改良型新製品の投入タイミング

改良型新製品の投入タイミング

荒　木　長　照

§1　はじめに

耐久消費財の価格は製品投入後徐々に下落する。この現象は、幅広く観測される事実である[1]。そして、この現象を説明する理論的な試みが多く存在する[2]。既存製品の価格の低下はブランドイメージさらにブランド・ロイヤルティを低下させることになる[3]。そのまま放置すれば、長期的には利潤の減少に直接結びつくことになる。この状態を改善するために、企業は適当な時点で既存製品に代替する新製品を投入する。このことによって価格水準を適当な水準まで回復させるという政策をとる[4]。本稿は、この様な企業行動を前提に、新製品の最適な投入タイミングを理論的に明らかにすることを目的としている。

企業が新製品を投入するという行為を大きく分類すると、二つの種類に分類することができる。一つは全く新しい市場に参入することであり、もうひとつは、既存製品のマイナーチェンジや、モデルチェンジに代表される改良型の投入である。前者は産業組織論の立場から、ゲーム論を用いて盛んに議論されている。一方、後者は、新たな市場への製品投入ではなく、既存製品と同じ市場

1）　Bayus (1992)、吉川（1995）を参照。

2）　例えば、Robinson and Lakhani (1975)、Dolan and Jeuland (1981)、Bass and Bultez (1982)、Kalish (1983)、Eliashberg and Jeuland (1986)、Levunthal and Purohit (1989)、Horsky (1990)、Bensanko and Winston (1990)、Bayus (1992)。

3）　例えば Moore amd Olshavsky (1989) を参照。

4）　吉川（1995）を参照。

での企業活動であるといえる。後者の意味での新製品投入は、日々行われている企業活動で、その意味では重要な意味を持っているといえる。本稿は後者を考察する。

この問題に関する先行文献は、入手可能なものでは Wilson and Norton (1989) と、荒木 (1998) の第1章とがある。Wilson and Norton は、企業が現行製品を改良した新製品を投入する計画を、現行製品と新製品が併存する場合を想定し、両者からの利潤の合計を最大にするように、投入時刻を決定する企業モデルを、価格一定で確実性下で考察している。その結果、パラメータの値によって、即時投入か、投入しないかどちらかの行動が最適となることを導いている。

Wilson and Norton モデルにおいては、投入の判断を利潤最大化によるものとしていたが、ここでは、すでに言及したように現行製品の価格水準が投入時刻の決定に短期的には重要な役割を果たすと考え、価格水準による時刻決定の問題を考察する。また、将来価格が不確実性を伴って変動する環境を想定し、新製品の投入時刻の決定問題として理論的に考察し、具体的に投入時刻を規定する価格水準を求めることにする。ところで、荒木 (1998) 第1章も、本稿と同様なモデルを用いて投入時刻の決定を考察している。しかし、これは離散モデルを用いており、近似的な解を用いての議論に留まっている。連続モデルの場合には近似解と厳密解の区別は存在しないので、本稿では連続モデルを用いて解を求める試みを行う。

想定するシナリオは次のとおりである。既存製品の価格が徐々に下落し、これを観測する企業は、既存製品の価格が適当な価格水準にまで低下した時点で、新製品を投入する。新製品は、その投入時点の既存製品よりも高いあらかじめパラメトリックに設定されたある水準の価格で市場に投入される。そして、新製品の販売は、下落する価格の適当な水準で終了する。このシナリオにおいて企業の経営者は、価格水準の決定を所与とすれば、新製品の投入時刻と販売終了時刻の二つのタイミングを決定する必要がある。

この種の問題は確率制御の一つの分析ツールである最適停止法を用いて解く

ことができる。想定するシナリオには、二つのタイミング決定問題が含まれているので、通常の最適停止法を入れ子構造で繰り返す二段階最適停止法を用いる[5)]。この方法を用いるために、上記のシナリオの新製品投入までを第一フェーズ、その後販売終了までを第二フェーズとして、分割して考えることにする。まずはじめに、第二フェーズの最適停止問題を解くことによって、新製品を投入することによって得られる価値を得ることができる。この価値を、投入することによる利得として、今度は第一フェーズの問題、つまり新製品の投入時刻決定問題を解くことになる。このようなフェーズをN回繰り返すこともできるが、本稿では最も単純な二つのフェーズからなる問題を考察する。

以下の構成は次のとおりである。§2ではまず基本的な仮定をおき、第二フェーズの解を考察する。その際、不確実性が存在する場合と、そうでない場合とを想定し、それぞれの解と価値関数とを求める。この確実性下のモデルは対照モデルであり、不確実性下モデルと整合的かどうかを見極めるためのものである。続く§3では同様に第一フェーズのモデルとその解を、確実および不確実性下で考察する。§4は解の性質を明らかにする。

§2　販売終了タイミング

耐久消費財のあるブランドの製品を供給している企業を想定する。この企業は、この現行製品と現行製品の改良型の新製品との代替を決定する。新製品は改良型であるので、現存の生産ラインをそのまま、あるいは適当に拡張して用いることができるものと考える。簡単化のために、新製品投入を決した時点で即座に製品の用意ができるものと仮定し、また両製品の併存は考えないとする。また、新製品は、所与の価格 p_n で市場に投入できるものと仮定する。このモデルでは価格決定よりも、投入タイミングに興味があるので、価格はパラメトリックに取り扱う。

