (iv) $P(\tilde{\theta}_m, s)$ のボード線図.



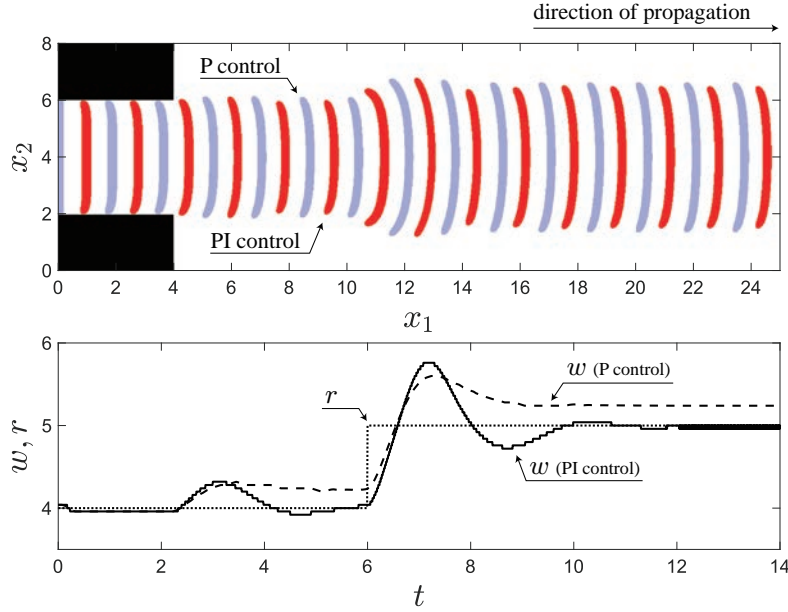


図 4.2: P 制御・PI 制御を伴う Oregonator model ($L_1 = 30, L_2 = 8$) に伝搬する wave segment が目標値へ追従する様子.

において, $K_P : 0 \rightarrow -\infty$ とした極と零点をプロットしている. ここで, P 制御・PI 制御を伴う Oregonator model に wave segment が伝搬する様子を図 4.2 に示す. ただし, パラメータは $K_P = -0.006, K_I = -0.006, I = 0.090$, 積分器出力の初期値は $z(0) = 0.090$ とした. $t = 6$ にて目標値 r が 4 から 5 に変化したのち, P 制御システムの応答 $w(\text{P control})$ と PI 制御システムの応答 $w(\text{PI control})$ には共にオーバーシュートが発生している. この発生と (i) のプロットは, 複素数の根が存在しない $m = 1$ は適切でないこと, すなわち $m > 1$ であることを示唆している.

(ii) では, PI 制御システムの Σ を $P(\tilde{\theta}_m, s)$ に置き換えた閉ループ系 $G_{\text{PI}}(\tilde{\theta}_m, s)$ が安定となる PI ゲインの領域をグレーで示している¹. また, PI 制御システムにおいて目標値を $r(t) \equiv 4$ とし, wave segment が $w(t) = 4$ に安定化した (しなかった) K_P, K_I の組み合わせを $\circ(\times)$ でプロットしている (安定性の判定条件は付録 2.C に従った). $m = 1$ では, グレーの領域とプロット (\circ) は大きくずれているが, $m = 2, 3$ ではほぼ一致しており, (i) の結果と矛盾しない.

(iii), (iv) では, $G_{\text{PI}}(\tilde{\theta}_m, s)$ (閉ループ), $P(\tilde{\theta}_m, s)$ (開ループ) のボード線図を示している. ただし, プロット (\times) は PI 制御システムに正弦波を直接印加して数値的に得られた応答 (詳細は付録 4.B を参照) であり, 本章では周波数応答の真値として扱う. (iii)(iv) において, $m = 1$ ではゲイン特性・位相特性共にプロット (\times) から乖離している. $m = 2$ ではゲイン特性はよく一致しているが, 位相特性は高周波領域 ($\omega > 4$) において, プロット (\times) から外れている. $m = 3$ ではゲイン特性・位相特性共にプロット (\times) とよく一致している.

¹ $m = 1, 2$ では解析的に, $m = 3$ では数値的に安定領域を算出し, 描画している.

以上のように、様々な視点のデータに矛盾が生じなかったため、wave segmentsのダイナミクスを低次の伝達関数で表現しても問題ないであろうとの結論に至った²。また、具体的には、wave segmentのダイナミクスとしては $m = 2, 3$ を選ぶのが妥当といえる。高周波領域での動作が伴わない場合は制御系の次数が抑えられる $m = 2$ を、高周波数帯域での動作が伴う場合は、制御系の次数は高くなるが、 $m = 3$ を選択すべきだと考えられる。一方、 $m = 1$ では、全ての検証項目において不適当という結果になった。すなわち、 $m = 1$ とした伝達関数では、wave segmentsのダイナミクスが記述できず、根軌跡・安定領域・周波数応答において大きな誤差が生じたと考えられる。

4.3 最適サーボシステム

本節では、wave segmentsを安定化させる最適サーボシステム [86] を構築する。Wave segmentsは制御入力が大きく変動すると形状を維持できなくなり、消滅してしまう。しかし、これまで構築したPI制御システム（第2章）や2自由度制御システム（第3章）では、制御入力の変動量を陽に考慮できなかった。一方、最適サーボシステムは、制御入力の変動量を重みにより陽に考慮できる。したがって、最適サーボシステムを用いることで、目標値の変動や、媒体に存在する不均一領域（障害物）に対して、wave segmentsが安定的に伝搬するロバストな制御システムの構築が期待できる。まず、構築手順を簡単に解説する。次に、前章で推定した伝達関数 $P(\tilde{\theta}_m, s)$ に基づき最適サーボシステムを構築し、目標値の変動や障害物に対するロバスト性を数値シミュレーションにより検証する。

4.3.1 最適サーボシステムの構築

Oregonator modelに伝搬するパルス波が安定化する最適サーボシステムを図4.3に示す。制御入力は

$$\begin{cases} U(t) = z(t) - \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(t) + U^* \\ \frac{dz(t)}{dt} = Ke(t) \end{cases}, \quad (4.3)$$

であり、 $z(t)$ は積分器出力、 $\hat{\mathbf{x}}(t) \in \mathbb{R}^m$ はオブザーバにより推定された状態変数である。フィードバックゲイン $K \in \mathbb{R}$ 、 $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ は最適制御理論に基づき設計する。 U^* はPI制御システム（図2.5）において、wave segmentが動作点 $w = w^*$ に安定化したときの $U(t)$ の収束値である。

²この結論はOregonator modelの数値シミュレーションから得たものである。Oregonator modelは実応用にも耐える数理モデルであり、かつ他のパラメータの場合にも同様の結果が得られていることから、この結論はwave segmentsのダイナミクスに関する有益な知見といえるだろう。これらの考察の詳細については、4.4節を参照して欲しい。

