<論説>世代重複モデルと公的年金

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2009-08-25 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 神橋, 園子 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24729/00001367

世代重複モデルと公的年金

神　橋　園　子

公的年金には、2つの方式がある。ひとつは積立方式で、いまひとつは賦課方式である。積立方式は、労働期に保険料を積立て、その運用益とともに老年期にあてるという方式である。一方、賦課方式は、労働期に支払った保険料をその期の老年世代の給付にあてる。この方式における年金収支は各期ごとに等しい。賦課方式の収益率は、人口成長率が増加している場合プラスとなり、また、積立金が不要のため導入され易い。よって、公的年金導入当初は、積立方式を導入しても、積立金不足のために、純粋な積立方式を維持できない。よって、各国の公的年金制度のほとんどが、修正積立方式と呼ばれるものに移行していく。その本質は賦課方式に近い。

積立方式は、生涯にわたる家計の予算式に影響を与えず、貯蓄や資本蓄積に中立である。それに対して、賦課方式は、貯蓄を減少させ、資本蓄積を抑制する。また、人口成長率が鈍化している現在、賦課方式による所得再分配機能という利点は薄れてきた。そこで年金制度の民営化、つまり賦課方式から積立方式への移行が考えられた。これまで年金の民営化については多くの研究が行われてきた(1)。しかし、現実には完全な積立方式に移行することは、きわめて難しい。なぜなら積立方式に移行する現時点での労働世代は、自分の老後に備えた積立金支払いと現時点での引退世代のための年金支払いという「二重の負担」を強いられるからである。

そこで「混合方式」なるものを考えた(2)。これは、賦課方式による基礎年金と積立方式による2階部分からなる。そこで、問題としてこの3つの年金制度を比較してみたい。

今までの先行研究では、積立方式及び賦課方式において、保険料の上昇は、どういう効果が認められたかについての研究が主流であった(3)。制度ごとの比較は、Casarico (1999) などで研究されている。しかし、消費を確定することは難しく、またその点に関すれば Casarico (1999) にも問題があり、制度ごとの比較は意外に難しいものであった。ただ、ある条件を与えれば明確な結果が導き出すことが可能である。各制度の比較において人口成長率が重要であり、そこで今回は、それの十分条件を呈示しながら各制度の比較をしている。

なお、企業の行動や財市場の均衡条件を考慮した世代重複モデル(4)で各制度の経済的効果を表している。今回は、様々なタイプの年金方式の下で労働期及び老年期の予算制約式がどのようになるかを明らかにした上で、資本市場の均衡条件を求め、公的年金の経済効果を

検討しよう。ここでは、要素価格フロンティアを用いた均衡を考えていく。

第1節では、世代重複モデルについて説明し、第2節では、さまざまな公的年金制度を導入した場合について考える。まず、定額拠出、定額給付の純粋積立方式、次に純粋賦課方式を考える。最後に純粋積立方式と純粋賦課方式の中間である混合方式なるものを述べる。混合方式は、1階部分は基礎年金であり、それは賦課方式による定額給付をしており、2階部分は、積立方式で自らの積立金を運営している。これらの方式を表にまとめた。

	保険料	給付	方式
(1) 純粋積立方式	定額	定額	賦課方式
(2) 純粋賦課方式	定額	定額	積立方式
(3) 混合方式	定額	定額	賦課方式＋積立方式

表1　さまざまな公的年金制度

第3節において、3つの制度の消費・貯蓄の比較をしていく。そして、結語において分析結果を述べる。なお、記号をこのように定める。

$c_{t,t}$	第t世代のt期における消費	$c_{t,t+1}$	第t世代の$t+1$期における消費
u_t	第t世代の生涯効用	b	効用関数のパラメータ
w_t	第t期の1人当たり賃金所得	s_t	第t期の1人当たり貯蓄
N_t	第t期の（労働）人口	n	人口の伸び率
γ_t	第t世代の年金給付額	ρ	保険料
k_t	第t期の資本労働比率	r_t	第t期の利子率
y_t	1人あたりの国民所得	β	基礎年金
a	資本分配率		

本稿の共通の想定として、各世代は、労働期と老年期という2期間生きるライフ・サイクルモデルを考える。各期には、労働世代と老年世代の2世代存在している。彼らは、労働期に得た所得を、貯蓄及び公的年金の保険料と労働期の消費にあてる。人口の伸び率はnで一定であるとする。ただし老年期の勤労所得はなく、遺産もないものとする。そうすれば、老年期には、貯蓄の元利合計と年金給付を消費にあてる。いま第t期と仮定すれば、労働世代である第t世代の第t期の消費を$c_{t,t}$、老年世代にあたる第$t-1$世代の消費を$c_{t-1,t}$と表すものとする。また第t期の利子率をr_tと表す。

以上の前提で、さまざまな方式の経済効果を考えていく。

1　世代重複モデル

さまざまな公的年金制度を比較する前に、世代重複モデルについて説明したい。企業の

行動や資本市場の均衡条件などを考慮した世代重複モデルを設定し、要素価格フロンティアを用いた均衡を考えていく。まず、公的年金のない場合から検討しよう。なお、以下はDiamond (1965)、小塩 (1998)、Casarico (1999) を一部、一般化したものである。

1.1 家 計

とりあえず、公的年金は存在しないとしよう。効用関数をコブ・ダグラス型と想定する。

(1) $u_t = b \log c_{t,t} + (1-b) \log c_{t,t+1}.$

各家計は、若年期に一定の労働供給を行う。第 t 世代の第 t 期（若年期）における予算式は、以下である。

(2) $w_t = c_{t,t} + s_t.$

すなわち、勤労所得は消費と貯蓄に等しい。また、第 t 世代の第 $t+1$ 期（老年期）の消費は、貯蓄の元利合計額に等しい。

(3) $c_{t,t+1} = s_t(1+r_{t+1}).$

したがって (2), (3) 式より生涯の予算式が求まる。

(4) $c_{t,t} + \dfrac{c_{t,t+1}}{1+r_{t+1}} = w_t.$

すなわち第 t 期に生まれた各家計の解くべき問題は、

$$\max \quad u_t = b \log c_{t,t} + (1-b) \log c_{t,t+1}$$

$$\text{sub.to.} \quad c_{t,t} + \frac{c_{t,t+1}}{1+r_{t+1}} = w_t$$

となる。この問題を解くと、家計にとっての最適な消費は、

(5) $c^*_{t,t} = bw_t.$

(6) $c^*_{t,t+1} = (1-b)(1+r_{t+1})w_t.$

最適な貯蓄は、

(7) $s^*_t = (1-b)w_t.$

ここで、s^*_t は、第 t 世代の 1 人あたりの貯蓄を表している。社会全体の貯蓄は、

$$N_t s^*_t$$

となる。これは、次期（第 $t+1$ 期）における資本供給量となる。今、s^*_t は、(7) 式で求められた。したがって、年金のない場合の第 $t+1$ 期における資本供給量は、

$$N_t(1-b)w_t$$

と求められる。

1.2 企業行動

企業は、労働と資本という2つの生産要素を投入して生産活動を行う。今、資本は1期間で完全に減耗するとし、生産に必要な資本は、その期に利用できる貯蓄を借り入れると仮定する。また、企業の生産関数が、労働の資本の1次同次関数とすれば、1人あたり所得と資本の間には、次のような関係がある。

