計画経済の動学的安定性 (大野吉輝教授還暦記念号)

計画経済の動学的安定性

宮　本　勝　浩

二十世紀末になり世界の経済体制が大変革を遂げようとしている。ソ連はこれまで七十数年間維持してきた「計画経済体制」を放棄し，これまで批判しつづけてきた「市場メカニズム」を一部採り入れようとしてきている。ソ連が「計画経済体制」から一部市場経済を導入する「混合経済体制」に変換する理由については，これまで計画経済・指令経済の非効率性をはじめとする多くの意見が論述されている。本論では，計画経済・指令経済の動学的不安定性について理論的に考察し，計画経済崩壊の一要因を分析してみる。

第１節　ノルマチーフとボーナス

計画経済システムは生産面を単純図式化すれば，経済情報を完全掌握していると仮定し経済をコントロールする全権を持つ中央計画当局と実際の生活活動を行う生産主体・国有企業から成立している。中央計画当局は，国民が所有していると想像する財・サービスに対する選好，国有企業の保有する資材・機械設備，雇用している労働量，過去の生産実績等の生産能力に関する情報，さらに国が保有する利用可能な諸資源の量などについての情報をすべて保有するものと仮定されている。他方，国有企業は中央計画当局から命じられるノルマチーフ（計画目標，成功指標）と供与される資材の量に応じて生産活動を行い，生産物を政府の命じる他の国有企業または国営機関に納入し，収入より賃金その他の必要費用を支払い，フォンド（基金）としてその国有企業に保留する権利を認められている利潤の一部を除いて大部分の利潤を国へ納入する。さらに，このような生産システムを更に効率良くするためにボーナスシステムが導入されている。これはノルマチーフを越える生産実績をあげた国有企業に対しボーナスを与えるシステムであり，労働のインセンティブを高めることを目的とし

たものであり，代表的なものとして次の三つのタイプのボーナス関数が考えられている。

(1) 第１のボーナス関数

$$B=\overline{B}+b\ (Y-X),\quad (Y\geqq X),$$
$$B=0,\quad (Y<X).$$

ここでBはボーナス総額，$\overline{B}$は生産実績がノルマチーフに達した時得られる定額ボーナス，ｂは出来高ボーナスを決定するボーナス・パラメーター，Ｙは生産実績，Ｘはノルマチーフ，ｂ（Ｙ－Ｘ）は生産実績がノルマチーフを越える時に与えられる出来高ボーナスを表している。この第１のボーナス関数は生産実績がノルマチーフを越えた場合に，その出来高に応じてボーナスが支払われ，生産実績がノルマチーフに達しない場合はボーナスはなく，規定賃金のみが支払われることを意味している。

(2) 第２のボーナス関数

$$B=bX+kb\ (Y-X),$$
$$Y\geqq X \text{の時} \quad 0<k<1,$$
$$Y<X \text{の時} \quad k>1.$$

ここでｋは調整パラメーターを表している。第２のボーナス関数は，第１のボーナス関数の持つ欠点を修正したものである。第１のボーナス関数は $\frac{\partial B}{\partial X}<0$ の性質を持つことから，国有企業は生産実績を高めるよりも低ノルマを獲得するための努力を行うようになった。第２のボーナス関数は，

$$\frac{\partial B}{\partial X}=b(1-k),$$

の性質を持ちＹ≧Ｘの時は０＜ｋ＜１の条件よりこの式は正の値をとる。つまり低ノルマ獲得はボーナスの減少に繋がることになる。またＹ＜Ｘの時，当然ノルマチーフを下げねばならないのでこの値は負となる。つまり第２のボーナス関数は低ノルマ獲得競争を諌めるものであった。