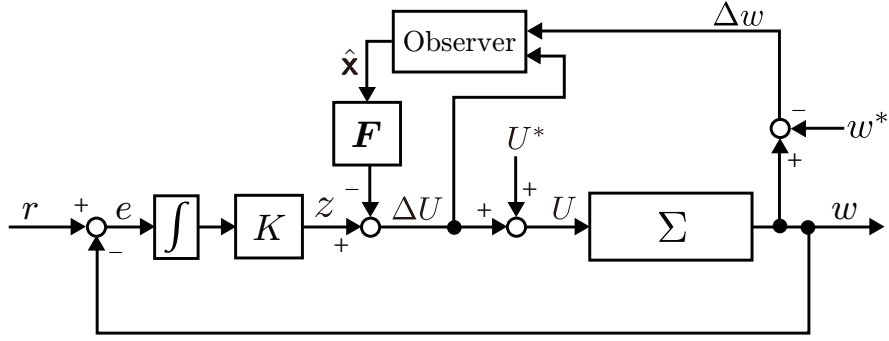


図 4.3: 最適サーボシステム

オブザーバは、 $P(\tilde{\theta}_m, s)$ を可制御正準系に変換した状態方程式

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\Delta U(t) \\ \Delta w(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t) \end{cases}, \quad (4.4)$$

の状態変数 $\mathbf{x}(t)$ を推定する．ここで、 $\Delta U(t) := U(t) - U^*$, $\Delta w(t) := w(t) - w^*$ であり、各定数行列は

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &:= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_m & -a_{m-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b} &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{c} &:= \begin{bmatrix} b_m & b_{m-1} & \cdots & b_1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

である．状態方程式 (4.4) に基づき、オブザーバのダイナミクスを

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}(t)}{dt} = (\mathbf{A} - \mathbf{l}\mathbf{c})\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{l}\Delta w(t) + \mathbf{b}\Delta U(t), \quad (4.6)$$

とする．オブザーバゲイン $\mathbf{l} := [l_1 \ l_2 \ \cdots \ l_m]^T$ は、 $\mathbf{A} - \mathbf{l}\mathbf{c}$ の固有値の実部が、最適サーボシステムの極の実部より小さくなるように設定する．また、最適制御の評価関数を

$$J_{\text{opt}} = \int_0^{\infty} \{W e(t)^2 + R y(t)^2\} dt, \quad (4.7)$$

に設定する．ここで、 $y(t) := dU(t)/dt$ であり、 $W > 0, R > 0$ はそれぞれ出力誤差 e と入力の微分値 y の重みである．この評価関数 J_{opt} を最小にするフィードバックゲインは

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{K} \end{bmatrix} = R^{-1} \tilde{\mathbf{b}}^T \mathbf{P} \mathbf{E}^{-1}, \quad (4.8)$$

と求められる．ここで， \mathbf{P} はリッカチ方程式

$$\mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\tilde{\mathbf{b}}R^{-1}\tilde{\mathbf{b}}^T\mathbf{P} + \tilde{\mathbf{c}}^TW\tilde{\mathbf{c}} = 0, \quad (4.9)$$

の唯一解であり，

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ 0 \end{bmatrix}^T, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

である．

4.3.2 最適サーボシステムの制御性能

次数を $m = 3$ として推定した $P(\tilde{\theta}_3, s)$ に基づき構築した最適サーボシステムにおいて，wave segment が目標値へ追従する様子を図 4.4 に示す．ただし，重みは $(W, R) = (1, 100)$ または $(1, 1000)$ とし，フィードバックゲイン

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} & K \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 131.6 \\ 100.3 \\ 8.683 \\ -0.1000 \end{bmatrix}^T & (R = 100) \\ \begin{bmatrix} 65.88 \\ 54.16 \\ 5.371 \\ -0.0316 \end{bmatrix}^T & (R = 1000) \end{cases}, \quad (4.11)$$

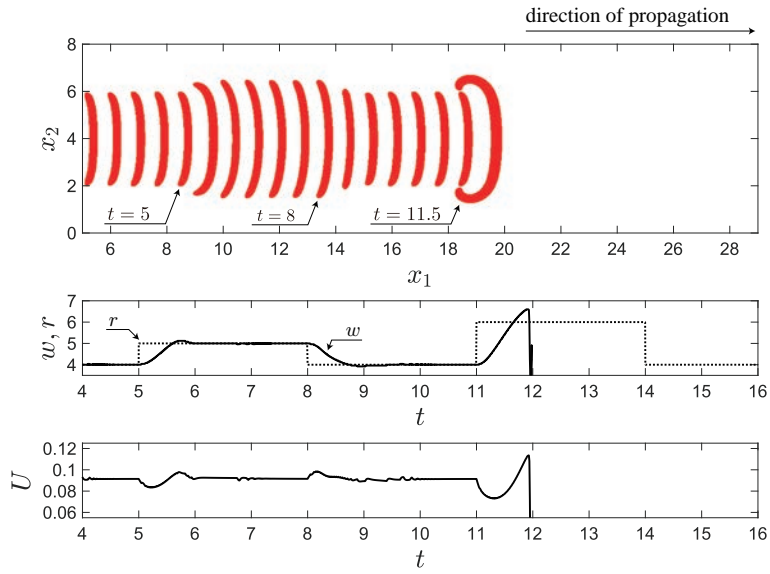
は前節の手順に従って導出した．このとき，最適サーボシステムの極は

$$\begin{aligned} & -1.619, -3.352 \pm 4.390i, -7.955 \quad (R = 100), \\ & -1.591, -2.103 \pm 2.544i, -7.170 \quad (R = 1000), \end{aligned} \quad (4.12)$$

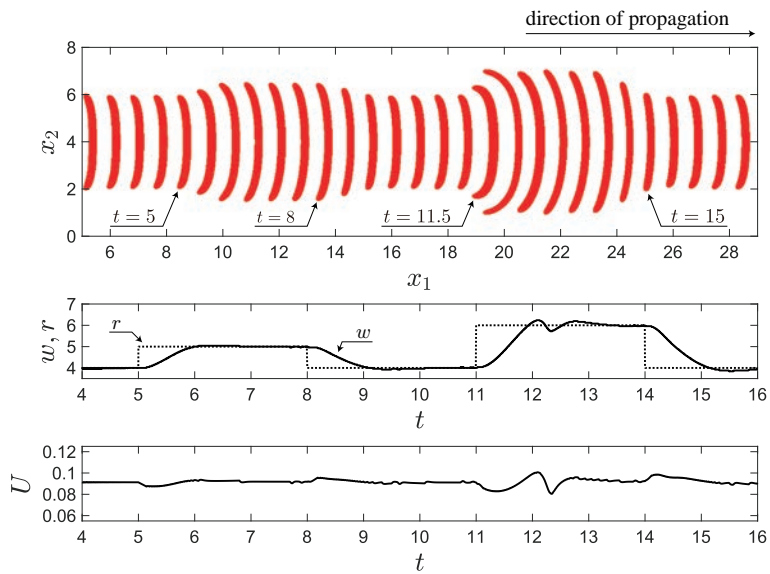
となる．オブザーバゲインを

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0.1009 & -0.1771 & 0.1387 \end{bmatrix}^T, \quad (4.13)$$

と設定した．このとき，オブザーバの極は $(-10, -15, -20)$ となり，最適サーボシステムの極の実部よりも小さい値である． $R = 100$ とした図 4.4(a) では， $t = 11$ で目標値が 4 から 6 に変化すると，入力 U が大きく変動し， $t = 12$ 付近で wave segment は消滅してしまった．一方， $R = 1000$ とした図 4.4(b) では，入力 U の変動は小さく，wave segment は消滅せずに目標値へ追従した．このように，入力の微分値の重み R を大きくすると，目標値の変動に対してロバストな制御システム



(a) $R = 100$



(b) $R = 1000$

図 4.4: 最適サーボシステム ((a) $R = 100$, (b) $R = 1000$) を伴う Oregonator model Σ ($L_1 = 40$, $L_2 = 8$) に伝搬する wave segment が, 変動する目標値 ($5 \leq t \leq 8$ では $r(t) \equiv 5$, $11 \leq t \leq 14$ では $r(t) \equiv 6$, それ以外では $r(t) \equiv 4$) へ追従する様子.