5）荒木（1998）による。

この企業は観測される価格水準を、このブランドの製品に対して顧客が感じている魅力度であると認識しているものとする。そこで、価格水準の大きさによる効用水準を評価基準とし、これによって現行製品と改良型の新製品との代替、あるいは製品の販売終了を決定するものと仮定する。このとき、現在の効用水準だけで判断する場合と、将来の効用の現在価値で判断する場合とが考えられるが、ここでは長期的な視野を当該企業はもっていると考えて、後者を想定する。

さて、この節で考察する第二フェーズは新製品投入から販売終了までの期間である。まず対照モデルとして、確実性下のモデルを考察する。

・確実性下モデル

$p>0$ を t 時点における当該耐久消費財の価格とする。企業は何ら不確実性なく、この価格水準を観測することができるうえに、価格は次の単純な微分方程式にしたがって、何ら不確実性を伴うことなく実現するものと仮定する。

(2.1) $dp=\alpha_2 p\,dt$、$\alpha_2<0$

$\alpha_2<0$ の仮定は耐久消費財の価格が時間とともに減少するという性質を表している。

t 時点での価格表示による効用関数を $u\,(p_t)$ で表し、現在の価格のみの関数で、時間から独立とする。販売終了の際の価格水準は、当該製品さらには企業自身に対する消費者の評価であるので、企業の継続性を考えれば、今後の新たな企業活動にとって、販売終了時点での価格水準は高い方が好ましいといえる。そこで、この時点での評価 $S\,(p)$ を、次のような価格のアフィン型増加関数と仮定する。

(2.2) $S(p)=ap+b,\ a>0,\ b>0$

この価値は価格の観測を停止するときの利得であるので、停止利得と呼ばれる。

さて、割引率を $r>0$ として、企業の目的関数を価格に依存したリスク中

立的な効用とし、パラメータ節約のために $u(p)=p$ とする。新製品投入時刻を便宜的に0とし、販売終了時刻を τ とすると、企業の目的関数は次式となる。

$$J_2(p_0,\tau)=\int_0^{\tau}e^{-rs}p(s)\,ds+e^{-r\tau}(ap(\tau)+b) \tag{2.3}$$

確実性下の終了時刻決定問題は、(2.1)の制約のもとで(2.3)式を最大にすべく τ を決定することとなる。実際に計算してみると、

$$\begin{aligned}\frac{\partial J}{\partial\tau}&=e^{-r\tau}\{A\,p(\tau)-rb\}=e^{-r\tau}\{A\,p_0\,e^{\alpha_2\tau}-rb\}\\ \frac{\partial^2 J}{\partial\tau^2}&=e^{-r\tau}\{A(\alpha_2-r)\,p_0e^{\alpha_2\tau}+r^2b\}\end{aligned} \tag{2.4}$$

を得る。ただし、(2.4)式において

$$A=1-(r-\alpha_2)\,a>0 \tag{2.5}$$

とおけば、仮定(2.5)の下で、$\partial^2J/\partial\tau^2<0$ となる十分大きな p_0 について、この問題には一意的な正値解が存在することがわかる。以下(2.5)式と十分大きな p_0 を仮定する。よって、最適な販売終了時刻に対応する価格水準(これを単に閾値と呼ぶ)、すなわち、確実性下の閾値を ξ_2^d とすると、この値は

$$\xi_2^d=\frac{rb}{1-(r-\alpha_2)a} \tag{2.6}$$

となる。この価格水準を観測したときに、新製品の販売を終了することで長期的な効用の現在価値が最大化できる。

さて、確実性下の解(2.6)は次のように解釈することができる。まず、(2.6)式の両辺に dt をかけて、次のように変形する。

$$\xi_2^d\,dt=r(a\,\xi_2^d+b)\,dt+a(-\alpha_2\,\xi_2^d)\,dt \tag{2.7}$$

(2.7)式の左辺は極く短い時間 dt のあいだ、市場にこの企業が新製品を

供給することで得られる効用である。一方、右辺第一項は同様に極く短い時間内に、新製品を供給し続けることで諦めざるを得ない将来効用の価値、すなわちこれは機会費用である。右辺の第二項は同様の行動によって、製品の価格が減少してしまうことによって、もし終了していたら手にしていたであろう効用の目減り分の機会費用である。

仮に、この企業が t 時点において製品を販売していて、価格水準として $p(t) > \xi_2^d$ を観測したとしよう。このときには製品を供給することが明かに有利であることがわかる。したがって、もうしばらくこの企業は製品の販売終了を手控えるべきである。一方、$p(t) < \xi_2^d$ を観測したとしよう。このときには逆に、製品の人気が低下することによって生ずる機会費用を、現在の効用水準によってまかなうことができない。したがって、この場合にはこの企業は製品の即時販売終了を行ったほうが有利となる。よってこれら二つの条件の臨界的なケースである（２．７）式が販売終了の閾値になる、と解釈することができる。

（２．６）式を用いれば、価格 p_n で新製品を投入することで、投入時点から販売終了までに得られる、投入時点での価値 $J_2^d(p_n)$ を得ることができる。次のようになる、

$$(2.8) \qquad J_2^d(p_n) = \max_{\tau} J_2(p_n, \tau) = \frac{p_n}{r-\alpha} - \left(\frac{\xi_2^d}{p_n}\right)^{\frac{-r}{\alpha_2}} \left(\frac{\xi_2^d}{r-\alpha} - a\,\xi_2^d - b\right)$$

この式が、第一フェーズの停止利得である。

・不確実性下モデル

次に、価格に不確実性が存在するモデルを設定する。この企業は期待効用の現在価値を最大にするように最適なタイミングを決定するものとする。

さて、価格は次のような伊藤型の確率微分方程式にしたがうものとする。

$$(2.9) \qquad dp = \alpha_2 p\, dt + \sigma_2 p\, dW_2$$

ただし、W_2 は標準ウイナー過程で、パラメータに関して次の不等式を仮定する.