(8) $f(k_t) = k_t^a$

ここで、

(9) $f'(k_t) = ak_t^{a-1}$

であるから、

(10) $r_t = ak_t^{a-1}$

が成り立つ。一方、

(11) $w_t = f(k_t) - f'(k_t) \cdot k_t = k_t^a - k_t \cdot ak_t^{a-1} = (1-a)k_t^a.$

資本の限界生産物が利子率に等しいという (10) 式より、

(12) $k_t = \left(\frac{r_t}{a}\right)^{1/(a-1)}$

である。これを (11) 式に代入すると

(13) $w_t = (1-a)\left(\frac{r_t}{a}\right)^{a/(a-1)}$

という関係があることがわかる。(13) 式は、企業の利潤最大化行動を表す「要素価格フロンティア」(5) である。

資本需要量が利子率によって決まるという (12) 式より、第 t 期における資本需要量は、

(14) $N_t k_t = N_t\left(\frac{r_t}{a}\right)^{1/(a-1)}$

であり、第 $t+1$ 期におけるそれは、

(15) $N_{t+1}k_{t+1} = N_{t+1}\left(\frac{r_{t+1}}{a}\right)^{1/(a-1)}$

となる。

1.3 資本市場の均衡

労働と資本という2つの生産要素のうち、労働については供給が外生的に与えられ、前提のとおり毎期 n の率で増加するとしよう。また、第 $t+1$ 期に企業が生産に投入する資本 $N_{t+1}k_{t+1}$ は、第 t 期に生まれた世代が残した貯蓄 $N_t s_t^*$ に等しくなる。したがって、資本供

給量は、

$$N_t s_t^*$$

となり、資本需要量は、

$$N_{t+1} k_{t+1}$$

である。資本市場が均衡するための条件は、

(16) $$N_t s_t^* = N_{t+1} k_{t+1}.$$

1人当たりベースで

(17) $$s_t^* = (1+n) k_{t+1}$$

と表される。(15) 式から k_{t+1} が求まっているので、代入すると、

(18) $$s_t^* = (1+n)\left(\frac{r_{t+1}}{a}\right)^{1/(a-1)}.$$

また、年金のない場合の s_t^* は、(7) 式から求まっているので、それを (18) 式に代入すると、

(19) $$(1-b) w_t = (1+n)\left(\frac{r_{t+1}}{a}\right)^{1/(a-1)}.$$

1.4 財市場の均衡

財市場の均衡は、貯蓄と投資の均衡で表される。第 t 期における社会全体の貯蓄は、第 t 期の総生産量から、第 t 世代の若年期の消費と第 $t+1$ 世代の老年期の消費の合計だけ差し引いたものである。したがって、第 t 期における社会全体の貯蓄は、

$$N_t y_t - (N_t c_{t,t} + N_{t-1} c_{t-1,t})$$

となる。書きかえると、

$$N_t y_t - \{N_t (w_t - s_t^*) + N_{t-1}(1+r_t) s_{t-1}^*\}$$

となる。今、第 t 期の総生産量 $N_t y_t$ は、第 t 期の賃金率と第 t 期における資本所得の合計で表される。また、第 $t-1$ 期に生まれた世代が残した貯蓄 $N_{t-1} s_{t-1}$ は、第 t 期に、企業が生産に投入する資本 $N_t k_t$ に等しくなるので、以下の2式が成立する。

$$N_t (w_t + r_t k_t) = N_t y_t$$

$$N_{t-1} s_{t-1}^* = N_t k_t$$

この2式を上式へ代入すると

$$N_t (s_t^* - k_t)$$

となる。これが第 t 期における社会全体の貯蓄 [6] であり、それは投資に等しい。

投資は、第 t 期から第 $t+1$ 期にかけて新たに蓄積される資本 $N_{t+1}k_{t+1}$ から、今期使用する資本 N_tk_t を差し引いたものである。

$$N_{t+1}k_{t+1}-N_tk_t$$

したがって財市場の均衡条件は、

$$N_t(s_t^*-k_t) = N_{t+1}k_{t+1}-N_tk_t$$

である。両辺に N_tk_t だけ加えると、

$$N_ts_t^* = N_{t+1}k_{t+1}$$

となり、これは、(16) 式で示された資本市場の均衡条件と同じである。よって貯蓄と投資の均衡式も (16) 式で表されることになる。

1.5 定常状態

定常状態で、要素価格フロンティアと資本市場の均衡を考えるため、今 $r_{t+1}=r,\ w_t=w$ とする。よって、その 2 式は、

$$w = (1-a)\left(\frac{r}{a}\right)^{a/(a-1)} \tag{20}$$

$$(1-b)w = (1+n)\left(\frac{r}{a}\right)^{1/(a-1)}. \tag{21}$$

$a,\ n,\ b$ に数値を与え、(19) 式の両辺が等しくなるように w 及び r を求めたものが、図 1 である[7]。これは、$r_{t+1}=\phi(w_t)$ となる資本市場の均衡条件を表す関数である。また、図 1 には前述で求めた要素価格フロンティア ($w_t=\phi(r_t)$) も表している。この資本市場の均衡条件を表す関数と要素価格フロンティアとの交点である ($r^*,\ w^*$) が、年金のない場合の均衡利子率・均衡賃金である。