となる. ただし, 出力誤差の重み W は相対的に小さくなるため, 目標値への追従性能は低下する.

次に, 拡散係数が小さいために興奮波が伝搬しづらくなる「障害物」に対するロバスト性を検証する. 興奮性媒体に存在する障害物は, 渦巻状パターンを引き起こす要因の一つとして知られている [87]. 特に, 興奮性媒体の特性を持つ「心

筋」においては、線維化と呼ばれる障害物の存在が、伝搬する興奮波を分裂させ、頻脈の原因の一つとされている渦巻状パターンへと進展させる [3]. このような障害物が興奮波に与える影響は、広く調査されている [88, 89]. Wave segments の安定化制御では、wave segments が消滅せずに障害物を通過し、安定化を維持できることが望ましい. 最適サーボシステムにおいて、wave segment が障害物を通過する例を図 4.5 に示す. 障害物のサイズ・形・位置・強度によって、wave segments のふるまい（消滅、分裂、方向転換など）は異なる. 本章では、議論が複雑にならないよう、最もシンプルな障害物を設定し、wave segments が消滅するか否かについて焦点を絞って検討する. 障害物は $x_1 \in [10, 11], [20, 21]$ の 2 か所に設置し、拡散係数を

$$D = \begin{cases} 0.050 & (x_1 \in [10, 11]) \\ 0.035 & (x_1 \in [20, 21]) \\ 0.100 & (\text{otherwise}) \end{cases}, \quad (4.14)$$

とした. また、目標値は $r(t) \equiv 4$ としている. $R = 100$ とした場合 (図 4.5(a)) は、1 つ目の障害物 ($D = 0.050$) の通過後、wave segment は目標値に安定化した. しかし、2 つ目の障害物 ($D = 0.035$) を通過後、入力 U が大きく変動し、wave segment は消滅してしまった. 一方、 $R = 1000$ とした場合 (図 4.5(b)) は通過後も wave segment は消滅せず、目標値に安定化した. このように、重み R を大きくすることで、障害物に対してロバストな制御システムが構築できる.

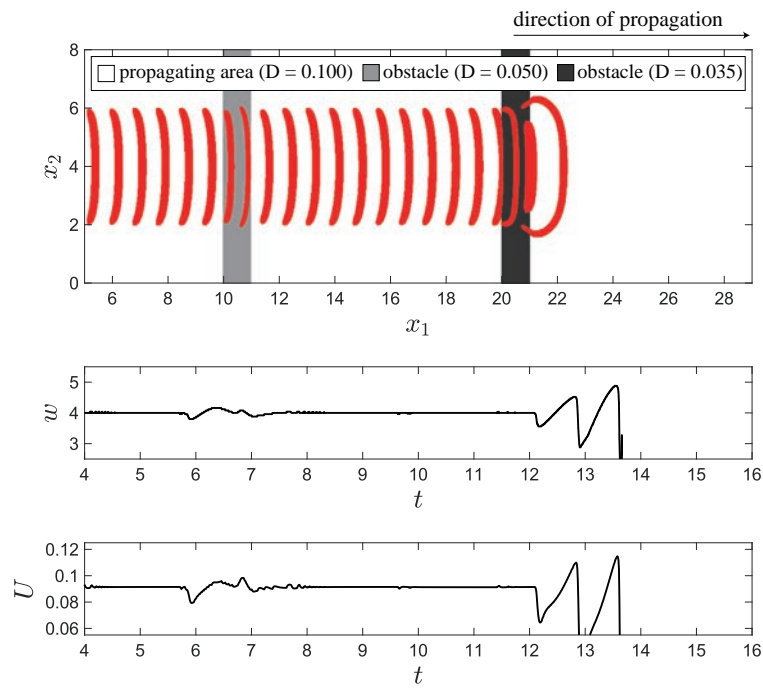
4.3.3 モデルの次数と制御性能

ここまでは、 $m = 3$ とした $P(\tilde{\theta}_3, s)$ に基づき構築された最適サーボシステムのみを扱った. 本節では、前節で構築した最適サーボシステムと、第 3 章で使用した $m = 2$ とする $P(\tilde{\theta}_2, s)$ に基づき構築した最適サーボシステムの制御性能を比較する. $P(\tilde{\theta}_2, s)$, または $P(\tilde{\theta}_3, s)$ に基づき構築した最適サーボシステムにおいて、wave segment が障害物を通過する様子を図 4.6 示す. ただし、重みは $(W, R) = (1, 100)$ とし、 $P(\tilde{\theta}_2, s)$ に基づく最適サーボシステムのゲインは、4.3.1 項の手順に従い

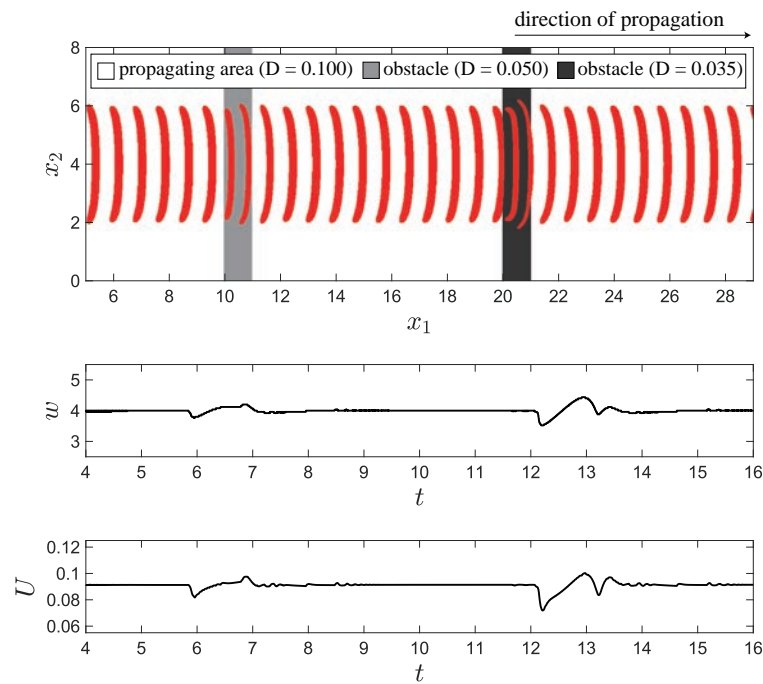
$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} & K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.68 & 8.522 & -0.1000 \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0.0037 & -0.1571 \end{bmatrix}^T, \quad (4.16)$$

とした. この時、最適サーボシステムの極は $(-2.854 \pm 3.939i, -4.189)$, オブザーバの極は $(-10, -15)$ である. 一方、 $P(\tilde{\theta}_3, s)$ に基づく最適サーボシステムのゲインは (4.11)(4.13) 式と同様とした. 図 4.6 における薄いグレーの領域は障害物 ($D = 0.070$) であり、 $x_1 \in [10, 18]$ では障害物の幅と間隔を 1, $x_1 \in [20, 24]$ では 0.5 に設定した. 図 4.6(a) では、wave segment は障害物 ($x_1 \in [10, 18]$) の通過後、安定的に伝搬

