経済モデルにおける「歴史的」および「非歴史的」変数

経済モデルにおける「歴史的」および「非歴史的」変数

和田貞夫

0. 経済変数の中には過去の経済活動などの「歴史的な」事情によってその値が定まり，その時その時の条件に左右されないものと，そうではないものとがある。前者を「歴史的」変数（“historical” variable），後者を「非歴史的」変数（“nonhistorical” variable）と呼ぶことができる(1)。資本蓄積量などストックと呼ばれる変数は「歴史的」変数と考えられるが，「歴史的」変数にはそれ以外のものがある。何が「歴史的」変数であり，何が「非歴史的」変数であるかは，それぞれのモデルの前提に応じて定まるものである。

一般に，モデルの各時点での外生変数は，そのモデルの諸制約をおかすことなく，論者が任意にその値を定めまたは変更して考察を行なうことができる。それゆえ，それは「非歴史的」変数である。これに対して，ある時点における過去の外生変数および内生変数はその時点においてはその値が所与であり，したがって，それらは「歴史的」変数である。このような自明の場合を別として，各時点における内生変数についてはモデルの前提に応じてあるものは「歴史的」となり，他のものは「非歴史的」となる。前提の一部が変更されただけで，この類別の変わることもある。

過去から均衡状態を保ち続けてきた経済において，ある時点で，一つの外生変数の値が変化したとしよう。このとき「歴史的」内生変数は即時的には影響を受けないが，「非歴史的」内生変数のいくつかには直ちに効果が及ぶ。そしてその効果がどのようなものであるかを知ることなくしては，それ以後のすべての内生変数の動向を明らかにすることができない。それゆえ，動態理論の展開のためには内生変数のうち何が「歴史的」であり何が「非歴史的」である

（1） Laitner〔12〕参照。

か，そして外生変数の変化の「非歴史的」変数に及ぼす即時的効果がどのようなものかの確認を怠ってはならない。本稿は，簡単な例を用いながら，このをことを明らかにしようとするものである。

1.　ある離散的なモデルにおいて，変数 x について

$$(1)\quad x_{(t)}=f(x_{(t-1)},x_{(t-2)},\ldots x_{(t-n)},z_{(t-1)})$$

がなりたつものとしよう。z はこのモデルの外生変数である。$z_{(t)}$ はこの式に含まれていない。それゆえ $z_{(t)}$ が変化しても，それによって，$x_{(t)}$ は影響を受けない。それゆえ x は「歴史的」変数である。しかし，(1)の代わりに

$$(2)\quad x_{(t)}=f(x_{(t-1)},x_{(t-2)},\ldots x_{(t-n)},z_{(t)})$$

がなりたつ場合には，$z_{(t)}$ の変化によって $x_{(t)}$ は変化する。このとき x は「非歴史的」変数となる。

再び(1)式の場合にもどって，x の増加分($\varDelta x$)を考えれば，それは

$$(3)\quad \varDelta x_{(t)}=x_{(t+1)}-x_{(t)}=f(x_{(t)},x_{(t-1)},\ldots x_{(t-n+1)},z_{(t)})-x_{(t)}$$

である。それゆえ，$\varDelta x_{(t)}$ は $z_{(t)}$ の影響を受け，x が「歴史的」であるにもかかわらず，$\varDelta x$ は「非歴史的」となる。

この考え方を連続的なモデルの場合にあてはめれば次のようになる。変数 x が「歴史的」であるとき，その値はその時点での外生変数 z の変化によって影響を受けず，その変化は連続的である。しかし x の時間的変化率（dx/dt または $\dot{x}$）はその時点の z の影響を受け，z が離散的な変化をするとき，$\dot{x}$ は非連続的に変化つまりジャンプする。(2)

たとえば，x が「歴史的」変数であって，

$$(4)\quad \dot{x}_{(t)}=ax_{(t)}+z_{(t)}$$

がなりたつとしよう。このとき

$$(5)\quad x_{(t)}=x_{(t_0)}e^{a(t-t_0)}+\int_{t_0}^{t}e^{a(t-\tau)}z_{(\tau)}d\tau$$