(2.10)　$\sigma_2^2 < -\alpha_2,\ \alpha_2 < 0$

(2 . 9) はオプション理論や投資理論[6]で周知の拡散確率過程であり、価格 p は対数正規分布にしたがい、確率1で非負の値をとることがわかっている[7]。仮定 (2.10) は次のことを意味する。すなわち、価格は平均して縮小してゆくが、その速度は確率的撹乱によって価格の縮小傾向が見失われるほどに小さくはないということである。

さて、企業の目的関数は、これまで同様の特定化によって、次のような条件付き期待値として定式化することができる。

(2.11)　$$J(p) = E\left[\int_0^\tau e^{-rs}p(s)\,ds + e^{-r\tau}(ap(\tau)+b) \mid p(0) = p\right]$$

ただし、販売終了時刻に関しては確率1で $0 \leqq \tau < \infty$ が成立するものと仮定して以下議論する。

以上から、当該企業のタイミング決定問題は、(2 . 9) および (2.10) の制約のもとで、(2.11) 式を最大にすべく最適な時刻 τ を決定することになる。時間について連続な確率過程上での最適停止問題は、変分不等式によってこの解を見つけることができる。Bensoussan and Lions (1982) Theorem3.1 p.305 によると、次の (2.12) (2.13) を満たす解 $v(p)$ が一意的に存在する。

(2.12)　$$Av(p)+rv(p) = p,\ v(p) \geq ap+b \quad for \quad p \in C_2$$

(2.13)　$$Av(p)+rv(p) \geq p,\ v(p) = ap+b \quad for \quad p \notin C_2$$

ただし、

$$A = -\frac{1}{2}(\sigma_2 p)^2\frac{d^2}{dp^2} - \alpha_2 p\frac{d}{dp}\quad、C_2 = \{p\,;\,v(p) > ap+b\}$$

---

6) 代表的な書物としては Merton (1990) や Dixit and Pindyck (1994) がある。

7) 例えば、Duffie (1992) を参照。

である。しかもこのとき $v(p)=\sup_{\tau} J(p)$ であることが証明されており、最適停止時刻、すなわちこの場合、最適販売終了時刻は $\tau^{*}=\inf\{t;\, p(t)\notin C_2\}$ で表される。集合 C_2 は企業が販売終了を見送るべき価格水準の集合で、継続して価格を観測すべき継続領域である。価格 p の連続性から、観測される価格が最初にこの集合 C_2 から離脱するとき、つまり $v(p)=ap+b$ なる p を企業が観測したときが販売を終了すべき時刻である。

まず、数学的に（2.12）および（2.13）の解を求めてみよう。$\xi_2\in\partial C_2$（つまり閾値）と定義して、上の微分方程式を、value-matching 条件（$v(\xi)=a\xi+b$）、および smooth-passing 条件（$v'(\xi)=a$）を用いて解くことにする。（2.12）と（2.13）によると、この企業が価格を観測しているときには、当該企業の期待価値 $v(p)$ は微分方程式（2.12）に従わければならない。そして閾値を観測したときには $v(p)=ap+b$ となっていなければならないから、結局、value-matching 条件を一つの境界条件とし、連続な解をえるために smooth-passing 条件をもう一つの境界条件として解けばよい。

このようにして（2.12）を解くと次のような解をえる。

$$v(p)=\frac{1}{\lambda_2-\gamma_2}\left[\left\{\left((1-\gamma_2)a-\frac{1-\gamma_2}{r-\alpha_2}\right)\xi_2^{1-\lambda_2}-\gamma_2 b\,\xi_2^{-\lambda_2}\right\}p^{\lambda_2}+\left\{\left((\lambda_2-1)a-\frac{\lambda_2-1}{r-\alpha_2}\right)\xi_2^{1-\gamma_2}+\lambda_2 b\xi_2^{-\gamma_2}\right\}p^{\gamma_2}\right]+\frac{p}{r-\alpha_2} \tag{2.14}$$

ただし、

$$\lambda_2=\frac{-\left(\frac{2\alpha_2}{\sigma_2^2}-1\right)-\sqrt{\left(\frac{2\alpha_2}{\sigma_2^2}-1\right)^2+\frac{8r}{\sigma_2^2}}}{2},$$

$$\gamma_2=\frac{-\left(\frac{2\alpha_2}{\sigma_2^2}-1\right)+\sqrt{\left(\frac{2\alpha_2}{\sigma_2^2}-1\right)^2+\frac{8r}{\sigma_2^2}}}{2}$$