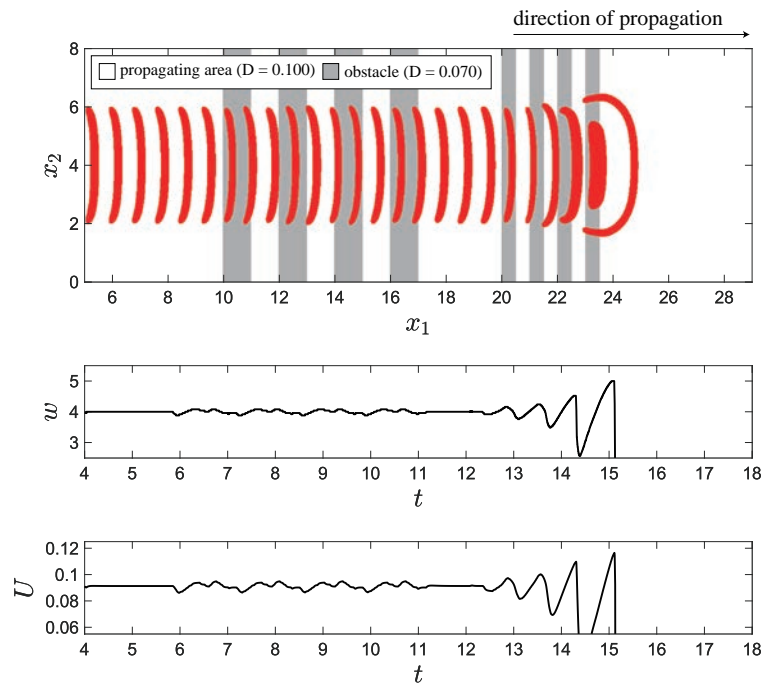


(a) $R = 100$

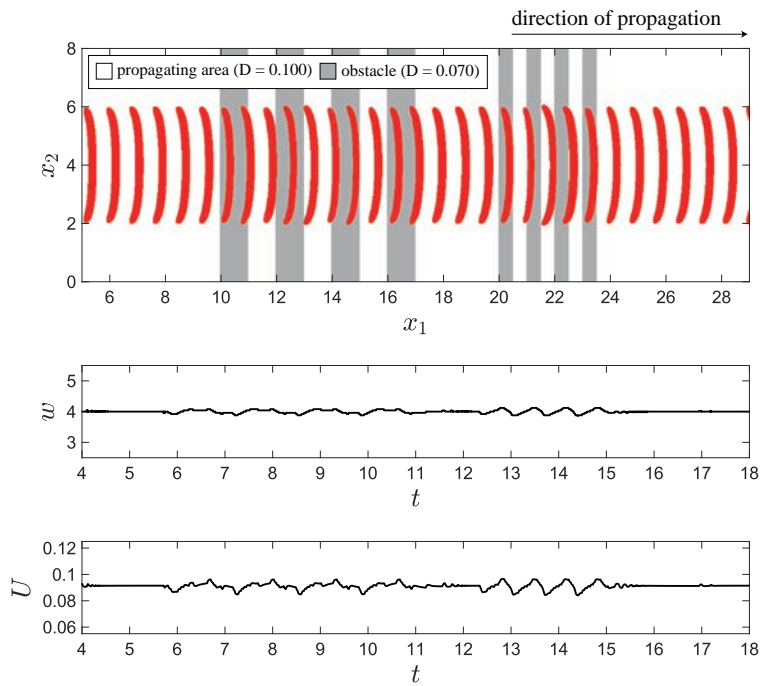


(b) $R = 1000$

図 4.5: 最適サーボシステム ((a) $R = 100$, (b) $R = 1000$) を伴う Oregonator model Σ ($L_1 = 40$, $L_2 = 8$) に伝搬する wave segment が, 2つの障害物 ($x_1 \in [10, 11]$ では $D = 0.050$, $x_1 \in [20, 21]$ では $D = 0.035$) を通過する様子.



(a) $P(\tilde{\theta}_2, s)$



(b) $P(\tilde{\theta}_3, s)$

図 4.6: 推定した伝達関数 ((a) $P(\tilde{\theta}_2, s)$, (b) $P(\tilde{\theta}_3, s)$) に基づき設計した最適サーボシステムを伴う Oregonator model Σ ($L_1 = 40$, $L_2 = 8$) に伝搬する wave segment が, 8つの障害物 ($D = 0.07$) を通過する様子.

しているが、障害物 ($x_1 \in [20, 24]$) の通過後、消滅した。一方、図 4.6(b) では、両障害物を通過した後も目標値 $r(t) \equiv 4$ へ安定化している。ここで、wave segment が $x_1 \in [20, 24]$ の障害物を通過している区間の時系列 $w(t) (t \in [12, 15])$ をスペクトル解析すると、周波数のピーク値は $\omega = 8.377$ であった。表 4.1(iii)(iv) を見ると、 $m = 2$ では、 $\omega = 8$ 付近の位相特性は真値 (\times) と大きくずれている。つまり、障害物によって、モデル化誤差の大きい周波数領域 ($\omega = 8$) 付近の振動が誘発され、制御系が期待通りに動作しなかったものと考えられる。このように、高周波領域での動作が伴う場合、 $m = 2, 3$ として設計した制御システムの動作は、4.2 節で述べた周波数特性での検証結果によって説明できることがわかる。

4.4 考察

本論文で制御対象とした Oregonator model (2.14) は、Field らが提案したモデル [90] に、光感受性を加えたものである [77]。したがって、「媒体へ照射する光の強度制御による wave segments の安定化」を扱った先行研究 [38–41, 44] の検証対象として、このモデル (2.14) は利用されている。特に、先行研究 [38, 40, 41] では、BZ 反応系における安定化制御の実験結果が、モデル (2.14) による数値シミュレーションで再現されている。この事実は、実際の BZ 反応系のダイナミクスとその光感受性が、モデル (2.14) によつて的確に表現されていることを裏付けている。すなわち、モデル (2.14) は、興奮性媒体の特性を記述した単なる「Toy モデル」ではなく、実応用にも十分耐えうる数理モデルと見なしてよいであろう。したがって、モデル (2.14) を制御対象とした制御系の構築には、実応用を目指す上でも意義がある。一方、上記の先行研究で使用されているパラメータの値は 3 種類ほどある³。本章で使用した値以外のパラメータ値でも、4.2 節の検討結果 (表 4.1 (iii)(iv)) と概ね同様の傾向が確認されている。本章では、非線形偏微分方程式で記述された反応拡散モデル (2.14) に生じた、解析的に扱うことが極めて難しい非線形現象を制御対象としているため、理論的に保証された普遍的な結果は、残念ながら得られていない⁴。しかしながら、本章では、上記で示したように、実用上意義のあるモデル (2.14) とその制御手法に関する有益な知見を得ることができている。

本章では、「ダイナミクス推定の高精度化」「最適制御の導入」によって、媒体上の「障害物」「空間的不均一性」などの外乱に対する wave segments 安定化の頑健性を向上させることができた。これは、Adamatzky が提案する「BZ 反応を活用した論理回路 [18]」の構築に、有益な要素技術として活用できると思われる。この論理回路では、複数の wave segments を媒体上で安定的に伝搬させる必要がある。そのため、拡散しない領域 (図 2.10 の斜線領域) で挟んだ「通路」を媒体上に設置し