したがって年金のない場合の世代重複モデルは、(13), (19) 式の 2 本の式で構成される。また、その均衡点に達するまでの経路を図 2 に示した[8]。

(20), (21) より均衡利子率を求めると、

$$r^* = \frac{a(1+n)}{(1-b)(1-a)}.$$

この利子率に対応して、年金がない場合の賃金率、資本労働比率、1 人あたりの国民所得、若年期の消費及び老年期の消費、貯蓄が決定する。

2 さまざまな公的年金制度

前節では、年金制度のない場合の世代重複モデルについて説明した。本節では、三種類の

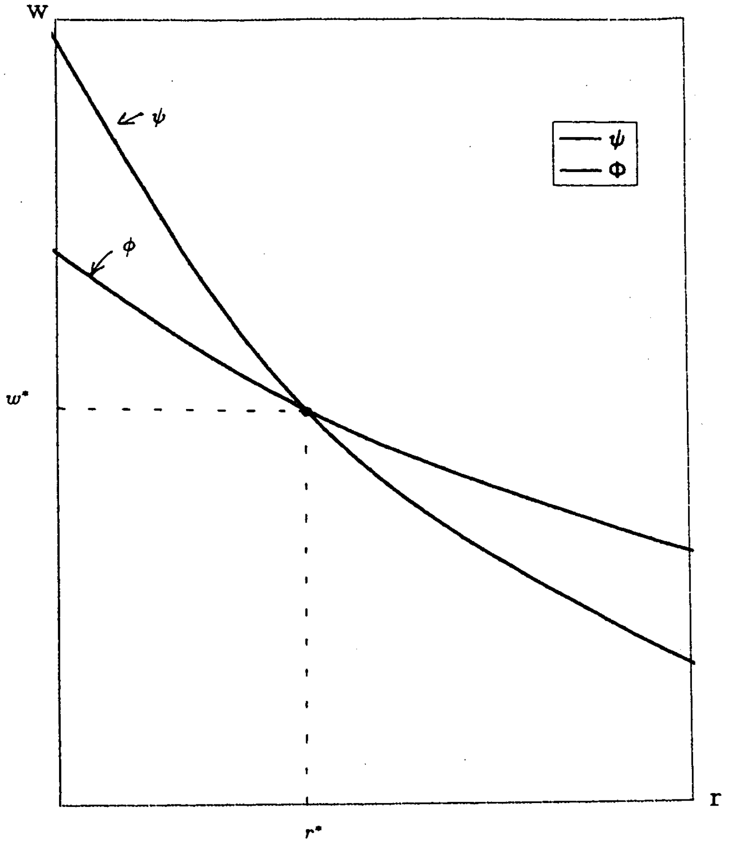

図1　要素価格フロンティアと資本市場の均衡

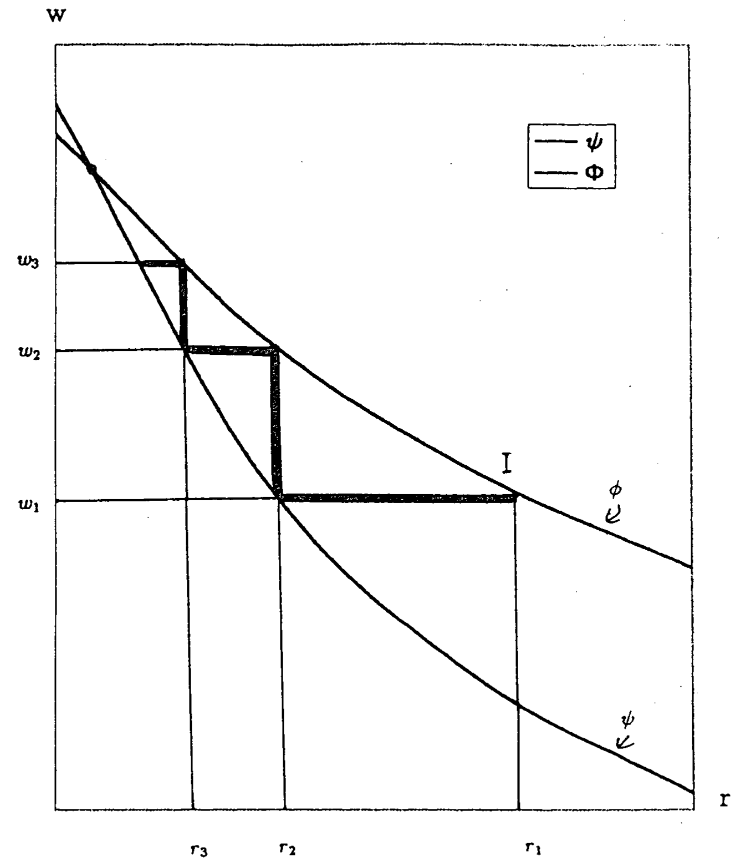

図2　経済の成長経路

公的年金制度と世代重複モデルについて説明しよう。第一は、純粋積立方式、第二は、純粋賦課方式について、第三は、混合方式についてである。混合方式では、1階部分の基礎年金は、賦課方式、2階部分は、積立方式で運営するものとする。

2.1　純粋積立方式

純粋積立方式の公的年金が存在し、その保険料は、ρ で定額としよう。積立方式のもとでの添字は、A という記号で表す。このケースは小塩（1998）、Casarico（1999）が既に検討しているが、一部特定化し、説明していく。前節と同様、生産関数・効用関数をコブ・ダグラス型と想定する。

(22)　$u_t^A = b \log c_{t,t}^A + (1-b) \log c_{t,t+1}^A.$

第 t 世代の第 t 期における予算式は、次のとおりである。

(23)　$w_t^A = c_{t,t}^A + s_t^A + \rho.$

勤労所得は消費と貯蓄と保険料の合計に等しい。第 $t+1$ 期における年金給付額は、第 t 世代が第 t 期（若年期）に負担した保険料の元利合計に等しい。したがって年金財政の収支均衡式は、(24) 式で表される。

(24)　$N_t \gamma_t^A = N_t (1+r_{t+1}^A) \rho.$

したがって1人あたりの年金給付額は、次のようになる。

(25)　$\gamma_t^A = (1+r_{t+1}^A) \rho.$

また、第 t 世代の第 $t+1$ 期の消費は、私的貯蓄と保険料の和の元利合計である。

(26)　$c_{t,t+1}^A = (s_t^A + \rho)(1+r_{t+1}^A).$

(23), (26) 式より生涯の予算式が求まる。

(27)　$c_{t,t}^A + \dfrac{c_{t,t+1}^A}{1+r_{t+1}^A} = w_t^A.$

すなわち、第 t 世代の各家計の解くべき問題は、

$$\max \quad u_t = b \log c_{t,t}^A + (1-b) \log c_{t,t+1}^A$$

$$\text{sub.to.} \quad c_{t,t}^A + \frac{c_{t,t+1}^A}{1+r_{t+1}^A} = w_t^A$$

となる。この問題を解くと、第 t 世代の若年期の最適な消費は、

(28)　$c_{t,t}^{A*} = b w_t^A.$

第 t 世代の老年期の最適な消費は、

(29)　$c_{t,t+1}^{A*} = (1-b)(1+r_{t+1}^A) w_t^A.$

したがって、家計にとっての最適貯蓄は、

(30)　$s_t^{A*} = (1-b)w_t^A - \rho$

となる。ただし、ここで支払われた保険料ρは、積立金として1期間、資本市場に供給される。よって1人あたりの社会全体の貯蓄 (public savings) は以下で示され、これに人口を掛けたものが第$t+1$期の資本供給量となる。