とする。$\lambda_2<0<1<\gamma_2$ である。

さて、（2.14）から明らかなように停止境界 ξ_2 が未決定のままである。新たな境界条件によって自由境界を決定することにしよう。赤壁（1988）と同じ

方法による。この方法は、次の（2.15）式から閾値を定める方法である。

（2.15）　$v_{pp}|_{p=\xi_2} = -\xi_2 v_{ppp}|_{p=\xi_2}$

（2.15）の左辺は$v(p)$を価格で二階微分したものの閾値での評価値であるので、これは価格に関する加速度である。右辺はこの加速度に内在するより高次の力である。したがって、（2.15）は、これら二つの力が閾値に対応する価格でバランスすることを意味している。

（2.15）から閾値を求めると次のようになる。

（2.16）　$$\xi_2 = \frac{rb}{1-(r-\alpha_2)a}\frac{2\alpha_2+\sigma_2^2}{2\alpha_2} = \xi_2^d \cdot \frac{2\alpha_2+\sigma_2^2}{2\alpha_2}$$

次に（2.13）であるが、一番目の不等式が成立していると仮定すると、

$$p \leq \frac{rb}{1-(r-\alpha_2)a}、p \notin C_2$$

が成り立たなくてはならない。ところが、（2.16）より$\xi_2 < \xi_2^d$であるから、$p \leq \xi_2$に関してこの不等式はたしかに成立する。

以上から、最適に決定された販売終了時点までに得られる価値関数を

（2.17）　$J_2(p) = \sup_\tau J(p)$

のように表現すると、この関数は、

（2.18）　$$J_2(p) = \begin{cases} (2.14) & p \geq \xi_2 \\ ap+b & p < \xi_2 \end{cases}$$

となる。よって、価格を観測すべき継続領域C_2は、$C_2 = [\xi_2, p_n]$と表現することができる（図1参照）。また、価格p_nで新製品を投入することで、販売終了までに得られる価値は、（2.18）において$J_2(p_n)$と表現することができる。ところで、企業モデルのうち長期利潤最大化モデルの場合の価値関数は、企業価値を表す。本稿のモデルは価格によって製品の投入を決定するモデルである。したがって、（2.18）で定義される価値関数、あるいは以下の第一フェーズに

関する価値関数は、製品（ブランド）のもつ市場における価値を意味するものである。

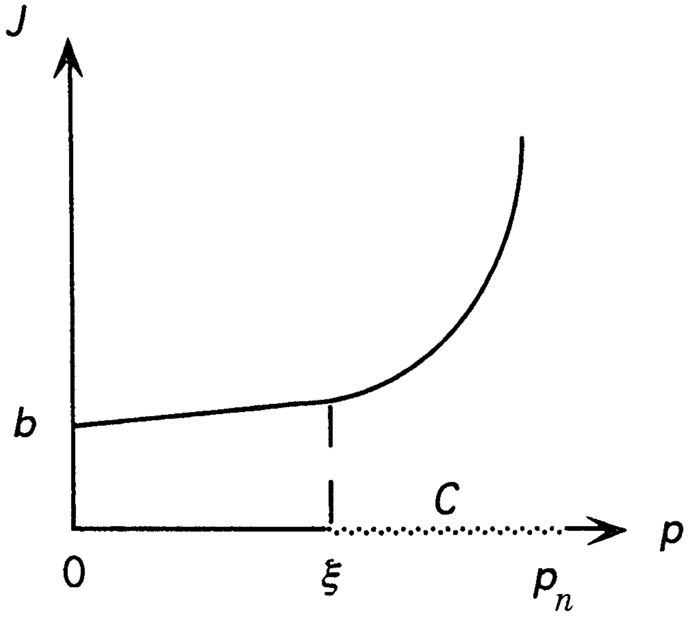

図１　価値関数の概形と継続領域 C

最後に、（2.16）において、$\sigma_2 \to 0$ とすると $\xi_2 \to \xi_2^d$ となることがわかる。つまり、不確実性下の閾値が確実性下の閾値に収束することが確かめられる。このことは、不確実性下のモデルが確実性下のモデルの確率的な一般化となっていることを意味している。

§3　新製品投入タイミング

先の結果を用いて第一フェーズの閾値、即ち最適な新製品投入価格を求める。

・確実性下モデル

価格は前節同様に、次の単純な微分方程式にしたがって、何ら不確実性を伴うことなく実現するものと仮定する。

（3．1）　$dp = \alpha_1 p\, dt$ 、$\alpha_1 < 0$

第一フェーズの停止利得は、第二フェーズの $p = p_n$ の価値関数の値、即ち（2．8）式の $J_2^d(p_n)$ であるから、結局企業の目的関数は、

（3．2）　$J_1(p_0, \tau) = \int_0^\tau e^{-rs} p(s)ds + e^{-r\tau} J_2^d(p_n)$

となる。この問題の解は、

（3．3）　$\xi_1^d = rJ_2^d(p_n)$

となる。

・**不確実性下モデル**

次に、価格に不確実性が存在するモデルの解であるが、これも前節と同様の次のような伊藤型の確率微分方程式に価格がしたがうものと仮定する。

（3．4）　$dp = \alpha_1 p\, dt + \sigma_1 p\, dW_1$

（3．5）　$\sigma_1^2 < -\alpha_1,\ \alpha_1 < 0$

第一フェーズの停止利得は（2．18）であるが、新製品の価格 p_n は第二フェーズの継続領域即ち、製品を販売すべき価格の集合に属していないとモデルとしての意味が存在しない。つまり、$p_n \in C_2$ でなければならない。このことは、（2．14）および（2．18）より次のことを意味する。