であり，第 O 時点において z が $\varDelta z$ だけ変化したときの効果を δ で示ば，x が「歴史的」変数である限り，Sargent, Wallace（〔17〕）のいうように，

---

(2)　$\dot{x}$ を(3)式との対応で考えるとき，それは t に関する x の右微係数と考えねばならない。

(6)　$\delta x_{(0)}=0$

であって，そのゆえ

(7)　$\delta \dot{x}_{(0)}=\Delta z$

となる。

2．上述のことがらに留意しながらインフレーションについての Cagan (〔6〕) のモデルを考えてみよう。それは次の諸式からなりたっている。(3)

(1)　$v=c-\alpha\pi$　　$(\alpha>0)$

(2)　$\dot{\pi}=\beta(p-\pi)$　　$(\beta>0)$

(3)　$\dot{u}=m-p$

(4)　$u=v$

ただし，u，vは，それぞれ，対数表示による実質貨幣残高，実質貨幣需要，p，π はインフレ率の実現値，予想値，そしてmは貨幣供給の増加率の予想値である。特に(4)式は貨幣市場における需給調整が急速に行なわれ，それが即時的に完了するという想定を意味する。

(1)～(4)式から，mが一定のとき

(5)　$(1-\alpha\beta)\dot{p}+\beta p=\beta m$

が得られ，したがってpの均衡値(p^e)は

(6)　$p^e=m$

そして均衡の安定条件は

(7)　$\alpha\beta<1$

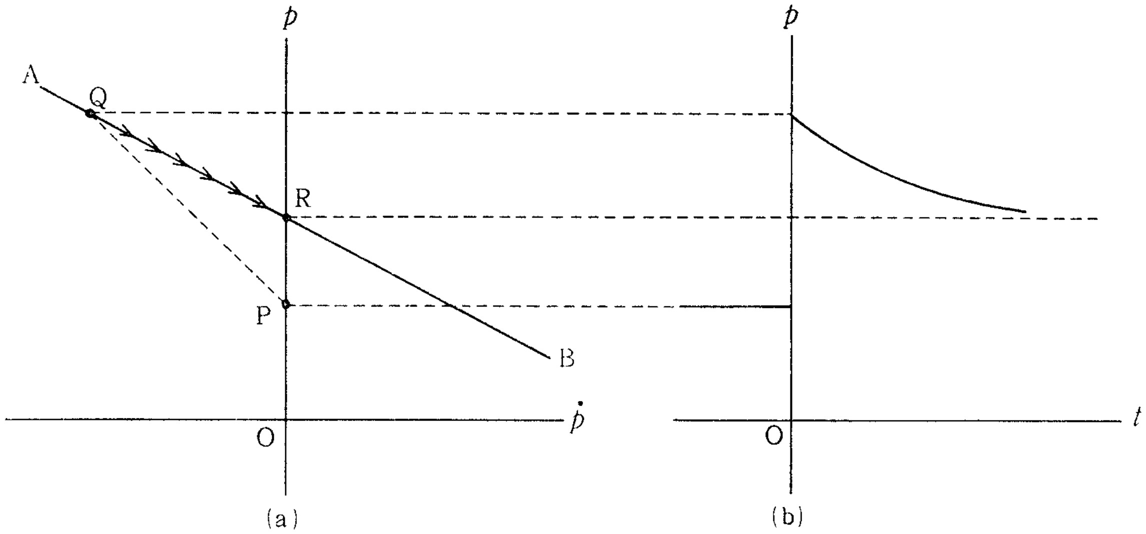
である。以下ではこれがなりたつものとする。

いま，経済が第O時点まで均衡状態にあり，第O時点において通貨増発率が$\Delta m(>0)$ だけ増加し，それ以後その水準が保たれたとしよう。このとき内生変数はどのような影響を受けるだろうか。mに離散的な変化が生じるとき，直ちに影響の及ぶ内生変数は，当然，ジャンプしなければならない。ところが(2)，(3)式によってπ，uは連続的な変化をすることになっている。つまり第O時点において(2)，(3)式が有効である限り，π，uはジャンプしない。