(3) 第３のボーナス関数

$$B=\bar{B}+\beta(\hat{X}-X)+\alpha(Y-\hat{X}),\quad (Y\geqq X),$$

$$B=\bar{B}+\beta(\hat{X}-X)+\gamma(Y-\hat{X}).\quad (Y\geqq X).$$

ここで，$\hat{X}$ は企業が中央計画当局に申請する国有企業自身の計画目標値である。α，β，γ はボーナス・パラメーターであり，$\gamma>\beta>\alpha>0$，の関係があるものとする。このボーナス関数は，国有企業にも自主性・自由度を与えるために考案されたもので，国有企業に自主性を与えれば生産増加に繋がると考えられたからである。しかしこの関数も第１のボーナス関数と同じ $\frac{\partial B}{\partial X}<0$ の性質を持ち，国有企業が低いノルマチーフを獲得するため熱中することになった。

次に，中央計画当局はどのような関数を用いてノルマチーフを決定しているかを分析する。これについても種々の関数型が考えられている。

(1) 第１のノルマチーフ関数

$$X(t)=X(t-1)+\alpha\,(Y(t-1)-X(t-1)).$$

ここで t は時間（期間），α はノルマ・パラメーター（$\alpha>0$）を表している。第１のノルマ関数は，今期の生産ノルマは前期の生産実績が前期のノルマを上回った場合には前期の生産ノルマより高い値で決定され，逆の場合は今期の生産ノルマは前期より低い値で設定されることをしめしている。

(2) 第２のノルマチーフ関数

$$X(t)=(1+\alpha)\,Y(t-1).$$

この関数は，今期の生産ノルマは前期の生産実績に応じて決められるもので，日本の多くの企業で採り入れられているものである。

(3) 第3のノルマチーフ関数

$$X(t) = (1+\alpha)\,X(t-1).$$

この関数は，今期の生産ノルマは前期の生産ノルマにのみ応じて決められるもので，計画経済体制ではかなり現実的に採用されたものである。

第2節 経済モデル(1)

本節では，計画経済の動学的分析を行い，その安定性，不安定性について考察してみる。

まず，中央計画当局の設定するノルマチーフを第1の関数型と仮定する。

$$X(t+1)=X(t)+\alpha\,(Y(t)-X(t)). \quad \cdots (1)$$

前節でのべたように$X(t)$はt期のノルマチーフ，$Y(t)$はt期の生産実績，αはノルマパラメーター（$0<\alpha<1$）とする。このノルマチーフ関数では，前期の生産実績がその期のノルマチーフを上回った場合には次期のノルマチーフは微増し，逆の場合には微減することをしめしている。

次に，この経済モデルではやや分権的な計画経済を考え，生産主体の国有企業はある程度自主的に生産活動を行うと仮定する。国有企業は過去の生産実績をベースに，中央計画当局が決めたノルマチーフを考慮して今期の生産量を決定すると仮定する。

そして，この経済モデルにおいて中央計画当局の国有企業に発するノルマチーフは期末に与えられ，それが国有企業の次期の生産に影響を与えると仮定する。

この国有企業の生産決定量関数は次式で与えられる。

$$Y(t+1)=\beta X(t)+Y(t). \quad \cdots (2)$$

ここでβは国有企業の生産決定に与えるノルマチーフの影響を与える調整パラメーターである（$0<\beta<1$）。

（1）本経済モデルの分析に際し，和田貞夫大阪府立大学名誉教授より非常に有意義なコメントをいただいた。深く感謝する次第です。

第(1)，第(2)式による生産実績Y(t)，ノルマチーフX(t)の連立差分方程式体系が本論で議論される動学的経済モデルの基本体系である。

第3節　動学安定性

x(t)，y(t)をそれぞれX(t)，Y(t)の実現値の均衡値からの乖離を表す変数とする。そうすると連立差分方程式体系は次式で表される。

$$\begin{aligned} x(t+1) &= (1-\alpha)x(t)+\alpha y(t), \\ y(t+1) &= \beta x(t)+y(t). \end{aligned} \qquad \cdots\cdots (3)$$