（3．6）

$$J_2(p_n) = \frac{1}{\lambda_2 - \gamma_2}\left[\left\{\left((1-\gamma_2)a - \frac{1-\gamma_2}{r-\alpha_2}\right)\xi_2^{1-\lambda_2} - \gamma_2 b\, \xi_2^{-\lambda_2}\right\} p_n^{\lambda_2} + \left\{\left((\lambda_2 - 1)a - \frac{\lambda_2 - 1}{r-\alpha_2}\right)\xi_2^{1-\gamma_2} + \lambda_2 b\, \xi_2^{-\gamma_2}\right\} p_n^{\gamma_2}\right] + \frac{p_n}{r-\alpha_2}$$

したがって、（3．6）を停止利得として、前節と同様に第二フェーズの問題

を解くと、新製品投入の閾値は、

$$(3.7)\qquad \xi_1 = rJ_2(p_n)\frac{2\alpha_1+\sigma_1^2}{2\alpha_1}$$

となる。

前節と同様に、閾値（3.7）の$\sigma_1 \to 0$のときの妥当性を確かめる。比較のためには第二フェーズは確実性下のモデルとする必要があるから、$J_2(p_n) = J_2^d(p_n)$でなければならない。したがって、（3.3）より、

$$(3.8)\qquad \xi_1 \to rJ_2(p_n) = rJ_2^d(p_n) = \xi_1^d$$

となり、確実性下の閾値に収束することがわかる。

パラメータの値を $r = 0.03,\ \alpha_1 = \alpha_2 = -0.1,\ \sigma_1 = 0.1,\ \sigma_2 = 0.3,\ a = 1,$

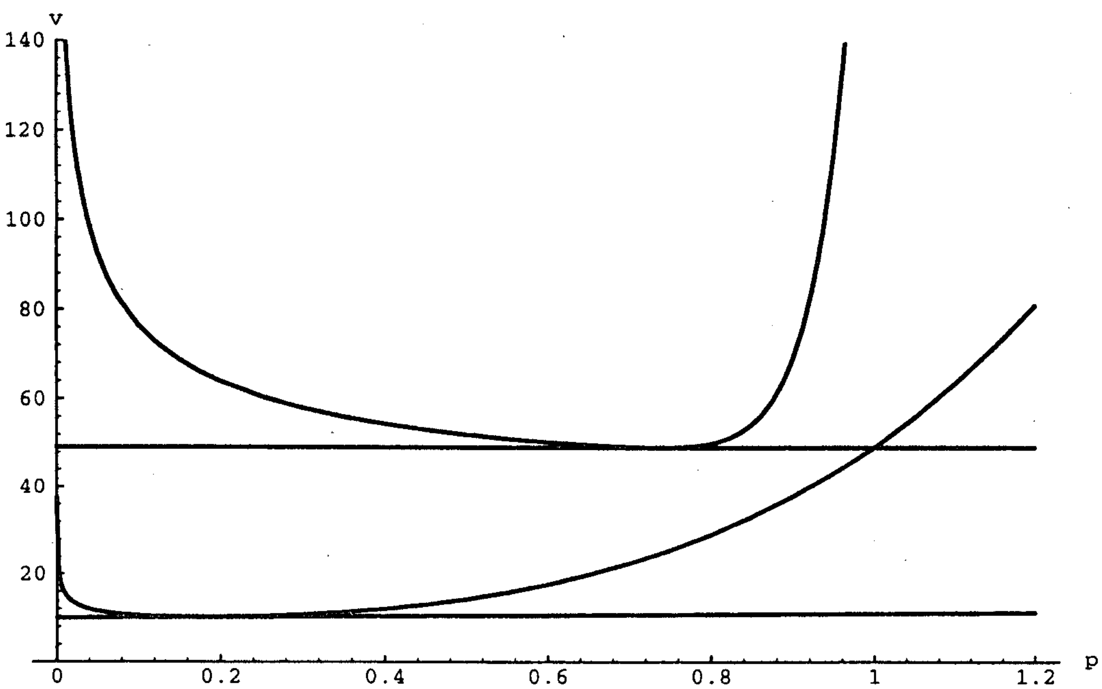

図２　数値列 $r = 0.03,\ \alpha_1 = \alpha_2 = -0.1,\ \sigma_1 = 0.1,\ \sigma_2 = 0.3$

$a = 1,\ b = 10,\ p_n = 1.0$

このときの閾値は $\xi_1 = 0.737477,\ \xi_2 = 0.189655$

図中の上方のグラフの組が第一フェーズ、

下方が第二フェーズに対応している。

$b = 1.0,\ p_n = 1.0$ として、それぞれのフェーズの停止利得と関数 $v(p)$ とをグラフにしたものが図2である。それぞれの閾値は $\xi_1 = 0.737477,\ \xi_2 = 0.189655$ となる。

§4　解の満たすべき条件と性質

各フェーズにおける解の存在のための条件は、それぞれ（2.1）（2.5）と（2.10)、および（3.1）と（3.5）であった。二つのフェーズをつなぎあわせて、さらに意味のあるものにするためには、追加的な条件が必要になる。