³本章で使用した値は先行研究 [39] と同じものであるが、先行研究 [38, 44] では q を 0.0002 へと変更したものを、先行研究 [40, 41] ではさらに f を 1.4 へと変更したものが使用されている。

⁴「理論的に保証された普遍的な結果」を得ることは絶対にできないという保証はない。したがって、普遍的な結果を得ることが原理的に不可能であるとは言い切れない。

なければならない。また、この論理回路では、複数の方向から伝搬してきた wave segments が交差する「fusion gate」と呼ばれる領域が、論理回路の機能に重要な役割を果たしている。この fusion gate では、通路から放出された wave segments を一定の大きさを伝搬させる必要がある。本章で扱った安定化制御によって、通路を構築せずに wave segments を安定的に伝搬させること、fusion gate でも wave segments を安定的に伝搬させることが実現可能となる。しかし、実際の BZ 反応系において、空間的に均一な媒体を設置することは現実的でなく、不均一性は避けられない。本章で得た成果は、そのような不均一性を伴う場合に活用できる有益な要素技術であり、「通路の構築」や「fusion gate のパラメータ調整」にかかる手間や費用の抑制に貢献できる可能性を秘めている。

4.5 結論

本章では、Oregonator model に伝搬する wave segment のダイナミクスを推定した伝達関数について、「根軌跡」「ゲイン安定領域」「周波数領域」の視点でその妥当性を検証した。根軌跡とゲイン安定領域より、次数 $m = 2, 3$ として推定することが妥当であるとの結論に達した。一方、周波数領域においては、次数 $m = 3$ とした推定が wave segments のダイナミクスと最もよく一致した。さらに、推定した伝達関数に基づいて最適サーボシステムを構築した。構築した最適サーボシステムでは、重みを調節することにより、目標値の変動や障害物に対しても、wave segments が安定的に伝搬することを数値例で示した。

付録 4.A: パラメータ θ_m の導出

評価関数 $J_{\text{est}}(\theta_m)$ を最小化する $\tilde{\theta}_m$ の導出には、制約付き非線形多変数関数ソルバ「fmincon」(MATLAB) を用いた。ただし、 θ_m の初期値は $-100 \leq \theta_m \leq 100$ の範囲でランダムに設定した。また、 $P(\theta_m, s)$ が不安定であることを制約として与えた。さらに、初期値を変えてソルバを 100 回実行し、そのうち最も $J_{\text{est}}(\theta_m)$ が小さかった θ_m を $\tilde{\theta}_m$ とした。

付録 4.B: Wave segments の周波数応答

表 4.1(iii)(iv) におけるプロット (×) は次の手順で算出した。まず、PI 制御システム (図 2.5) において PI ゲインを $K_P = -0.003$, $K_I = -0.002$ とし、wave segment を $w = 4$ に安定化させる。次に、正弦波 $r(t) = 0.5 \sin \omega_n t + 4$ を目標値 $r(t)$ へ入力し、その応答 $U(t), w(t)$ を得る。ここで、 $\omega_n (0.8 \leq \omega_n \leq 10)$ は正弦波の周波数である。また、MATLAB の fmincon を用いて $U(t), w(t)$ を正弦波にフィッティン

グし，振幅と位相を得る．最後に， $r(t)$ と $w(t)$ （閉ループ），または $U(t)$ と $w(t)$ （開ループ）のゲイン比・位相差から周波数応答を求める．

第5章 結論

本論文では、興奮性媒体を伝搬する wave segments の安定化制御に関して、3つの課題に対する取り組みを述べた。課題 A は、wave segments の大きさを、所望の値へ正確に安定化させることであった。課題 B は、所望の大きさが変更された場合にも、変更後の値へ敏速に追従させることであった。課題 C は、目標値の急な変動や障害物を伴う場合でも、wave segments が消滅せずに安定化させることであった。各章で得られた結果を整理して以下に示す。

第2章では、比例制御に積分器を追加した PI 制御システムを構築した。PI 制御システムでは、オフセット入力を試行錯誤して決定することなく、wave segments は所望の大きさへ安定化した。また、「目標値を異なる値へ変更する」「媒体に不均一な領域が存在する」とした状況における wave segments の振舞を数値シミュレーションで検証した。目標値を異なる値に変更した場合は、オフセット入力を再調整することなく、変更後の値へ正確に安定化した。媒体に不均一な領域が存在した場合は、不均一領域へ侵入した後も所望の大きさを維持した。

第3章では、モデルベースド制御の一つである2自由度制御システムを構築した。2自由度制御システムの構築に必要な制御対象のダイナミクスは、PI 制御システムで取得した時系列データを用いて推定した。推定の結果、wave segments のダイナミクスを2次の伝達関数として得た。推定した伝達関数に基づいて構築した2自由度制御システムにより、wave segments は変動する目標値へ敏速に追従した。

第4章では、推定モデルの検証、および最適サーボシステムの構築を行った。「根軌跡」「ゲイン安定領域」「周波数領域」の3つの観点で、推定モデルの妥当性を検討した。その結果、「根軌跡」「ゲイン安定領域」では2次および3次が妥当であり、「周波数領域」では3次での推定が適切と分かった。2次および3次で推定した伝達関数に基づき構築した最適サーボシステムの性能を、数値シミュレーションで確かめた。最適サーボシステムでは、入力重みを大きな値に設定することで、「目標値の大きな変動」「障害物」が伴う場合でも、wave segments は消滅せずに目標値へ安定化した。

本論文で得られた成果に対する問題点と今後の課題について述べる。第3章では、ある定常状態におけるダイナミクスを線形な伝達関数で推定し、その伝達関数に基づいたモデルベースド制御を試みた。第4章では、十分な制御性能を得るために、推定精度を高めることに取り組んだ。一般的に、媒体のパラメータが変化すると、wave segments のダイナミクスも変化する。一方、制御工学分野では、この「不確かさ」を陽に扱って制御システムを設計する「ロバスト制御」が体系化され

ている。これを wave segments の安定化にも応用し、さらに制御性能を向上させることが、今後、できるだけ早い時期に取り組むべき課題として挙げられる。また、本論文から派生する課題として、興奮性媒体を伝搬する wave segments のみならず、不整脈を引き起こす要因の一つとして考えられている渦巻状パターン・時空カオスに対して、本論文で述べた手順を適用していくことが挙げられる。これらのパターンのダイナミクスを推定し、制御システムを構築することで、より高い効率でネガティブな事象を除去できることが期待される。一方、本論文は、反応拡散系に生じる非線形時空現象のダイナミクスが推定できることを、筆者の知る限り、初めて示したものである。この成果は、興奮性だけでなく、振動性・チューリング性・双安定性の特徴を持つ反応拡散系にも応用できる可能性がある。このような可能性を検討することが、本論文の長期的かつ野心的な課題として挙げられる。