(31)　$s_t^{A\prime} = s_t^{A*} + \rho = (1-b)w_t^A.$

この結果から、純粋積立方式における社会全体の貯蓄は、年金がない場合の私的貯蓄と完全代替していることが分かる。よって、利子率r_{t+1}^A及び賃金率w_t^Aは、年金のない場合と同じ値になる。

以上から、純粋積立方式の場合の資本供給量は$s_t^{A\prime}N_t$であり、一方、資本需要量は$k_{t+1}^A N_{t+1}$である。したがって、資本市場の均衡条件は、

(32)　$s_t^{A\prime}N_t = k_{t+1}^A N_{t+1}$

となる。また、資本需要関数は、(15) 式で求められた。

(33)　$$k_{t+1}^A = \left(\frac{r_{t+1}^A}{a}\right)^{1/(a-1)}.$$

資本市場の均衡条件を表す (32) 式に (31), (33) 式を代入してみよう。

(34)　$$\left(\frac{r_{t+1}^A}{a}\right)^{1/(a-1)}(1+n) = (1-b)w_t^A.$$

いま、要素価格フロンティアは、

(35)　$$w_t^A = (1-a)\left(\frac{r_t^A}{a}\right)^{a/(a-1)}$$

で示される。したがって、純粋積立方式の場合の世代重複モデルは、(34), (35) 式の2本の式で表される。

2.2　純粋賦課方式

純粋賦課方式の公的年金[(9)]が存在し、その保険料は、純粋積立方式と同様、ρで定額としよう。第1項と同様、生産関数及び効用関数をコブ・ダグラス型と想定する。なお、純粋賦課方式での添字は、Bで表すことにする。

(36)　$u_t^B = b\log c_{t,t}^B + (1-b)\log c_{t,t+1}^B.$

第t世代の第t期における予算式は、以下のとおりである。

(37)　$w_t^B = c_{t,t}^B + s_t^B + \rho.$

勤労所得は、消費と貯蓄と保険料に等しい。また年金財政の収支均衡式は、(38) 式で表される。第 t 世代に対する年金給付額は、賦課方式の性格上、第 $t+1$ 世代が負担する保険料と同じになる。

(38) $N_t \gamma_t^B = N_{t+1}\rho.$

したがって１人あたりの年金給付額は、以下で表される。

(39) $\gamma_t^B = (1+n)\rho.$

また、第 t 世代の第 $t+1$ 期の消費は、年金給付額に貯蓄の元利合計を加えたものと同額である。

(40) $c_{t,t+1}^B = s_t^B(1+r_{t+1}^B)+(1+n)\rho.$

(37), (40) 式より生涯の予算式が求まる。

(41) $$c_{t,t}^B + \frac{c_{t,t+1}^B}{1+r_{t+1}^B} = w_t^B + \frac{\rho(n-r_{t+1}^B)}{1+r_{t+1}^B}.$$

すなわち、第 t 世代の各家計の解くべき問題は、

$$\max \quad u_t^B = b\log c_{t,t}^B + (1-b)\log c_{t,t+1}^B$$

$$\text{sub.to.} \quad c_{t,t}^B + \frac{c_{t,t+1}^B}{1+r_{t+1}^B} = w_t^B + \frac{\rho(n-r_{t+1}^B)}{1+r_{t+1}^B}$$

となる。この問題を解くと、第 t 世代の若年期及び老年期の最適な消費は、それぞれ以下のようになる。

(42) $$c_{t,t}^{B*} = b\left\{w_t^B + \frac{\rho(n-r_{t+1}^B)}{1+r_{t+1}^B}\right\}.$$

(43) $$c_{t,t+1}^{B*} = (1-b)\{(1+r_{t+1}^B)w_t^B + \rho(n-r_{t+1}^B)\}.$$

したがって貯蓄は、

(44) $$s_t^{B*} = (1-b)w_t^B - \rho\left\{\frac{b(n-r_{t+1}^B)+(1+r_{t+1}^B)}{1+r_{t+1}^B}\right\}.$$

また、ここで

(45) $$\frac{b(n-r_{t+1}^B)+(1+r_{t+1}^B)}{1+r_{t+1}^B} = \frac{(1-b)r_{t+1}^B+1+nb}{1+r_{t+1}^B} > 0.$$

この第 t 世代の社会全体の貯蓄は、第 $t+1$ 期への資本供給量を表している。よって資本供給量は $s_t^{B*}N_t$ であり、いっぽう資本需要量は $k_{t+1}^B N_{t+1}$ である。したがって資本市場の均衡条件は、

(46) $s_t^{B*}N_t = k_{t+1}^B N_{t+1}$

となる。また、資本需要関数は、次のようになる。

(47) $$k_{t+1}^{B} = \left(\frac{r_{t+1}^{B}}{a}\right)^{1/(a-1)}.$$

資本市場の均衡条件を表す (46) 式に (44), (47) 式を代入してみよう。

(48) $$\left(\frac{r_{t+1}^{B}}{a}\right)^{1/(a-1)}(1+n) = (1-b)w_t^B - \rho\left\{\frac{b(n-r_{t+1}^{B})+(1+r_{t+1}^{B})}{1+r_{t+1}^{B}}\right\}.$$

いま、要素価格フロンティアは、

(49) $$w_t^B = (1-a)\left(\frac{r_t^B}{a}\right)^{a/(a-1)}$$

で示される。したがって、純粋賦課方式の場合の世代重複モデルは、(48), (49) 式の 2 本の式で表される。

2.3　混合方式

次に、混合方式の経済的効果を考えてみよう。この混合方式は、賦課方式による基礎年金と積立方式による 2 階部分で構成されている。第 t 世代の支払う保険料の一部は、賦課方式で運営されている老年世代（第 $t-1$ 世代）への基礎年金にあてられ、残りは、自らの積立金に運営される。その保険料は、前項と同様、定額だけ支払うとしよう。また、賦課方式による基礎年金を β とする。また、混合方式のおける添字は、C で表される。