この連立差分方程式はx(t)に関する二次の差分方程式に変形することができる。

$$x(t+2)-(2-\alpha)x(t+1)+(1-\alpha(1+\beta))x(t)=0. \qquad \cdots\cdots (4)$$

この特性方程式は次式で表される。

$$\lambda^2-(2-\alpha)\lambda+1-\alpha(1+\beta)=0. \qquad \cdots\cdots (5)$$

特性根はλ_1，λ_2で表す。

$$\lambda_1,\ \lambda_2=\frac{2-\alpha\pm\sqrt{(\alpha^2+4\alpha\beta)}}{2}.$$

ここで単純化のために調整パラメーターβを次の二つの値の場合について分析を行う。

(Case 1)　$\beta=\dfrac{1-2\alpha}{4\alpha}$　の場合

この場合特性根λ_1，λ_2は次の値をとる。

$$\lambda_1=\frac{3-2\alpha}{2}, \qquad \lambda_2=\frac{1}{2}.$$

そして一般解x(t)，y(t)は次式で表される。

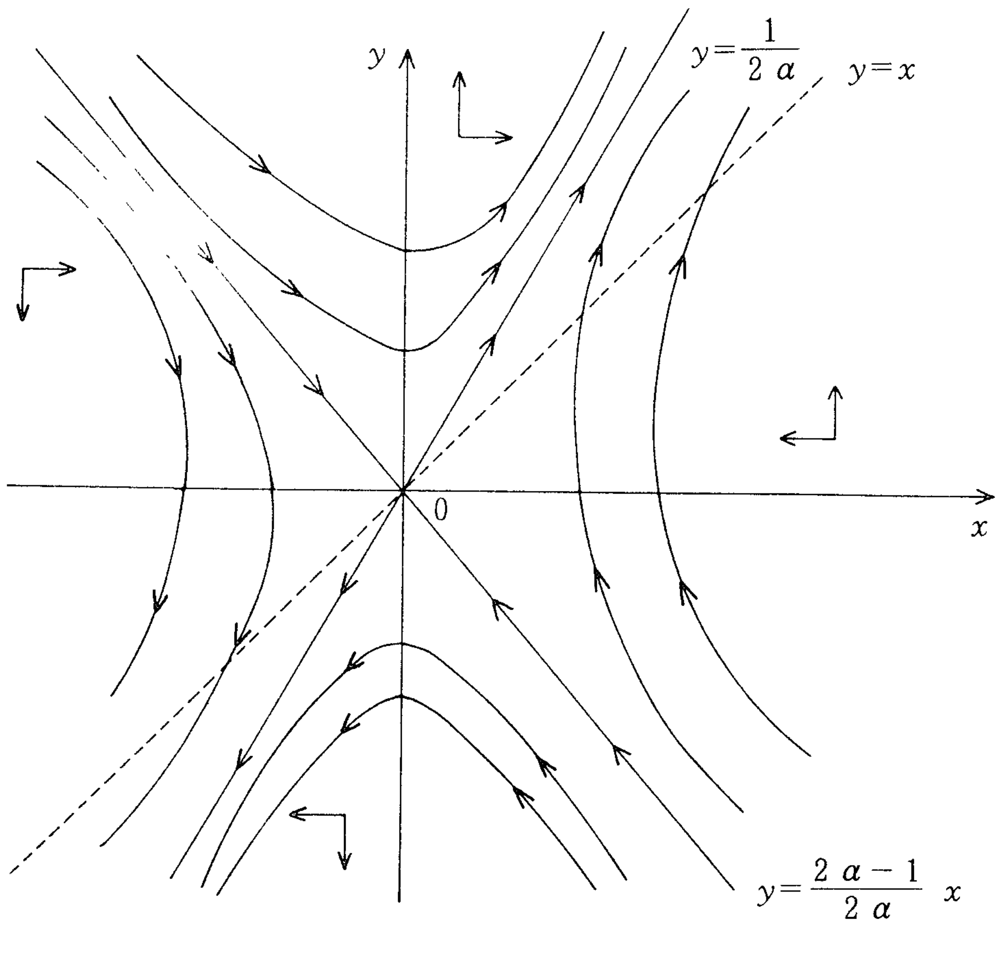
$$x(t)=C_1\left(\frac{3-2\alpha}{2}\right)^t+C_2\left(\frac{1}{2}\right)^t,$$