十分大きな初期価格 p_0 で既存製品の価格過程が始まると考える。やがて、新製品投入の閾値 ξ_1 を観測した時点で、既存製品は新製品に代替される。新製品の初期投入価格は仮定から、パラメータ p_n である。この価格で始まる新製品の販売活動は、第二フェーズの閾値 ξ_2 を観測した時点で終了する。したがって、

$$(4.1)\qquad p_0 > \xi_1 \text{ かつ } p_n > \xi_1 \text{ かつ } p_n > \xi_2$$

でなければならないことがわかる。第一不等式の意味は明かである。また、第二フェーズの継続領域 C_2 は区間 $[\xi_2,\ p_n]$ であるから、（4.1）の第二および第三不等式は新製品投入後販売終了までに幾ばくかの時間が存在すること、したがって、新製品投入に意味があることを述べていると解釈することができる。理論的にはこれ以上の条件はないが、$\xi_1 > \xi_2$ が成立するほうが現実的であると思われる。

解の存在のための条件と（4.1）とが成立する場合に、新製品投入の閾値 ξ_1 の性質を調べることにしよう。まず、σ_1 は第二フェーズに影響を与えないから、閾値に与える影響を簡単に知ることができる。すなわち、（3.7）より、

$$(4.2)\qquad \frac{\partial \xi_1}{\partial \sigma_1} = rJ_2(p_n)\frac{\sigma_1}{\alpha_1} < 0$$

となる。また、価格の減少傾向を表すパラメータ α_1 についても容易に調べる

ことができる。すなわち、

$$\text{(4.3)} \quad \frac{\partial \xi_1}{\partial \alpha_1} = rJ_2(p_n)\frac{-\sigma_1^2}{2\alpha_1^2} < 0$$

となる。

σ_1 の増加は、既存製品の将来価格に関する不確実性の増加を意味する。したがって、(4.2)の結果は、不確実性の増加によって暫時価格の変動を見極めようという効果が働いていると考えることができる。また、(4.3)は既存製品の価格がより大きくに下落すると見込まれる（α_1 の減少）ときには、価格が比較的高いときに新製品を投入したほうが有利であることを意味している。

他のパラメータは、新製品販売の価値である $J_2(p_n)$ をとおして、ξ_1 に対して複雑な影響を及ぼすので、解析的に明確な結論を得るのは困難であると予想される。そこで、限られた範囲ではあるが、数値計算によって効果を調べることにする。

ところで、閾値 ξ_1 は新製品投入のシグナルではあるが、これはあくまでも既存製品の価格水準である。この既存製品の意思決定価格に、新製品の価格経路に関するパラメータ、例えば σ_2 や α_2 や r が、フェーズを越えて影響を及ぼすということは極めて興味深いところである。

さて、パラメータとして、先の数値例の値を用いることにする。すなわち、$r = 0.03,\ \alpha_1 = \alpha_2 = -0.1,\ \sigma_1 = 0.1,\ \sigma_2 = 0.3,\ a = 1,\ b = 10,\ p_n = 1.0$ を基本値として、σ_2 、α_2 と r の値をそれぞれ変化させて、グラフにする。その結果が次の図3、図4そして図5である。

投資理論などの企業問題に応用される通常の（一段階の）停止モデルでは、不確実性は閾値に負の効果をもたらす場合が多い[9]。ところが、図3からわかるように、新製品の価格不確実性は、販売終了の閾値 ξ_2 に対しては負の効果をもつのに対して、新製品投入の閾値 ξ_1 に対しては単調な効果をもたらさない。この数値例からわかることは、新製品の価格の不確実性が相対的に高い場

9） 例えば、Dixit and Pindyck (1994) を参照。

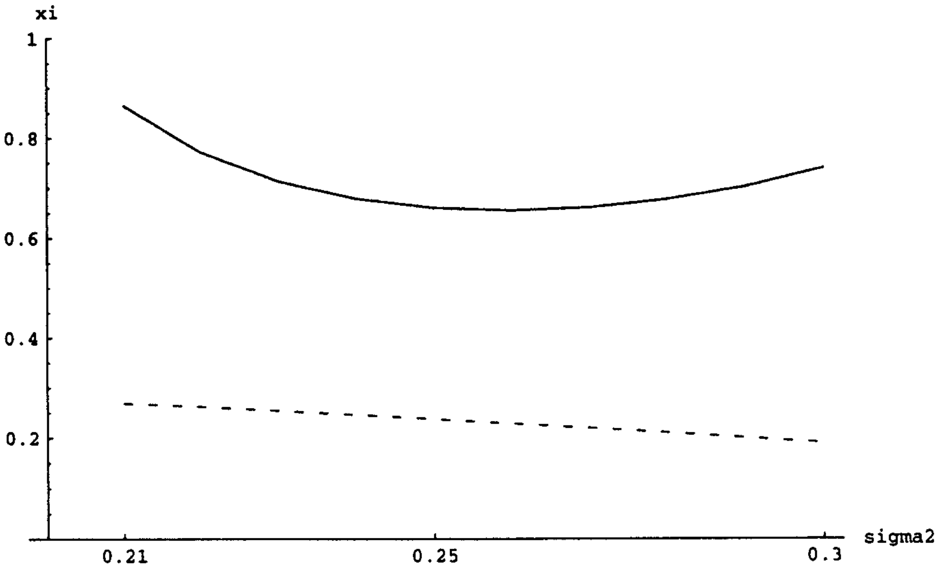

図3　$r=0.03,\ \alpha_1=\alpha_2=-0.1,\ \sigma_1=0.1,\ a=1,\ b=10,\ p_n=1.0$ で
σ_2 が0.21から0.3の間で変化する。実線が ξ_1 の値を、
点線が ξ_2 の値をそれぞれ表している。