ここでも効用関数を、コブ・ダグラス型と想定すると、

(50) $$u_t^C = b\log c_{t,t}^C + (1-b)\log_{t,t+1}^C.$$

第 t 世代の第 t 期における予算式は、消費と貯蓄と保険料に分かれる。

(51) $$w_t^C = c_{t,t}^C + s_t^C + \rho.$$

社会全体の年金財政のバランス式を考えてみると、若年期に支払った保険料 $N_t\rho$ のうち、賦課方式で運営されている第 $t-1$ 世代への拠出 $N_{t-1}\beta$ を取った残りである $N_t\rho w_t - N_{t-1}\beta$ を自らの積立金として運用している。よって第 t 世代の社会全体の年金給付額は、それの元利合計に基礎年金を加えたものになる。よって年金給付総額は、

(52) $$N_t\gamma_t^C = N_t\beta + (N_t\rho - N_{t-1}\beta)(1+r_{t,t+1}^C).$$

一人あたりの年金給付額は、

(53) $$\gamma_t^C = \beta + \left(\rho - \frac{\beta}{1+n}\right)(1+r_{t+1}^C).$$

この (53) 式から、混合方式においては必ず次の条件が成立している。

(54) $$\rho(1+n) > \beta.$$

第 t 世代の第 $t+1$ 期における予算式は、貯蓄の元利合計、定額の基礎年金、積立方式による 2 階部分の給付の元利合計に等しい。

$$(55)\qquad c^{C}_{t,t+1}=(1+r^{C}_{t+1})\left\{s^{C}_{t}+\left(\rho-\frac{\beta}{1+n}\right)\right\}+\beta.$$

(51), (55) 式より生涯の予算式 (10) が求まる。

$$(56)\qquad c^{C}_{t,t}+\frac{c^{C}_{t,t+1}}{1+r^{C}_{t+1}}=w^{C}_{t}+\frac{\beta(n-r^{C}_{t+1})}{(1+r^{C}_{t+1})(1+n)}.$$

すなわち、第 t 期に生まれた各家計の解くべき問題は、

$$\max\quad u^{C}_{t}=b\log c^{C}_{t,t}+(1-b)\log^{C}_{t,t+1}$$

$$\text{sub.to.}\quad c^{C}_{t,t}+\frac{c^{C}_{t,t+1}}{1+r^{C}_{t+1}}=w^{C}_{t}+\frac{\beta(n-r^{C}_{t+1})}{(1+r^{C}_{t+1})(1+n)}$$

となる。この問題を解くと、家計にとっての最適な消費は、

$$(57)\qquad c^{C*}_{t,t}=b\left\{w^{C}_{t}+\frac{\beta(n-r^{C}_{t+1})}{(1+r^{C}_{t+1})(1+n)}\right\}.$$

老年期の消費は

$$(58)\qquad c^{C*}_{t,t+1}=(1-b)\left\{(1+r^{C}_{t+1})w^{C}_{t}+\frac{b\beta(n-r^{C}_{t+1})}{1+n}\right\}.$$

また個人の貯蓄は、以下のとおりである。

$$(59)\qquad s^{C*}_{t}=(1-b)w^{C}_{t}-\frac{b\beta(n-r^{C}_{t+1})}{(1+r^{C}_{t+1})(1+n)}-\rho.$$

となる。ただし、この貯蓄のうち積立方式で運営されている 2 階部分は、資本市場に供給される。よって、社会全体の貯蓄は

$$(60)\qquad s^{C'}_{t}=(1-b)w^{C}_{t}-\beta\left\{\frac{b(n-r^{C}_{t+1})+(1+r^{C}_{t+1})}{(1+r^{C}_{t+1})(1+n)}\right\}.$$

第 t 世代の社会全体の貯蓄は、第 $t+1$ 期への資本供給量を表している。よって資本供給量は $s^{C'}_{t}N_t$ であり、一方、資本需要量は $k^{C}_{t+1}N_{t+1}$ である。したがって、資本市場の均衡条件は、

$$(61)\qquad s^{C'}_{t}N_t=k^{C}_{t+1}N_{t+1}$$

となる。また、資本需要関数は、次のように表される。

$$(62)\qquad k^{C}_{t+1}=\left(\frac{r^{C}_{t+1}}{a}\right)^{1/(a-1)}.$$

資本市場の均衡条件を表す (61) 式に (60), (62) 式を代入してみよう。

$$(63)\qquad \left(\frac{r^C_{t+1}}{a}\right)^{1/(a-1)}(1+n)=(1-b)w^C_t-\beta\left\{\frac{b(n-r^C_{t+1})+(1+r^C_{t+1})}{(1+r^C_{t+1})(1+n)}\right\}.$$

いま、要素価格フロンティアは、

$$(64)\qquad w^C_t=(1-a)\left(\frac{r^C_t}{a}\right)^{a/(a-1)}$$

で示されている。よって、混合方式の場合の世代重複モデルは、(63), (64) 式の 2 本の式から構成される。

3　公的年金制度の比較

いままでの議論で、3 つの制度における資本の均衡条件と要素価格フロンティアから、それぞれの制度における均衡利子率と均衡賃金が求められる。第 3 節では、3 つの公的年金について、賃金率と利子率、貯蓄、若年期・老年期の消費について比較したい。定常状態にある時、それぞれの制度は、以下の式で書くことができる。

$$(65)\qquad w_i=(1-a)\left(\frac{r_i}{a}\right)^{a/(a-1)}\qquad i=A,\ B,\ C.$$

$$(66)\qquad \left(\frac{r_A}{a}\right)^{1/(a-1)}(1+n)=(1-b)w_A.$$

$$(67)\qquad \left(\frac{r_B}{a}\right)^{1/(a-1)}(1+n)=(1-b)w_B-\rho\left\{\frac{b(n-r_B)+(1+r_B)}{1+r_B}\right\}.$$

$$(68)\qquad \left(\frac{r_C}{a}\right)^{1/(a-1)}(1+n)=(1-b)w_C-\beta\left\{\frac{b(n-r_C)+(1+r_C)}{(1+r_C)(1+n)}\right\}.$$

純粋積立方式の場合、(65), (66) 式から、$(r_A,\ w_A)$ が求められ、純粋賦課方式の場合は、(65), (67) 式より、$(r_B,\ w_B)$ を導くことができる。また、混合方式では、(65), (68) 式から $(r_C,\ w_C)$ が得られる(11)。

$a,\ n,\ b,\ \beta,\ \rho$ に数値を与え、$w_i,\ r_i$ を求めたものが、図 3 である(12)。これは、$r_{t+1}=\phi(w^i_t)$ となる資本市場の均衡条件を表す関数と要素価格フロンティア $(w_t=\phi(r_t))$ が表されている。今、この資本市場の均衡条件を表す関数と要素価格フロンティアとの交点である $(r_i,\ w_i)$ が、それぞれの制度における均衡利子率・均衡賃金である。これらのそれぞれの制度における均衡利子率・均衡賃金に対応して、資本労働比率、1 人あたりの国民所得、若年期及び老年期の消費、貯蓄が決定する。