$$y(t)=C_1\frac{1}{2\alpha}\cdot\left(\frac{3-2\alpha}{2}\right)^t+C_2\cdot\frac{2\alpha-1}{2\alpha}\left(\frac{1}{2}\right)^t.$$

ここでC_1，C_2は初期値により決まる任意の定数である。この一般解$x(t)$，$y(t)$はαの値により動きが異なる。ノルマ・パラメーターαは$0<\alpha<1$の値をとるが，ここではさらにαの値により次の三つの場合に分けて考察してみる。

（I）$0<\alpha<\frac{1}{2}$ の場合

特性根は二根とも正であり，$\beta>0$，$\lambda_1>1$，さらに$\frac{2\alpha-1}{2\alpha}<0<1<\frac{1}{2\alpha}$の条件式が成立するので，一般解$x(t)$と$y(t)$は位相図第1図に描かれるような動きを行う。



（第1図）

このようにノルマ・パラメーターの値が正ではあるが$\frac{1}{2}$より小さく，非常に小さい値である場合，つまり前期のノルマに比べて次期のノルマがあまり変わらない場合，解は不安定であり，均衡解へ収斂する均衡経路は左上から均衡へ

近づくケースと右下から均衡へ近づくケースの二つの場合しか存在しない。

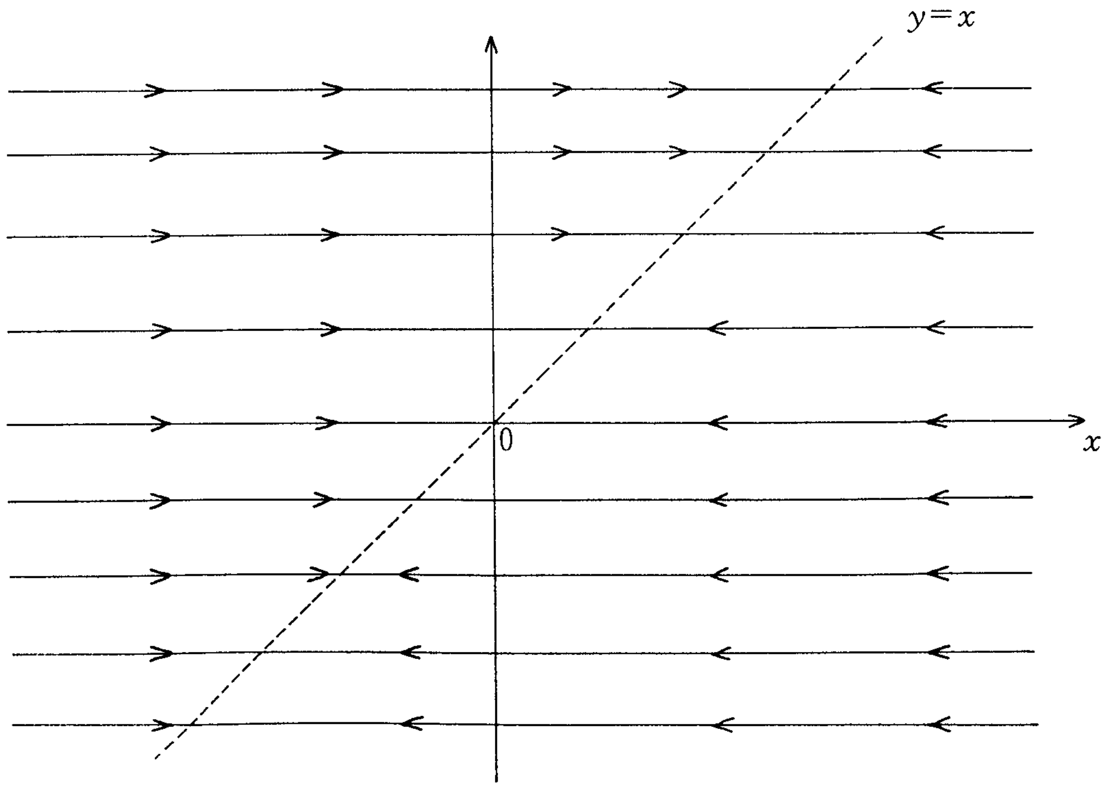
（Ⅱ）$\alpha=\frac{1}{2}$ の場合

この場合 $x(t)$, $y(t)$の一般解は次のようになる。

$$x(t)=C_1\cdot 1^t+C_2\left(\frac{1}{2}\right)^t \quad ,$$

$$y(t)=C_1\cdot 1^t \quad .$$

この一般解の位相図は第2図に描かれるような図になる。

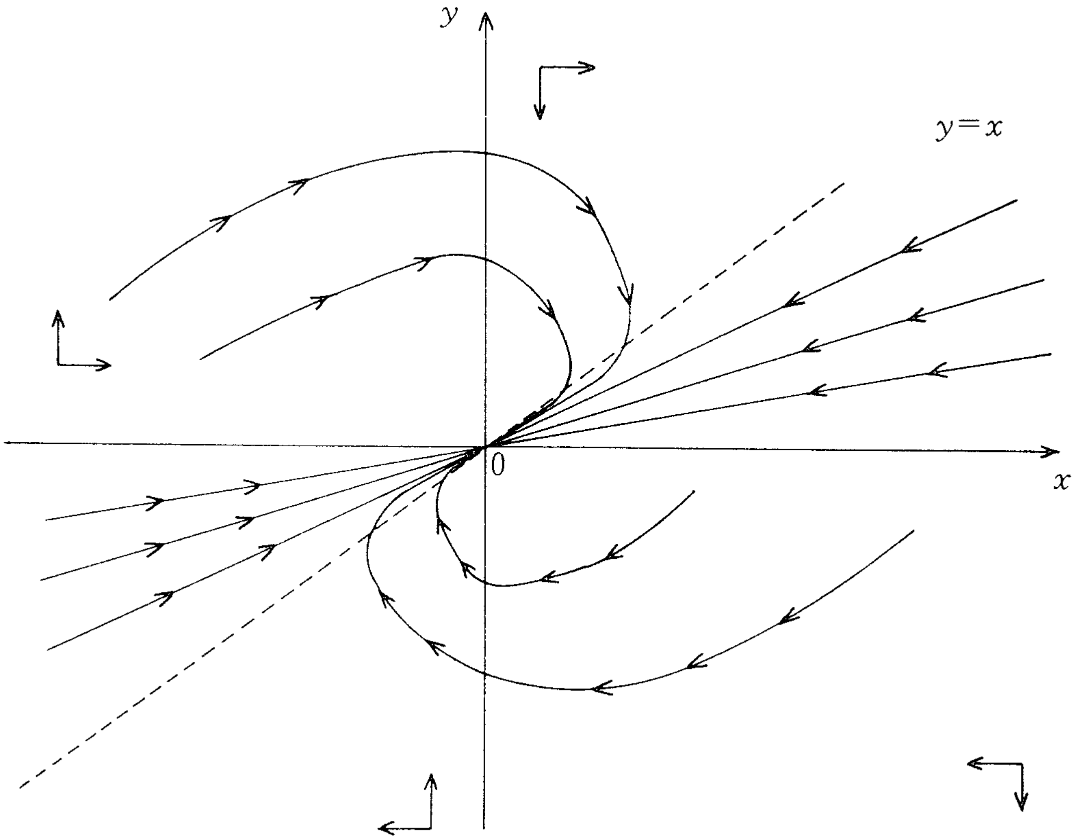


（第2図）

つまり $\alpha=\frac{1}{2}$の場合は，初期値がx軸上になければ時間の経過とともに均衡解へ近づくことはない。初期値がx軸上にある場合のみ均衡は安定である。