(3)　Goldman〔10〕，Frenkel〔9〕，Evans〔8〕等の定式化による。

それゆえ(1)または(4)式によって，vもジャンプしない。これらの変数は「歴史的」変数である。mの第O時点における離散的変化の即時的効果として生じる内生変数のジャンプをδで表わせば，上の議論と(5)式とによって

(8)　$$\delta\dot{u}=-\frac{\alpha\beta}{1-\alpha\beta}\Delta m$$



第1図

そして(3)式によって

(9)　$$\delta p=\frac{1}{1-\alpha\beta}\Delta m$$

となる。さらに，これと(5)式とによって

(10)　$$\delta\dot{p}=-\frac{\alpha\beta^2}{(1-\alpha\beta)^2}\Delta m$$

であることが知られる。p，$\dot{p}$はともに「非歴史的」変数なのである。

第1図はこのモデルにおけるpの動向を示したものであって，図(a)の直線ABはmの増加後の(5)式のグラフである。第O時点までの均衡点Pは，mの増加の即時的効果のために，点Qに移る。線分PQの勾配の絶対値は$(1-\alpha\beta)/\alpha\beta^2$である。この移動の後，動点($\dot{p}$，$p$)は，矢印の示すように，直線AB上を新しい均衡点Rに向ってゆく。図(b)はpの時間的変動パターンを示したものである。[(4)]

(4)　はじめの均衡状態におけるmの値を$\bar{m}$とすれば，第O時点以後のpは

$$p=\bar{m}+\left[1+\frac{\alpha\beta}{1-\alpha\beta}\exp\left(-\frac{\beta}{1-\alpha\beta}t\right)\right]\Delta m$$

によって表わされる。

3. 第0節で述べたように，ある時点における外生的なショックにもとづく内生変数の変動を考察する場合には，問題となる内生変数が「歴史的」なものか「非歴史的」なものかを明らかにするとともに，それが「非歴史的」変数である場合には外生的原因にもとづいてどのような即時的影響を受けるかを明白にする必要がある。前節ではインフレ率についての1階微分方程式のモデルを用いてこのことを示したが，次に2階方程式の場合についてこれを明らかにするために，Goldman（〔10〕）およびEvans（〔8〕）のモデルを取り上げよう。(5)

彼等のモデルは

（1）　$v=c-\alpha\pi$　　$(\alpha>0)$

（2）　$\dot{\pi}=\beta(p-\pi)$　　$(\beta>0)$

（3）　$\dot{u}=m-p$

（4）　$\dot{u}=\gamma(v-u)$　　$(\gamma>0)$

の諸式からなる。（2・4）式と異なり，（4）式は貨幣の需給が必ずしも一致せず，それが一致しないとき実質残高の変化することを示している。Evans はこのモデルを the Mundell Model と呼んでいる。(6)

（1）～（4）式から，mが一定ならば

（5）　$\ddot{p}+[\beta+\gamma(1-\alpha\beta)]\dot{p}+\beta\gamma p=\beta\gamma m$

が得られ，それゆえ

（6）　$p^{e}=m$

そして安定条件は

（7）　$\beta+\gamma(1-\alpha\beta)>0$

である。以下ではこれがみたされているものとする。

前節と同様に，均衡状態にあった経済における第O時点でのmの増加がどのような即時的効果をもつかを考えよう。第O時点においても（1）～（4）式が成立するのである限り，u，vおよびπは「歴史的」変数であってジャンプしない。それゆえ，再び（4）によって$\dot{u}$もジャンプしない。そして（3）式によっ