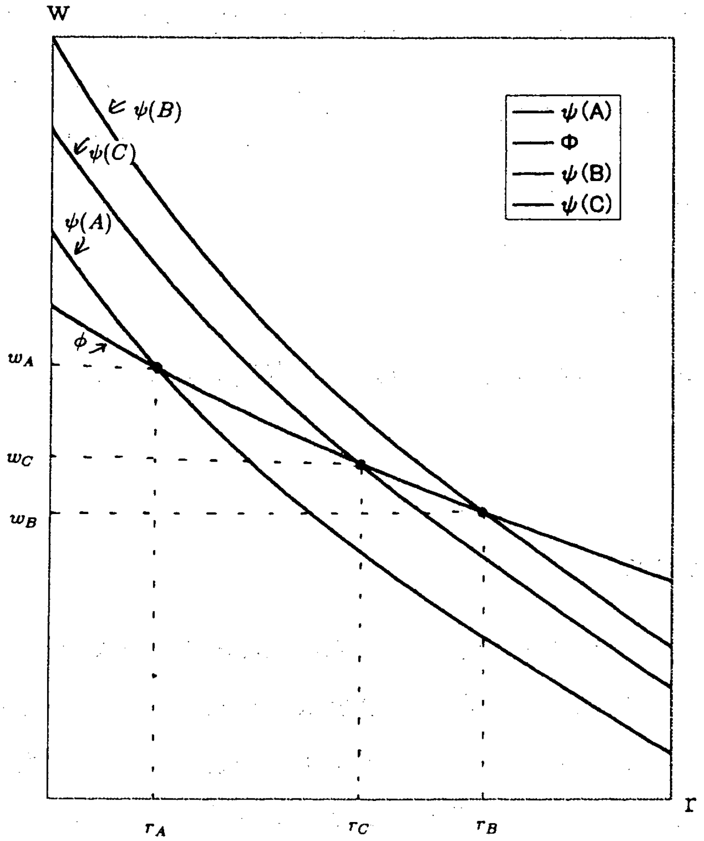

図3　3つの公的年金制度の比較

3.1　賃金率と利子率

まずは、それぞれの方式の位置関係を証明しよう。混合方式は、純粋積立方式と純粋賦課方式の中間であるから、一見してその位置は、純粋積立方式と純粋賦課方式の中間に位置するように思われる。今、(54) 式の

$$\rho(1+n) > \beta$$

という条件が成立しているとしよう。同じ水準の利子率 $(\bar{r})$ を与えた時の各方式における賃金率 $\overline{w_i}$ を求めれば、その関係が証明される。(66), (67), 及び (68) 式に、$r_i = (\bar{r})$ を代入してみよう。

$$\overline{w_A} = \left[\left(\frac{\bar{r}}{a}\right)^{1/(a-1)}(1+n)\right]/(1-b).$$

$$\overline{w_B} = \left[\left(\frac{\bar{r}}{a}\right)^{1/(a-1)}(1+n)+\rho\left\{\frac{b(n-\bar{r})+(1+\bar{r})}{1+\bar{r}}\right\}\right]/(1-b).$$

$$\overline{w_C} = \left[\left(\frac{\bar{r}}{a}\right)^{1/(a-1)}(1+n)+\beta\left\{\frac{b(n-\bar{r})+(1+\bar{r})}{(1+\bar{r})(1+n)}\right\}\right]/(1-b).$$

上記3式から、同じ $(\bar{r})$ を与えた時、長期均衡における賃金率には以下の関係がある。

$$\overline{w_A} < \overline{w_C} < \overline{w_B}.$$

したがって、$\phi(B)$ は最も上方に、中間に $\phi(C)$, $\phi(A)$ が最も下方に位置する。以上を図 4 に示した。よって、均衡利子率には、以下のような関係がある。

(69)　$r_A < r_C < r_B$.

また、均衡賃金率には、

(70)　$w_B < w_C < w_A$

という関係がある。

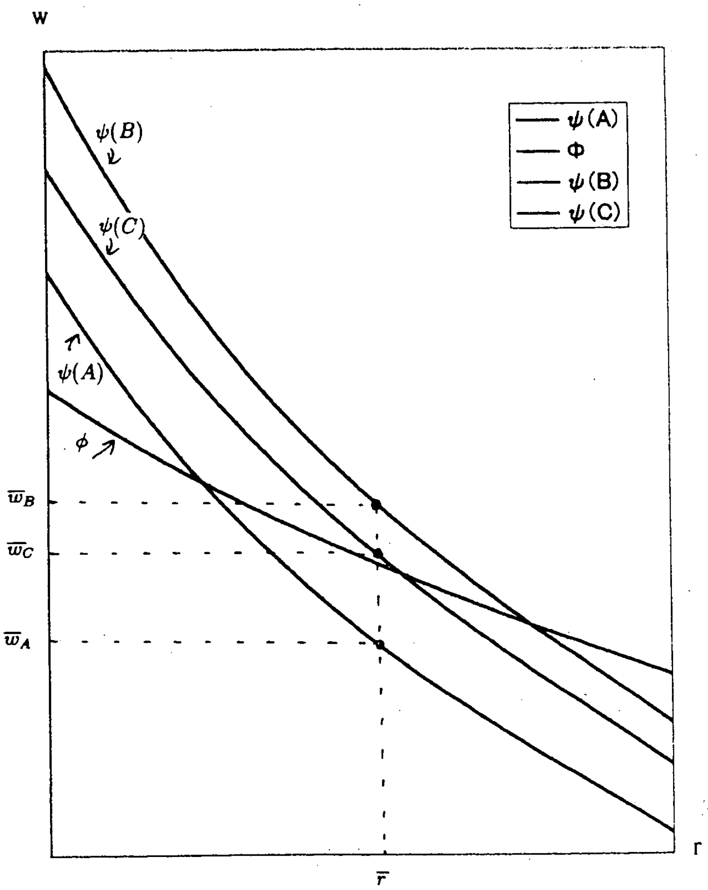

図 4　同じ $\bar{r}$ を与えた場合

3.2 貯　蓄

次に貯蓄について比較したい。それぞれの年金制度で、貯蓄は、定常状態において、次のように表される。

(71)　$s_A = (1-b)w_A$.

(72)　$s_B = (1-b)w_B - \rho\left\{\dfrac{b(n-r_B)+(1+r_B)}{1+r_B}\right\}$.

(73)　$s_C = (1-b)w_C - \beta\left\{\dfrac{b(n-r_C)+(1+r_C)}{(1+r_C)(1+n)}\right\}$.