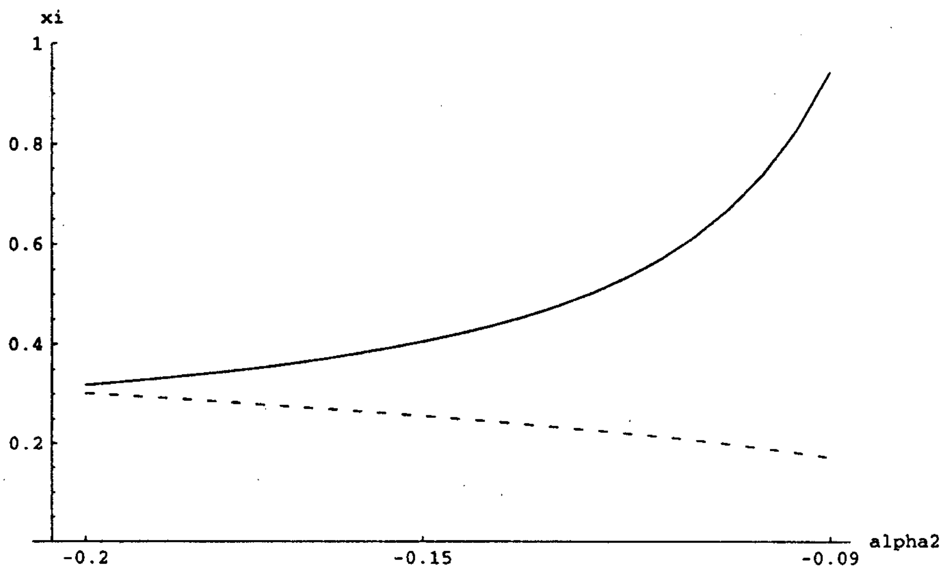

図4　$r=0.03,\ \alpha_1=-0.1,\ \sigma_1=0.1,\ \sigma_2=0.3,\ a=1,\ b=10,\ p_n=1.0$ で
α_2 が-0.2から-0.09の間で変化する。実線が ξ_1 の値を、
点線が ξ_2 の値をそれぞれ表している。

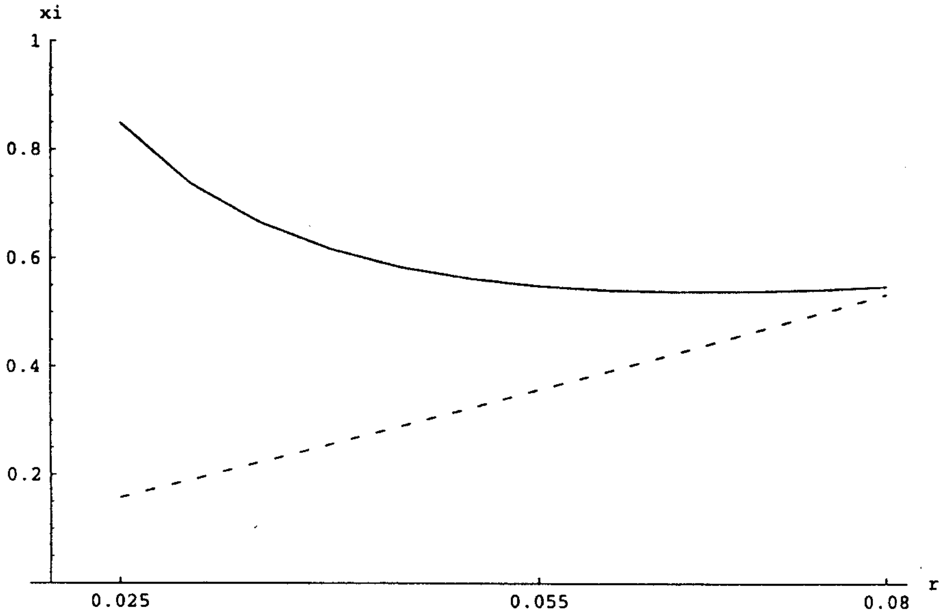

図 5 $\alpha_1 = \alpha_2 = -0.1,\ \sigma_1 = 0.1,\ \sigma_2 = 0.3,\ a = 1,\ b = 10,\ p_n = 1.0$ で r が0.0.25から0.8の間で変化する。実線が ξ_1 の値を、点線が ξ_2 の値をそれぞれ表している。

合には、価格を高い価格で投入しようというインセンティブが、不確実性が相対的に低い場合には、価格をさらに観測しようというインセンティブが働いていているということである。