（5）　このようなモデルの場合には，2個の内生変数の1階連立微分方程式として考察することもできる。

（6）　Mundell〔13〕，〔14〕Chap. 4 参照。

て明らかなように

$$(8)\quad \delta p = \Delta m$$

となる。他方(3)式によって，mの一回限りの変化の後には，

$$(9)\quad \dot{p} = -\ddot{u}$$

であり，上述の議論によって，

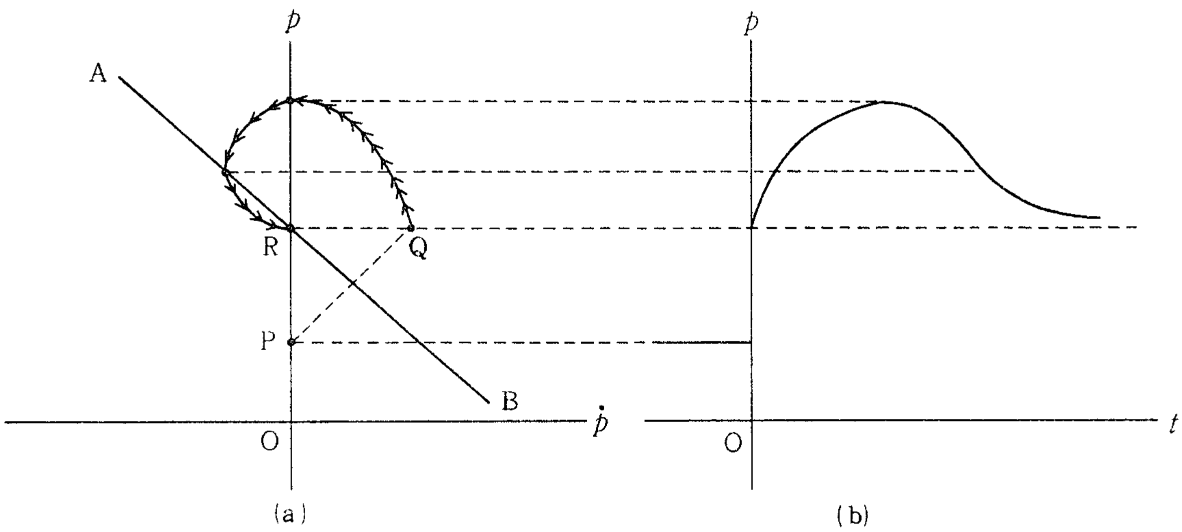
$$(10)\quad \delta\ddot{u} = \gamma\delta\dot{v} = -\alpha\gamma\delta\dot{\pi} = -\alpha\beta\delta p$$

であるから，

$$(11)\quad \delta\dot{p} = \alpha\beta\gamma\Delta m$$

が導き出される。

第２図は(５)式の特性根が実数である場合のインフレ率の動向を示したものであって，図(ａ)の直線ＡＢは第O時点におけるmの増加後の $\ddot{u}=0$ の場合の(５)式のグラフである。第O時点までの均衡点はＰ，新しい均衡点はＲである。mの増加によって点ＰはＱに移り，それ以後（$\dot{p}$，p）は矢線のような軌道上をＲに向って動いてゆく。線分ＰＱの勾配は $1/\alpha\beta\gamma$ である。(7) (8)



第２図

---

(７)　第２図(ａ)のような位相図については和田〔21〕を参照されたい。

(８)　注(４)と同様の記法を用いれば，(５)式の二つの特性根 λ_1，λ_2 が相異なるとき

$$p = \bar{m} + \left[1 + \frac{\alpha\beta\gamma}{\lambda_1 - \lambda_2}(e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t})\right]\Delta m$$

が，二つの特性根(λ)が相等しいとき

$$p = \bar{m} + (1 + \alpha\beta\gamma t e^{\lambda t})\Delta m$$

がなりたつ。

4.　「歴史的」変数と「非歴史的」変数との区別を正確に行なわなかったために誤った結果に陥った例をあげておこう。それは Evans〔8〕にみられる次のようなモデルについての議論にみられる。