まず、純粋積立方式と純粋賦課方式との比較をしよう。その貯蓄の差を求めると、

$$(74)\qquad s_A - s_B = (1-b)(w_A - w_B) + \rho\left\{\frac{b(n-r_B)+(1+r_B)}{1+r_B}\right\}.$$

右辺第1項は、(70) 式より、$w_A > w_B$ と証明されたので、正である。また、(45) 式より第2項も、

$$(75)\qquad \frac{b(n-r_B)+(1+r_B)}{1+r_B} = \frac{(1-b)r_B+1+nb}{1+r_B} > 0$$

となり、常に正である。したがって、貯蓄に関しては、n 及び r_B の大小に関係なく、純粋積立方式の方が、純粋賦課方式よりも大きな値をとる。このことは、純粋積立方式より、純粋賦課方式の方が、資本蓄積を遅らせ、利子率の上昇をもたらすことを示している。

次に、貯蓄における純粋賦課方式と混合方式との比較をしてみよう。それぞれの方式における貯蓄の差をとると、

$$(76)\qquad s_C - s_B = (1-b)(w_C - w_B) - \beta\left\{\frac{b(n-r_C)+(1+r_C)}{(1+r_C)(1+n)}\right\} + \rho\left\{\frac{b(n-r_B)+(1+r_B)}{1+r_B}\right\}.$$

(76) 式の右辺第1項は、(70) 式より、$w_C > w_B$ と証明されたので、正である。したがって、(76) 式の右辺は、常に正をとり、純粋賦課方式より混合方式の方が、常に貯蓄は大きい値をとることが分かった。

以上から、貯蓄に関する3つの制度には、

$$(77)\qquad s_A > s_C > s_B$$

という関係がある。よって、最も純粋賦課方式が、資本蓄積を遅らせ、利子率を上昇させてしまう。その次に、混合方式、最も資本蓄積に影響しないのが、純粋積立方式となる。

3.3 若年期の消費

それぞれの制度において、若年期の消費 [13] は以下のようになる。

$$(78)\qquad c_A^y = bw_A.$$

$$(79)\qquad c_B^y = b\left(w_B + \rho\frac{n-r_B}{1+r_B}\right).$$

$$(80)\qquad c_C^y = b\left\{w_C + \frac{\beta(n-r_C)}{(1+r_C)(1+n)}\right\}.$$

まずは、純粋積立方式と純粋賦課方式について比べてみよう。その差をとる。

$$(81)\qquad c_A^y - c_B^y = b(w_A - w_B) - \rho\left(\frac{n-r_B}{1+r_B}\right).$$

(70) 式より、w_A は w_B より大きいので、(81) 式の右辺第1項は、正である。ただし、右辺第2項は、n と r_B の大小関係によって、負になりうる。n と r_B の大小関係は、次の3通り

考えられる。

(82) $n < r_A < r_B.$

(83) $r_A < n < r_B.$

(84) $r_A < r_B < n.$

賦課方式における均衡利子率 r_B が人口成長率 n より大きい場合の (82) 及び (83) 式は、(81) 式の右辺の符号が確定し、若年期の消費は、純粋積立方式の方が大きくなる。

しかし、反対に、n が r_B より大きい状況では、(84) 式が成立する。この場合、若年期の消費において、明らかに積立方式が優れていると言うことができない。なぜなら、(81) 式の右辺第 2 項は、負となるが、第 1 項が正となり、右辺全体の符号において、正と負の両方の可能性があり、右辺全体としての符号を確定することができない。したがって、(84) 式のもとでは、純粋賦課方式の方が、純粋積立方式よりも、若年期の消費が大きくなる可能性がある(14)。ただし、前述のとおり、必ずしも成立するわけではない。Casarico (1999) は、n と r_B の大小関係から、c_A^y 及び c_B^y の大小関係が単純に決まると述べている。だがそれは、$(w_A - w_B)$ が十分小さい値でなければ成立できない。

次に純粋賦課方式と混合方式について比較してみよう。

(85) $$c_C^y - c_B^y = b(w_C - w_B) + \left\{\frac{\beta(n-r_C)(1+r_B) - \rho(n-r_B)(1+r_C)(1+n)}{(1+r_B)(1+r_C)(1+n)}\right\}.$$

(70) 式より、$w_C > w_B$ であったので、(85) 式の右辺第 1 項は正である。ただし、右辺第 2 項は、n と r_B 及び r_C の大小関係によって負になる可能性がある。n と r_B 及び r_C の大小関係は、次の 3 通り考えられる。

(86) $n < r_C < r_B.$

(87) $r_C < n < r_B.$

(88) $r_C < r_B < n.$

(87) 式が満たされれば、(85) 式の右辺第 2 項は正となる。したがって、この条件を満たした時、若年期の消費額は、純粋賦課方式に比べて混合方式の方が必ず大きい。

(86), (88) 式の場合ともに、(85) 式の右辺第 2 項の符号は、微妙であり、右辺全体としての符号が確定できない。ただし、(87) 式を満たさない (86), (88) 式の状況の下、混合方式が純粋賦課方式より必ず大きくなるとは、一概に言うことができない。若年期における消費が、混合方式よりも純粋賦課方式の方が、大きくなる可能性もある(15)。

3.4 老年期の消費

次に老年期の消費について比較しよう。3 つの制度の老年期の消費は、それぞれ次のよう

に表される。

(89) $$c^o_A = (1-b)(1+r_A)w_A.$$

(90) $$c^o_B = (1-b)\{(1+r_B)w_B+\rho(n-r_B)\}.$$

(91) $$c^o_C = (1-b)\left\{(1+r_C)w_C+\frac{b\beta(n-r_C)}{1+n}\right\}.$$

純粋積立方式と純粋賦課方式を比較してみると、

(92) $$c^o_A-c^o_B = (1-b)\{(1+r_A)w_A-(1+r_B)w_B\}-\rho(n-r_B).$$

(92) 式の右辺第1項の符号は、r_A と w_A 及び r_B と w_B が、逆方向に動くために確定できない。しかし、Casarico (1999) は、n と r_B の大小関係から老年期の消費額を比較することができると述べているが、前述の理由でそれは不可能であると思われる。

いま、老年期の消費における各制度の比較のため、r_Aw_A と r_Bw_B が、ほぼ等しいと仮定すれば(16)、r_B が n を上回っている場合、(92) 式の右辺の符号は正となる。

次に、混合方式と純粋賦課方式を比較してみると、

(93) $$c^o_C-c^o_B = (1-b)\{(1+r_C)w_C-(1+r_B)w_B\}+\left\{\frac{b\beta(n-r_C)-\rho(1+n)(n-r_B)}{1+n}\right\}.$$