(Ⅲ) $\frac{1}{2}<\alpha<1$ の場合

この場合特性根は二根とも正であり，$\beta<0$，$\lambda_1<1$，さらに $0<\frac{2\alpha-1}{2\alpha}<\frac{1}{2\alpha}<1$ が成立する。この時一般解 $x(t)$，$y(t)$ は第3図に描かれる動きをする。



この場合均衡解は安定であり，時間の経過とともに一般解は均衡解へ収斂していく。これによりノルマ・パラメーターの値が$\frac{1}{2}$より大きく（1よりは小)，新しいノルマが前期のノルマよりも上昇する可能性の高いほど均衡は安定であることがわかる。

(Case 2) $\beta=\frac{\alpha^2-4\alpha+2}{4\alpha}$ の場合

この場合特性根 λ_1，λ_2 は次の値をとる。

$$\lambda_1=\frac{2-\alpha+\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2},$$

$$\lambda_2=\frac{2-\alpha+\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2}\ .$$

そして一般解 $x(t)$, $y(t)$ は次式で表される。

$$x(t)=C_1\left(\frac{2-\alpha+\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2}\right)^t+C_2\left(\frac{2-\alpha-\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2}\right)^t,$$

$$y(t)=C_1\cdot\frac{\alpha+\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2\alpha}\left(\frac{2-\alpha+\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2}\right)^t+C_2\cdot\frac{\alpha-\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2\alpha}\left(\frac{2-\alpha-\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2}\right)^t.$$

ここで C_1, C_2 は前と同様初期値により決定される任意の定数である。そしてこの一般解も α の値により動きが異なる。α の値により次の三つの場合に分けて考察してみる。

(Ⅰ) $0<\alpha<2-\sqrt{2}$ の場合

特性根は二根とも正であり，$\beta>0$，$\lambda_1>1$，さらに次の条件がみたされる。

$$\frac{\alpha+\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2\alpha}<0<1<\frac{\alpha+\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2\alpha}$$

したがってこの場合一般解 $x(t)$, $y(t)$ は第1図の位相図に描かれた動きをする。つまりこの時均衡安定経路は第2象限と第4象限から原点に近づく二本のみであり，他の場合は均衡は不安定になる。

(Ⅱ) $\alpha=2-\sqrt{2}$ の場合

この場合 $x(t)$, $y(t)$ の一般解は次のようになる。

$$x(t)=C_1\cdot 1^t+C_2\,(\sqrt{2}-1)^t,$$

$$y(t)=C_1\cdot 1^t\ .$$

この一般解の位相図は第2図に描かれたような動きとなる。

(Ⅲ) $2-\sqrt{2}<\alpha<1$ の場合

この場合特性根は二根とも正であり，$\beta<0$，$\lambda_1<1$，さらに次の条件がみたされる。

$$0<\frac{\alpha-\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2\alpha}<\frac{\alpha+\sqrt{2}\,(1-\alpha)}{2\alpha}<1.$$

この時一般解 $x(t)$, $y(t)$ は第3図に描かれた動きをする。この場合均衡解は安定であり，時間の経過とともに一般解は均衡解へ収斂していく。

第4節 結　　論

計画経済のもとでは，中央計画当局が決定するノルマチーフは政府の重要な政策手段である。国有企業にとって，中央計画当局より与えられるノルマチーフの値が低ければ低いほど望ましいことは自明である。しかし中央計画当局にすれば，国民経済全体の視点から考え，ノルマチーフの値を高く生産を高めることが望ましい。このノルマチーフの値に関する利害の対立が計画経済にとって大きな問題となっている。