図 5 の割引率の効果についても非単調である。将来を相対的に大きく評価する場合（小さい値の r）には、閾値 ξ_1 は ξ_2 とは逆に減少する。これは、割引率の増加が第二フェーズの価値 $J_2(p_n)$ の値の大きな減少を引き起こすことによるものと考えられる。将来の新製品投入の価値の大きな減少によって、相対的に現行製品の販売がより魅力的になり、低い価格まで現行製品を販売しようという動機が働いているものと考えることができる。将来を低く評価する場合（大きい値の r）には、わずかではあるが閾値 ξ_1 は ξ_2 と同様に増加している。この場合には、$J_2(p_n)$ の値はあまり減少しないかあるいは若干増加していると考えられる。したがって、先のケースとは逆の状況が発生していると考えることができる。

新製品の価格の平均下落率に関しては単調である。図4から、ξ_2 は減少的で ξ_1 は増加的である。この数値例の場合、価格が大きく下落する（α の減少）とき販売終了価格 ξ_2 は上昇する。つまり価格が大きく下落するときには、高い価格でも販売を見切ってしまうことのほうが、時間コストを考えると有利であることになる。このことが新製品の販売による価値 $J_2(p_n)$ を減少させることになり、結局、割引率の変化の効果と同様に、相対的に現行製品の販売がより魅力的になり、低い価格まで現行製品を販売しようという動機が働いているものと解釈することができる。

§5　結論

価格水準によって当該製品が評価され、その評価による効用によって新製品の投入を決定する単純なモデルを考えた。新製品の投入価格はあらかじめ決定されているという仮定のもとで、現行製品から新製品への切り替えタイミングと、新製品の販売終了タイミングの二つの決定（閾値の決定）を、二段階最適停止法を用いて議論した。その結果、両タイミングを規定する閾値をパラメータだけで表現することができた。また、それぞれのフェーズの確実性下モデルを対象モデルとして検討し、不確実性下モデルが確実性下モデルの確率的一般化になっていることも確認できた。

こうして得られた、投入を決定すべき現行製品の価格（閾値）のパラメータに対する性質を、解析的あるいは数値計算によって調べた。既存製品の価格の不確実性と平均下落率に対しては、新製品の投入の閾値は負の効果をもつことがわかった。さらに、数値計算によって、第二フェーズの製品価格の不確実性の程度を表すパラメータ σ_2 に対しては、通常の投資理論にような負の関係ではなく、非単調な関係であることがわかった。また、割引率に関しても非単調な関係であることがわかった。価格の平均下落率に関しては、既存品のケースとは逆に正の関係があることがわかった。

本稿の二段階最適停止法は、理論的には、“N段階最適停止法”に拡張する

こともできる。このような拡張によって、例えば新製品開発の周期を求めることもできる。この問題は大変興味深い問題であるので、別の機会に分析を試みたいと考えている。

参考文献

[1] 赤壁弘康 (1988)、"資本設備の最適 lifetime"、『神戸学院大学経済学論集』、20、2、223-239.

[2] 荒木 (1998)、"新製品の投入と受容のタイミング"、未定稿。

[4] 古川一郎 (1995)、"日本企業のプライシング・プラクティクス"、上田隆穂編著『価格決定のマーケティング』、第1章、有斐閣。

[5] Bass, F. and A. Bultez (1982), "A Note on Optimal Strategic Pricing of Technological Innovations," *Marketing Science,* Vol.1, No.4, pp.371-378.

[6] Bayus B. L. (1992), "The Dynamic Pricing of Next Generation Consumer Durables," *Marketing Science,* Vol.11, 3, pp.251-265.

[7] Bensanko, D. and W. Winston (1990), "Optimal Price Skimming by a Monopolist Facing Rational Consumers," *Management Science,* Vol.36, No.5, pp.555-567.

[8] Bensoussan, A. and J. Lions (1982), *Applications of Variational Inequalities in Stochastic Control,* North-Holland.

[9] Dixit, A. K. and R. S. Pindyck (1994), *Investment under Uncertainty,* Princeton University Press.

[10] Dolan, R. and A. Jeuland (1981), "Experience Curves and Dynamic Demand Models: Implications for Optimal Pricing Strategies," *Journal of Marketing,* Vol.45, No.1 ,pp.52-62.

[11] Duffie, D. (1992), *Dynamic Asset Pricing Theory,* Princeton University Press.

[12] Eliashberg J. and A. P. Jeuland (1986), "The Impact of Competitive Entry in a Developing Market upon Dynamic Pricing Strategies," *Marketing Science,* Vol.5, No.1, pp.20-36.

[13] Horsky, D. (1990), "A Diffusion Model Incorporating Product Benefits, Price, Income and Information," *Marketing Science,* Vol.9, No.4, pp.342-365.

[14] Kalish, S. (1983), "Monopolist Pricing with Dynamic Demand and Production Cost," *Marketing Science,* Vol.2, No.2 ,pp.135-159.

[15] Levunthal D. A. and D. Purohit (1989), "Durable Goods and Product

Obsolescence," *Marketing Science*, Vol.8, No.1, pp.35-56.

[16] Merton, R. C. (1990), *Continuous-Time Finance*, Basil Blackwell.

[17] Moore, D. J. and W. Olshavsky (1989), "Brand Choice and Deep Price Discounts," *Psychology and Marketing*, Vol.6, No.3, pp.181-196.

[18] Robinson, B. and C. Lakhani (1975), "Dynamic Price Models For New Product Planning," *Management Science*, Vol.21, 10, pp.1113-1122.

[19] Wilson, L. O. and J. A. Norton (1989), "Optimal entry time for a product line extention," *Marketing Science*, Vol.8, No.1, pp.1-17.