(1)　$v=c-\alpha\pi \qquad (\alpha>0)$

(2)　$\dot{\pi}=\beta(p-\pi) \qquad (\beta>0)$

(3)　$\dot{u}=m-p$

(4)　$p=\phi(u-v)+\pi \quad (\phi>0)$

特に(4)式はインフレ率が予想率のほかに貨幣の超過供給の影響を受けることを示し，Evans によって，新古典派価格調整メカニズム (neoclassical price abjustment mechanism) と呼ばれている。

これらの諸式から，mが変化しないとき

(5)　$\ddot{p}+\phi(1-\alpha\beta)\dot{p}+\beta\phi p=\beta\phi m$

が導き出されるから

(6)　$p^e=m$

安定条件は

(7)　$\alpha\beta<1$

である。

均衡状態にとどまっていた経済における第O時点のmの増加は，(1)，(2)式の示すように，v，π には即時的効果を及ぼさない。さらに，Evans は，特にその理由を明らかにすることなく，

(8)　$\delta\dot{u}=0$

と考える。もしこれが正しいならば，(3)式によって，

(9)　$\delta p=\Delta m$

そして(4)式から

(10)　$\delta u=\dfrac{1}{\phi}\Delta m$

が得られる。したがってuは「非歴史的」変数ということになるが，これは(3)式に矛盾する。それゆえ(8)式の想定は正しくない。(9)

(9)　Yarrow (〔20〕) はこの節のモデルを特殊なケースとして含むようなモデルを提示している。彼は変数のジャンプの問題を明示的に取り上げているわけではないが，結果的には，正しい結論を得ている。

(1)〜(4)式のモデルでは，直ちにわかるように，v，πだけではなくuも「歴史的」変数である。そして(4)式によってpもまたそうであることがわかる。さらに(1)，(2)式から$\dot{v}$，$\dot{\pi}$もまたジャンプしない。それゆえ結局

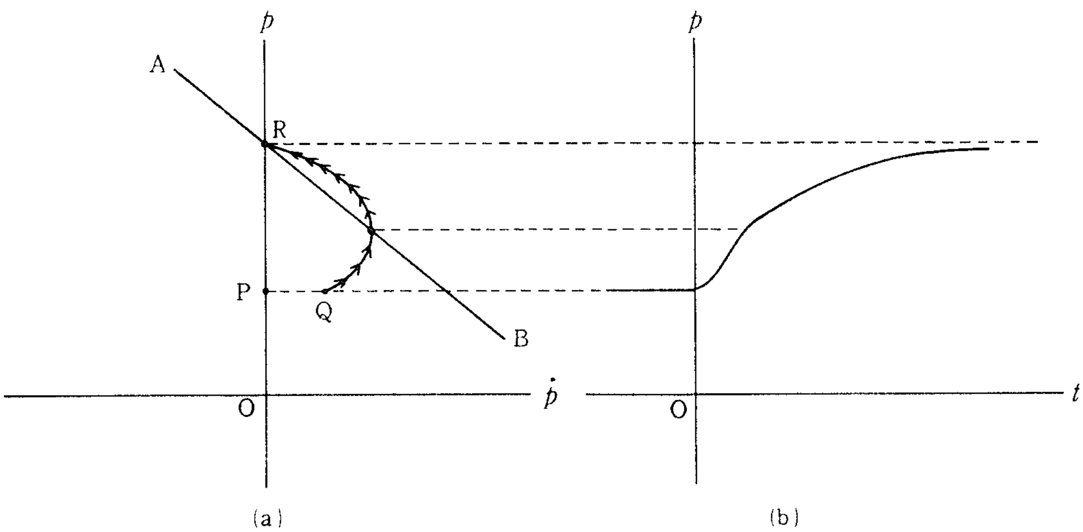
$$(11)\qquad \delta\dot{p}=\phi\Delta m$$