本論では，計画経済にとって重要な問題の一つであるノルマチーフについて連立差分方程式モデルを用いて動学的な側面から分析を行った。直観的に考えると，次期のノルマチーフの値が今期のノルマチーフの値と比べて大差が無い場合には経済は動学的に安定であり，逆に次期のノルマチーフの値が今期のノルマチーフの値と比べて大きな相違がある場合には経済は動学的に不安定になると思われる。しかし，本経済モデルから，ノルマ・パラメーター α の値が小さければ小さい程，つまり連続する二期間のノルマチーフの値にほとんど差異がない場合には経済は不安定であり，逆に α の値が大きい程つまり連続する二期間のノルマチーフの値に大きな相違がある場合には経済は安定であるという非常に興味深い結果を得ることができた。

参 考 文 献

〔1〕Bergson, Abram, *The Economics of Soviet Planning* New Haven, Conn. Yale University Press, 1964

〔2〕Bonin, J. P., "Work Incentives and Uncertainty on a Collective Farm," *Journal of Comparative Economics*, Vol.1, pp.77−97, March, 1977.

〔3〕Bonin,J.P.,and Fukuda,W., "Gontrolling a Risk-Averse, Effort-Selecting Manager in the Soviet Incentive Model," *Journal of Comparative Economics*, Vol 11, pp.221−233, June, 1987.

〔4〕Josef,C.Brada., "Indicative Planning Socialist Economies: Does It Have a Role?," *Journal of comparative Economics*, Vol.14, No. 4, pp. 583−601, 1990.

〔5〕Bradley, M. E., "Incentives and Labour Supply on the Soviet Collective Farms," *Canadian Journal of Economics*, Vol. 4, pp.342−352, August, 1971.

〔6〕Bradley, M. E., "Incetives and Labour on the Soviet Collective Farms: Reply," *Canadian Journal of Economics*, Vol. 6, pp.438−442, August, 1973.

〔7〕Cameron, N. E., "Incentives and Labour Supply on the Soviet Collective Farms: Rejoinder," *Canadian Journal of Economics*, Vol. 6, pp.442−445, August, 1973.

〔8〕Ericson, R. E., "*Priority, Duality and Penetration in the Soviet Command Economy*," A Rand Note, December, 1988.

〔9〕Gregory, P. R., and R. C. Stuart, "*Soviet Economic Structure and Performance*", 3rd. ed., Harper & Row, New York, 1986. (訳「ソ連経済，構造と展望」吉田靖彦，教育社，1987)。

〔10〕Heal, G. M., *The Theory of Economic Planning*, London; North-Holland Publishing Co., 1973.

〔11〕宮本勝浩，「ソ連国営企業従業員の短期・長期行動分析」大阪府立大学経済研究，第32巻第3号，pp.91−102，昭和62年5月。

〔12〕Arvind, Panagariya, "The Parallel Market in Centrally Planned Economies: A Dynamic Analysis," *Journal of Comparative Economics*, Vol.14, No.3, pp.353−371, September, 1990.

〔13〕Andra's, Simonovits, "Investments, Starts, and Cycles in Socialist Economies: A Mathematical Model," *Journal of Comparative Economics*, Vol.15, No.3, pp.460−475, September, 1991.

〔14〕櫟本功，「経済改革前のソ連邦工業企業の行動」，広島大学政経論叢，第23巻第1号，pp.71−109，1973年6月。

〔15〕和田貞夫「動態的経済分析の方法」中央経済社，1989.

〔16〕Weitzman, M. L., "The New Soviet Incentive Model," *Bell Journal of Economics*, Vol. 7, Spring, 1976.

〔17〕Weitzman, M. L., "The Ratchet Principle and Performance Incentives," *Bell Journal of Economics*, Vol.11, Spring, 1980.

〔18〕Yunker, J. A., "A Dynamic Optimization Model of the Soviet Enterprise," *Economic Planning*, Vol.13, 1973.