純粋賦課方式と混合方式との比較においても、(93) 式の右辺第1項の符号は、r_B と w_B 及び r_C と w_C が、逆方向に動くために、その大小を特定することはできない。ただ、この場合、

(94) $$r_C < n < r_B$$

かつ $r_Cw_C = r_Bw_B$ の仮定の下では、(93) 式の右辺全体の符号が正となる(17)。このことは、混合方式が純粋賦課方式よりも、老年期の消費において大きい値をとるひとつの十分条件といえる。

4 結 語

効用関数は、(22), (36), (50) 式のとおり、若年期と老年期の消費に依存するというコブ・ダグラス型をとっている。したがって、上記で述べた若年期・老年期の比較から、経済厚生を考えることができる。

前節では、若年期及び老年期の消費において、純粋積立方式が純粋賦課方式を上回るための十分条件、そして混合方式が純粋賦課方式を上回るための十分条件を呈示した。人口成長率が非常に大きければ、賦課方式が支持されるが、人口成長率が非常に小さければ、積立方式が好ましい。ただし、人口成長率の大幅な増加が見込めない現在、後者が望ましい。しかし、序文で述べたとおり、純粋賦課方式から純粋積立方式への移行は難しいので、混合方式

にメリットがあるかどうか比較してみた。そこで、混合方式が純粋賦課方式よりも経済厚生を高める可能性が高いことが分かった。そして、すべての制度の比較において、人口成長率がキーであった。これらの厳しい十分条件を満たせば、経済厚生を増加させるが、この条件を満たさない場合でも、経済厚生を増加させる可能性があることは、今までに見てきたとおりである。

ただ、生涯効用を増加させるのが、どの方式かは確定しにくい。というのも、若年期かつ老年期の消費ともに増加するのはかなり特殊であるからである。

しかしながら、人口成長率が利子率よりも高い現在、最も経済厚生を高める可能性が高い年金方式は、純粋積立方式があげられる。だが、現行の年金方式を維持するのが難しく、公的年金の民営化となればどうであろうか。移行時の「二重の負担」を考えれば、賦課方式よりは経済厚生が大きいであろう混合方式の導入となる。

＜謝辞＞

「本稿作成にあたり、本学教授山下和久先生、大分大学経済学部の井田知也先生には、貴重なご助言、ご指導を賜りました。記して謝意を表します。」

注

（1）　代表的なものとしては、Feldstein (1985)、八田・小口（1989)、小塩（1998）第5章.

（2）　公的年金の民営化を考えるにあたり、賦課方式から積立方式へ移行しようとすると、現時点の労働世代は自らの積立金と老年世代への拠出も同時にせねばならない。この二重の負担を軽減するにあたり、最もマイナスの収益率をもたらす世代が少ないのがこの混合方式である。詳しくは、神橋（1998）参照。

（3）　井堀利宏（1996）等。

（4）　世代重複モデルは、Diamonnd (1965) を主に参考とした。

（5）「賃金利潤率曲線」とも呼ばれる。

（6）　ここで、$N_t s_t^*$ は正の貯蓄、$N_t k_t$ は負の貯蓄（貯蓄の取崩し）を表す。

（7）　図1では、$a = 0.5,\ n = 0.03,\ b = 0.5$ で計算している。

（8）　第1期に（$r_1,\ w_1$）という利子率及び賃金が与えられれば（I）、第1期に与えられた賃金 w_1 から第2期の利子率 r_2 が、ϕ 関数から導かれる。この第2期の利子率 r_2 が求まると、ϕ 関数が第2期の賃金 w_2 を与える。これが均衡点まで続いていく。

（9）　国民年金は、このモデルに含まれる。

(10)　(56) 式において、$\beta = 0$ の場合、純粋積立方式となる。また、$\beta = \rho(1+n)$ の場合、純粋賦課方式となる。

(11)　(68) 式において、$\beta = 0$ の時、(66) 式の積立方式となり、$\beta = \rho(1+n)$ の時、(67) 式の賦課

方式と同じ式になる。

(12)　図3では、$a = 0.5,\ n = 0.03,\ b = 0.5,\ \beta = 100,\ \rho = 150$ で計算している。

(13)　これより、若年期及び老年期の消費は、それぞれ c_i^y 及び $c_i^o (i = A,\ B,\ C)$ で表される。

(14)　厳密に言えば、(84) 式の成立かつ、$w_A - w_B < \rho(n - r_B)/(1 + r_B)$ を満たせば、若年期の消費において、純粋賦課方式の方が、純粋積立方式よりも大きくなる。ただ、人口成長率が利子率よりも小さい現況を考慮すれば、(84) 式の成立は難しい。

(15)　しかし、その可能性は低い。なぜなら、(86) 式の条件の下、(85) 式の右辺第1項 $(w_C - w_B)$ は、常に正であり、第2項 $(n - r_C)$ は負、$-(n - r_B)$ は正となり、右辺全体の符号は、正となりやすい。また、(88) 式の条件の下、(85) 式の右辺第1項 $(w_C - w_B)$ は、常に正であり、第2項 $(n - r_C)$ は正、$-(n - r_B)$ は負となり、この場合も、右辺全体の符号は、正となりやすい。よって、若年期の消費は、混合方式と純粋賦課方式を比較して、混合方式の方が大きくなる可能性が高い。

(16)　例えば、(65) 式において、$a = 0.5$ の時、$w_i r_i = 0.25$ となる。つまり、制度が違っても w と r の積は、変わらない場合がある。

(17)　(94) 式は、若年期の消費における純粋賦課方式と混合方式の比較での条件 (87) 式と同じ。

参考文献

Casarico, Alessandra (1999), "Pension Systems in Open Economy," *Mimeo.*

Diamond, P. A. (1965), "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review*, Vol 55, pp. 1126-50.

Diamond, P. A. (1997), "Macroeconomic Aspects of Social Security Reform," *Brookings Papers on Economic Activity*, No. 2, pp. 1-87.

Feldstein, Martin (1995), "Would Privatizing Social Security Rise Economic Welfare?" *NBER Working Paper* 5281.

井堀利宏 (1996)『公共経済の理論』有斐閣.

牛丸　聡 (1996)『公的年金の財政方式』東洋経済新報社.

小塩隆士 (1998)『社会保障の経済学』日本評論社.

野口悠紀雄 (1984)『公共政策』岩波書店.

八田達夫・小口登良 (1989)「賦課方式から積立方式への移行」『季刊社会保障研究』Vol. 25, No. 1.

神橋園子 (1998)「公的年金の民営化」『白鷺論叢』No. 30, 大阪府立大学大学院経済学研究会, pp. 1-20.