参考文献

- [1] 三村昌泰, パターン形成とダイナミクス (非線形・非平衡現象の数理), 東京大学出版会, 2006.
- [2] E. Meron, “Pattern formation in excitable media,” *Physics Reports*, vol.218, no.1, pp.1–66, 1992.
- [3] Z. Qu, G. Hu, A. Garfinkel, and J.N. Weiss, “Nonlinear and stochastic dynamics in the heart,” *Physics Reports*, vol.543, no.2, pp.61–162, 2014.
- [4] S. Maeda, Y. Hara, T. Sakai, R. Yoshida, and S. Hashimoto, “Self-walking gel,” *Advanced Materials*, vol.19, no.21, pp.3480–3484, 2007.
- [5] M. Yoshii, H. Yamamoto, Y. Sumino, and S. Nakata, “Self-oscillating gel accelerated while sensing the shape of an aqueous surface,” *Langmuir*, vol.32, no.16, pp.3901–3906, 2016.
- [6] Y. Fang, V.V. Yashin, S.P. Levitan, and A.C. Balazs, “Designing self-powered materials systems that perform pattern recognition,” *Chemical Communications*, vol.53, no.55, pp.7692–7706, 2017.
- [7] Y.S. Kim, R. Tamate, A.M. Akimoto, and R. Yoshida, “Recent developments in self-oscillating polymeric systems as smart materials: From polymers to bulk hydrogels,” *Materials Horizons*, vol.4, no.1, pp.38–54, 2017.
- [8] K. Yoshimura, Y. Otsuka, Z. Mao, V. Cacucciolo, T. Okutaki, H. Yamagishi, S. Hashimura, N. Hosoya, T. Sato, Y. Yamanishi, and S. Maeda, “Autonomous oil flow generated by self-oscillating polymer gels,” *Scientific Reports*, vol.10, no.1, p.12834, 2020.
- [9] Y. Aishan, Y. Yalikusun, Y. Shen, Y. Yuan, S. Amaya, T. Okutaki, A. Osaki, S. Maeda, and Y. Tanaka, “A chemical micropump actuated by self-oscillating polymer gel,” *Sensors and Actuators*, vol.337, p.129769, 2021.
- [10] S. Maeda, Y. Hara, R. Yoshida, and S. Hashimoto, “Peristaltic motion of polymer gels,” *Angewandte Chemie*, vol.47, no.35, pp.6690–6693, 2008.

- [11] Y. Murase, M. Hidaka, and R. Yoshida, “Self-driven gel conveyor: Autonomous transportation by peristaltic motion of self-oscillating gel,” *Sensors and Actuators*, vol.149, no.1, pp.272–283, 2010.
- [12] L. Kuhnert, K.I. Agladze, and V.I. Krinsky, “Image processing using light-sensitive chemical waves,” *Nature*, vol.337, no.6204, pp.244–247, 1989.
- [13] O. Steinbock, P. Kettunen, and K. Showalter, “Chemical wave logic gates,” *Journal of Physical Chemistry*, vol.100, no.49, pp.18970–18975, 1996.
- [14] 元池育子, “場の幾何学的形状に依存する興奮波伝播パターンと信号処理,” *システム／制御／情報*, vol.54, no.1, pp.3–8, 2010.
- [15] A. Adamatzky, “A brief history of liquid computers,” *Philosophical Transactions of the Royal Society B*, vol.374, no.1774, p.20180372, 2019.
- [16] K. Agladze, R.R. Aliev, T. Yamaguchi, and K. Yoshikawa, “Chemical diode,” *Journal of Physical Chemistry*, vol.100, no.33, pp.13895–13897, 1996.
- [17] O. Steinbock, Á. Tóth, and K. Showalter, “Navigating complex labyrinths: Optimal paths from chemical waves,” *Science*, vol.267, no.5199, pp.868–871, 1995.
- [18] A. Adamatzky, N. Phillips, R. Weerasekera, M.A. Tsompanas, and G.C. Sirakoulis, “Street map analysis with excitable chemical medium,” *Physical Review E*, vol.98, no.1, p.012306, 2018.
- [19] A.S. Mikhailov and K. Showalter, “Control of waves, patterns and turbulence in chemical systems,” *Physics Reports*, vol.425, no.2-3, pp.79–194, 2006.
- [20] K. Showalter and I.R. Epstein, “From chemical systems to systems chemistry: Patterns in space and time,” *Chaos*, vol.25, no.9, p.097613, 2015.
- [21] M. Kim, M. Bertram, M. Pollmann, A. vonOertzen, A.S. Mikhailov, H.H. Rotermund, and G. Ertl, “Controlling chemical turbulence by global delayed feedback: pattern formation in catalytic CO oxidation on Pt(110),” *Science*, vol.292, no.5520, pp.1357–1360, 2001.
- [22] G.Y. Yuan, S.G. Chen, and S.P. Yang, “Eliminating spiral waves and spatiotemporal chaos using feedback signal,” *European Physical Journal B*, vol.58, no.3, pp.331–336, 2007.
- [23] K. Konishi, M. Takeuchi, and T. Shimizu, “Design of external forces for eliminating traveling wave in a piecewise linear FitzHugh-Nagumo model,” *Chaos*, vol.21, no.2, p.023101, 2011.

- [24] K. Nishi, S. Suzuki, K. Kayahara, M. Kuze, H. Kitahata, S. Nakata, and Y. Nishiura, “Achilles’ heel of a traveling pulse subject to a local external stimulus,” *Physical Review E*, vol.95, no.6, p.062209, 2017.
- [25] V.S. Zykov, A.S. Mikhailov, and S.C. Müller, “Controlling spiral waves in confined geometries by global feedback,” *Physical Review Letters*, vol.78, no.17, pp.3398–3401, 1997.
- [26] X. Wang, G. Yuan, J. Liu, and G. Wang, “Control of spiral drift by using feedback signals from a circular measuring domain in oscillatory media,” *Applied Mathematics and Computation*, vol.368, p.124802, 2020.
- [27] K. Krischer and A. Mikhailov, “Bifurcation to traveling spots in reaction-diffusion systems,” *Physical Review Letters*, vol.73, no.23, pp.3165–3168, 1994.
- [28] T. Ohta, “Dynamics of deformable active particles,” *Journal of the Physical Society of Japan*, vol.86, no.7, p.072001, 2017.
- [29] S. Kawaguchi, “Motion of a spot in a reaction diffusion system under the influence of chemotaxis,” *Advances in Mathematical Physics*, vol.2018, p.6152961, 2018.
- [30] D. Battogtokh, A. Preusser, and A. Mikhailov, “Controlling turbulence in the complex Ginzburg-Landau equation II. Two-dimensional systems,” *Physica D*, vol.106, no.3-4, pp.327–362, 1997.
- [31] C. Beta, M.G. Moula, A.S. Mikhailov, H.H. Rotermund, and G. Ertl, “Excitable CO oxidation on Pt(110) under nonuniform coupling,” *Physical Review Letters*, vol.93, no.18, p.188302, 2004.
- [32] V.K. Vanag, L. Yang, M. Dolnik, A.M. Zhabotinsky, and I.R. Epstein, “Oscillatory cluster patterns in a homogeneous chemical system with global feedback,” *Nature*, vol.406, no.6794, pp.389–391, 2000.
- [33] L. Yang, M. Dolnik, A.M. Zhabotinsky, and I.R. Epstein, “Oscillatory clusters in a model of the photosensitive Belousov-Zhabotinsky reaction system with global feedback,” *Physical Review E*, vol.62, no.5, pp.6414–6420, 2000.
- [34] G.L. Oppo, “Formation and control of Turing patterns and phase fronts in photonics and chemistry,” *Journal of Mathematical Chemistry*, vol.45, no.1, pp.95–112, 2009.