である。

第3図は(5)式の特性根が負の実数である場合のこのモデルのpの動向を示したものであるが，記法は第2図の場合と同様であるので，説明は省略する。[10]
なおこの図では

$$(12)\qquad \beta(\alpha+\phi)<1$$

と仮定されている。もしこの不等号が逆向きならば，点Qは直線ABの右側に位置するようになる。



第3図

5. 第4節のモデルでは，(4・2)式によって示されているように，インフレ予想について適応的な予想(adaptive expectations)が仮定されていた。こ

---

(10)　注(8)の記法を用いれば，

$$p=\bar{m}+\left[1+\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\{(\lambda_2+\phi)e^{\lambda_1 t}-(\lambda_1+\phi)e^{\lambda_2 t}\}\right]\Delta m$$

または

$$p=\bar{m}+[1-\{1-(\phi+\lambda)t\}e^{\lambda t}]\Delta m$$

がなりたつ。

の仮定を完全予見(perfect foresight) の仮定に代えれば，次のモデルが得られる。

(1) $v=c-\alpha\pi \qquad (\alpha>0)$

(2) $\pi=p$

(3) $\dot{u}=m-p$

(4) $u=v$

そして，

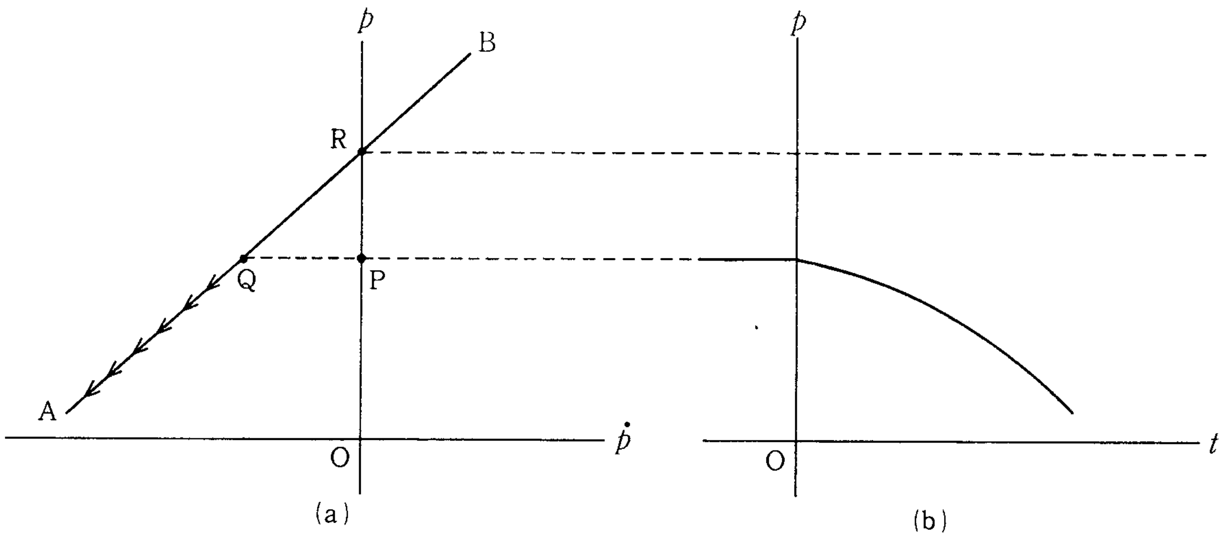
(5) $\dot{p}=\dfrac{1}{\alpha}(p-m)$

が導き出される。[11]

既述の議論から明らかなように，(5)式はpが「歴史的」変数であることを物語っている。第O時点まで均衡状態にあった経済においてmが増加するときpはジャンプせず，

(6) $\delta\dot{p}=-\dfrac{1}{\alpha}\Delta m$

となる。この場合のpの変化は第4図によって表わされる。図(a)の直線ABはmの増加後の(5)式のグラフであり，点P，Qは，それぞれ，初期および新しい均衡点である。第O時点に点PはQに移り，それ以後pおよび$\dot{p}$は下落を