- [35] S. Hata, H. Nakao, and A.S. Mikhailov, “Global feedback control of Turing patterns in network-organized activator-inhibitor systems,” *Europhysics Letters*, vol.98, no.6, p.64004, 2012.
- [36] K. Kashima, T. Ogawa, and T. Sakurai, “Selective pattern formation control: Spatial spectrum consensus and Turing instability approach,” *Automatica*, vol.56, pp.25–35, 2015.
- [37] 梅津佑介, 小川知之, 加嶋健司, “反応拡散系における不安定定在波の選択的安定化,” *計測自動制御学会論文集*, vol.51, no.2, pp.110–119, 2015.
- [38] T. Sakurai, E. Mihaliuk, F. Chirila, and K. Showalter, “Design and control of wave propagation patterns in excitable media,” *Science*, vol.296, no.5575, pp.2009–2012, 2002.
- [39] E. Mihaliuk, T. Sakurai, F. Chirila, and K. Showalter, “Feedback stabilization of unstable propagating waves,” *Physical Review E*, vol.65, no.6, p.065602, 2002.
- [40] A.J. Steele, M. Tinsley, and K. Showalter, “Collective behavior of stabilized reaction-diffusion waves,” *Chaos*, vol.18, no.2, p.026108, 2008.
- [41] M.R. Tinsley, A.J. Steele, and K. Showalter, “Collective behavior of particle-like chemical waves,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol.165, no.1, pp.161–167, 2008.
- [42] N. Wu and H. Ying, “Stabilization of wave segments under a delayed feedback in the parameter space,” *Nonlinear Dynamics*, vol.89, no.4, pp.2603–2608, 2017.
- [43] 大崎浩一, 秋丸晃一, “反応拡散モデルに現れる波の制御とその機構について,” *宇部工業高等専門学校研究報告*, vol.53, pp.41–49, 2007.
- [44] T. Sakurai and K. Osaki, “Dynamics of chemical wave segments with free ends,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol.13, no.6, pp.1067–1076, 2008.
- [45] V.S. Zykov and K. Showalter, “Wave front interaction model of stabilized propagating wave segments,” *Physical Review Letters*, vol.94, no.6, p.068302, 2005.
- [46] V.S. Zykov, “Kinematics of wave segments moving through a weakly excitable medium,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol.157, no.1, pp.209–221, 2008.

- [47] A. Kothe, V.S. Zykov, and H. Engel, “Second universal limit of wave segment propagation in excitable media,” *Physical Review Letters*, vol.103, no.15, p.154102, 2009.
- [48] J.S. Guo, H. Ninomiya, and J.C. Tsai, “Existence and uniqueness of stabilized propagating wave segments in wave front interaction model,” *Physica D*, vol.239, no.3-4, pp.230–239, 2010.
- [49] V.S. Zykov and E. Bodenschatz, “Stabilized wave segments in an excitable medium with a phase wave at the wave back,” *New Journal of Physics*, vol.16, no.4, p.043030, 2014.
- [50] V.S. Zykov and E. Bodenschatz, “Periodic sequence of stabilized wave segments in an excitable medium,” *Physical Review E*, vol.97, no.3, p.030201, 2018.
- [51] T. Sakurai, K. Osaki, and T. Tsujikawa, “Kinematic model of propagating arc-like segments with feedback,” *Physica D*, vol.237, no.23, pp.3165–3171, 2008.
- [52] S. Kawaguchi, “Propagating wave segment under global feedback,” *European Physical Journal B*, vol.87, no.5, p.108, 2014.
- [53] H. Katsumata, K. Konishi, and N. Hara, “Proportional-integral control of propagating wave segments in excitable media,” *Physical Review E*, vol.95, no.4, p.042216, 2017.
- [54] G.V. Osipov and J.J. Collins, “Using weak impulses to suppress traveling waves in excitable media,” *Physical Review E*, vol.60, no.1, pp.54–57, 1999.
- [55] S. Alonso, F. Sagués, and A.S. Mikhailov, “Taming winfree turbulence of scroll waves in excitable media,” *Science*, vol.299, no.5613, pp.1722–1725, 2003.
- [56] S. Takagi, A. Pumir, D. Pazó, I. Efimov, V. Nikolski, and V. Krinsky, “Unpinning and removal of a rotating wave in cardiac muscle,” *Physical Review Letters*, vol.93, no.5, p.058101, 2004.
- [57] S. Alonso, F. Sagués, and A.S. Mikhailov, “Periodic forcing of scroll rings and control of Winfree turbulence in excitable media,” *Chaos*, vol.16, no.2, p.023124, 2006.
- [58] H. Sakaguchi and Y. Kido, “Suppression of spiral chaos by a guiding network in the Aliev-Panfilov model,” *Progress of Theoretical Physics Supplement*, vol.161, no.161, pp.332–335, 2006.

- [59] A.T. Stamp, G.V. Osipov, and J.J. Collins, “Suppressing arrhythmias in cardiac models using overdrive pacing and calcium channel blockers,” *Chaos*, vol.12, no.3, pp.931–940, 2002.
- [60] S.A. Vysotsky, R.V. Cheremin, and A. Loskutov, “Suppression of spatio-temporal chaos in simple models of re-entrant fibrillations,” *Journal of Physics*, vol.23, no.1, pp.202–209, 2005.
- [61] H. Sakaguchi and Y. Kido, “Elimination of spiral chaos by pulse entrainment in the Aliev-Panfilov model,” *Physical Review E*, vol.71, no.5, p.052901, 2005.
- [62] Z. Cao, H. Zhang, F. Xie, and G. Hu, “Controlling turbulence in excitable media by applying boundary periodic pacing and gradient force,” *Europhysics Letters*, vol.75, no.6, pp.875–881, 2006.
- [63] Z. Cao, P. Li, H. Zhang, F. Xie, and G. Hu, “Turbulence control with local pacing and its implication in cardiac defibrillation,” *Chaos*, vol.17, no.1, p.015107, 2007.
- [64] G. Tang, M. Deng, B. Hu, and G. Hu, “Active and passive control of spiral turbulence in excitable media,” *Physical Review E*, vol.77, no.4, p.046217, 2008.
- [65] J.X. Chen, J.W. Mao, B. Hu, J.R. Xu, Y.F. He, Y. Li, and X.P. Yuan, “Suppression of spirals and turbulence in inhomogeneous excitable media,” *Physical Review E*, vol.79, no.6, p.066209, 2009.
- [66] H. Zhang, B. Hu, and G. Hu, “Suppression of spiral waves and spatiotemporal chaos by generating target waves in excitable media,” *Physical Review E*, vol.68, no.2, p.026134, 2003.
- [67] Y.Q. Fu, H. Zhang, Z. Cao, B. Zheng, and G. Hu, “Removal of a pinned spiral by generating target waves with a localized stimulus,” *Physical Review E*, vol.72, no.4, p.046206, 2005.
- [68] G. Yuan, G. Wang, and S. Chen, “Control of spiral waves and spatiotemporal chaos by periodic perturbation near the boundary,” *Europhysics Letters*, vol.72, no.6, pp.908–914, 2005.
- [69] H. Zhang, Z. Cao, N.J. Wu, H.P. Ying, and G. Hu, “Suppress winfree turbulence by local forcing excitable systems,” *Physical Review Letters*, vol.94, no.18, p.188301, 2005.

- [70] A.Y. Loskutov and S.A. Vysotskii, “New approach to the defibrillation problem: Suppression of the spiral wave activity of cardiac tissue,” *JETP Letters*, vol.84, no.9, pp.524–529, 2006.
- [71] S. Sinha, A. Pande, and R. Pandit, “Defibrillation via the elimination of spiral turbulence in a model for ventricular fibrillation,” *Physical Review Letters*, vol.86, no.16, pp.3678–3681, 2001.
- [72] S. Sridhar and S. Sinha, “Controlling spatiotemporal chaos in excitable media using an array of control points,” *Europhysics Letters*, vol.81, no.5, p.50002, 2008.
- [73] H. Sakaguchi and Y. Nakamura, “Elimination of breathing spiral waves in the Aliev-Panfilov model,” *Journal of the Physical Society of Japan*, vol.79, no.7, p.074802, 2010.
- [74] M. Takeuchi, K. Konishi, and N. Hara, “Optimal feedback control of traveling wave in a piecewise linear Fitzhugh-Nagumo model,” *Cybernetics and Physics*, vol.1, no.1, pp.73–77, 2012.
- [75] V.S. Zykov and K. Showalter, “Wave front interaction model of stabilized propagating wave segments,” *Physical Review Letters*, vol.94, no.6, p.068302, 2005.
- [76] M. Bär and M. Eiswirth, “Turbulence due to spiral breakup in a continuous excitable medium,” *Physical Review E*, vol.48, no.3, pp.1635–1638, 1993.
- [77] H.J. Krug, L. Pohlmann, and L. Kuhnert, “Analysis of the modified complete oregonator accounting for oxygen sensitivity and photosensitivity of Belousov-Zhabotinsky systems,” *Journal of Physical Chemistry*, vol.94, no.12, pp.4862–4866, 1990.
- [78] S. Kádár, T. Amemiya, and K. Showalter, “Reaction mechanism for light sensitivity of the Ru(bpy)₃²⁺-catalyzed Belousov-Zhabotinsky reaction,” *Journal of Physical Chemistry A*, vol.101, no.44, pp.8200–8206, 1997.
- [79] E. Mihaliuk, T. Sakurai, F. Chirila, and K. Showalter, “Experimental and theoretical studies of feedback stabilization of propagating wave segments,” *Faraday Discussions*, vol.120, no.1, pp.383–394, 2002.
- [80] H. Katsumata, K. Konishi, and N. Hara, “System identification of propagating wave segments in excitable media and its application to advanced control,” *Physical Review E*, vol.97, no.4, p.042210, 2018.

- [81] L. Ljung, System Identification (2nd Ed.): Theory for the User, Prentice Hall PTR, USA, 1999.
- [82] E. Ikonen and K. Najim, Advanced Process Identification and Control, Marcel Dekker, New York, 2001.
- [83] B. Kuo and F. Golnaraghi, Automatic Control Systems, John Wiley & Sons, New York, 2003.
- [84] 勝俣久敏, 小西啓治, 原 尚之, “興奮性媒体を伝搬するパルス波のモデル推定と2自由度制御系に基づく安定化制御,” 信学技報, vol.116, no.63, pp.7–12, 2016.
- [85] 勝俣久敏, 小西啓治, 原 尚之, “興奮性媒体を伝搬する wave segments のダイナミクス推定と最適サーボシステムに基づく安定化制御,” 計測自動制御学会論文集 (掲載決定).
- [86] 小郷 寛, 美多 勉, システム制御理論入門, 実教出版, 1979.
- [87] V.S. Zykov, “Spiral wave initiation in excitable media,” Philosophical Transactions of the Royal Society A, vol.376, no.2135, p.20170379, 2018.
- [88] 山本行馬, 小西啓治, 原 尚之, “障害物に衝突する興奮波の振る舞いとPI制御器のゲインとの関係,” 信学技報, vol.118, no.15, pp.65–69, 2018.
- [89] N.J. Smith, R. Glaser, V.W. Hui, J.F. Lindner, and N. Manz, “Disruption and recovery of reaction-diffusion wavefronts colliding with obstacles,” Physica A, vol.517, pp.307–320, 2019.
- [90] R.J. Field and R.M. Noyes, “Oscillations in chemical systems. IV. Limit cycle behavior in a model of a real chemical reaction,” The Journal of Chemical Physics, vol.60, no.5, pp.1877–1884, 1974.

本論文の基礎となる発表論文

本論文の成果は学術論文誌や国際学会プロシーディングスに掲載されている。各章の成果と出版物との関係を以下に示す。

- 第 2 章: A.1, B.1
- 第 3 章: A.2
- 第 4 章: A.3

また、各章の基礎となった国内学会発表を以下に示す。

- 第 2 章: 特になし
- 第 3 章: C.1, C.2, C.3, C.5
- 第 4 章: C.4, C.5, C.6

A. 学術論文誌

1. [Hisatoshi Katsumata](#), Keiji Konishi, and Naoyuki Hara, “Proportional-integral control of propagating wave segments in excitable media,” *Physical Review E*, Vol. 95, No. 4, pp. 042216-1–042216-7, 2017.
2. [Hisatoshi Katsumata](#), Keiji Konishi, and Naoyuki Hara, “System identification of propagating wave segments in excitable media and its application to advanced control,” *Physical Review E*, Vol. 97, No. 4, pp. 042210-1–042210-6, 2018.
3. 勝俣久敏, 小西啓治, 原尚之, “興奮性媒体を伝搬する wave segments のダイナミクス推定と最適サーボシステムに基づく安定化制御,” 計測自動制御学会論文集 (掲載決定) .

B. 査読付き国際学会誌

1. Hisatoshi Katsumata, Keiji Konishi, and Naoyuki Hara, “Stabilization and tracking control of propagating wave segments in an excitable medium with PI control,” Proc. SICE Annual Conference, pp. 898–901, 2016.

C. 国内学会発表

1. 勝俣久敏, 小西啓治, 原尚之, “興奮性媒体を伝搬するパルス波のモデリングとパラメータ推定,” 第3回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, PS-13, 2016年3月.
2. 勝俣久敏, 小西啓治, 原尚之, “興奮性媒体を伝搬するパルス波のモデル推定と2自由度制御系に基づく安定化制御,” 電子情報通信学会 非線形問題研究会 信学技報, NLP2016-2, 2016年5月.
3. 勝俣久敏, 羅揚, 小西啓治, 原尚之, “オレゴネータモデルにおけるパルス波のモデル推定と安定化制御,” 電子情報通信学会 非線形問題研究会 信学技報, NLP2016-46, 2016年9月.
4. 勝俣久敏, 小西啓治, 原尚之, “興奮性媒体に伝搬するパルス波を安定化させる最適サーボシステムの設計,” 第59回自動制御連合講演会, SaA2-1, pp1075–1077, 2016年11月.
5. 勝俣久敏, 小西啓治, 原尚之, “興奮性媒体を伝搬するパルス波のモデル推定と安定化制御,” 第4回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 1A5-6, 2017年3月.
6. 勝俣久敏, 小西啓治, 原尚之, “興奮性媒体を伝搬するパルス波のダイナミクスの推定精度,” 第63回自動制御連合講演会, 1B3-3, pp387–388, 2020年11月.

謝辞

本研究を遂行する上での指導・助言，また社会人博士として本研究を進める上で多大なご配慮を賜りました大阪府立大学大学院工学研究科 小西啓治教授ならびに原尚之准教授に深く感謝致します。また，ご多忙な中，本論文の副査を務めて頂きました大阪府立大学大学院工学研究科 久保田寛和教授ならびに林海教授に厚く感謝の意を申し上げます。最後に，大阪府立大学大学院工学研究科 電気・情報系専攻 電気情報システム工学分野 電気システム制御研究グループの皆様には，様々な面でご協力頂き心から感謝致します。