第4図

(11) (2)式はインフレ率についての完全予見であるが，これは，しばしば，perfect myopic foresight と呼ばれる。この予見の性質については Turnovsky・Burmeister〔18〕, Turnovsky〔19〕p. 52, Gray・Turnovshy〔11〕参照。

続ける。均衡は不安定である。

このような結果はpを「歴史的」変数と考える通常の方法によって得られるものであるが，これに対して Sargent, Wallace (〔17〕) は異なった考え方を提唱した。(12) それによれば，pを「歴史的」変数であるとみなさず，$\dot{\pi}$もしくはを$\dot{p}$をpの右微係数と考え，またひとびとはmが一定であるときpが一定値に近づくと予想するものと仮定する。(13) $\dot{p}$がpの右微係数であるとすれば，ある時点でpと$\dot{p}$が同時に定まるためには次の「瞬間」のpの値が定まっていなければならず，後者は，同じ論法によって，そして後者はさらに次の「瞬間」のpに左右される。このようにして現在のpは将来にわたるπにしたがってpに依存し，それらは将来の各時点におけるmの（予想）値に応じて定まる。(14) mの動向とインフレ率についての完全予見だけではなく，安定性についても上述の完全予見がなりたつならば，pが第O時点で適当にジャンプして，新しい均衡点に収束する軌道の上での運動がおこることになる。

このような考え方を（1）〜（4）式のモデルに適用すればどのようになるだろうか。この場合には，第4図（a）の示すように安定な径路は存在しない。それゆえはじめの均衡点Pから新しい均衡点Rに至るためには，第O時点のmの増加の後，pはジャンプして

$$(7)\qquad \delta p = \Delta m$$

そして点PからRへの移動が瞬間的に生じなければならない。(15)

この場合のようにはじめの均衡点から新しい均衡点に向う方法または径路が

---

(12) Sargent, Wallace は貨幣供給を外生変数とし，物価水準を内生変数とするモデルについての考察を行なっているが，ここでは，これまでの論述との関連を考慮して，インフレ率，貨幣供給増加率を変数とするモデルについて，彼等の考え方を適用した。

(13) さらに，Sargent, Wallace は，mの予想される将来の変動径路において，すべての次数のtに関するmの右微係数が定義されうるものと仮定しているが，本稿では第O時点以後のmは一定と考えているので，この仮定はみたされている。

(14) 通常の考え方と Sargent, Wallace のそれとの差異は（5）式の backward solutlon と forward solution との相異に対応している。これについては Blanchard〔3〕参照。

(15) 第7節参照。

唯一つである場合には，変数がそれに沿って変動すると考えればよい。しかしこのような径路が一意的でない場合には，実際にどの径路が選ばれるかを定めるには，追加的な条件の導入が必要である。この問題については多くの文献があるが，本稿の対象でないので，ここではふれないことにする。

6. これまでは Cagan のインフレーション・モデルおよびそれに関係のあるモデルだけを取り上げたが，この節では，前節の考え方の適用例と考えられる為替レートの変動についての Dornbusch（〔7〕pp. 210-213）のモデルを検討しよう。(16)

このモデルは次の諸式によって構成されている。

（1）　$r=r^*+\mu$

（2）　$h-q=-\lambda r+\phi y \qquad (\lambda>0,\ \phi>0)$

（3）　$\dot{q}=\alpha[z+\beta(e+q^*-q)-\gamma r+\varepsilon y+\eta y^*-y]$

$$(\alpha>0, \beta>0, \gamma>0, \varepsilon>0, \eta>0)$$

ただし，r，r^* は，それぞれ，自国および外国の利子率，h，q および q^* は対数表示の貨幣供給，自国および外国の物価水準であり，y，y^* は自国および外国の所得水準，そして e は対数表示の外国為替レート（支払勘定），μ は為替レートの予想増加率であり，z は定数である。（1）式は利子率裁定を意味し，（2）の左辺は（対数表示での）実質貨幣残高，右辺は貨幣の実質需要であり，この式は貨幣の需給均等を表わす。（3）式は物価上昇率が財貨の超過需要に比例することを意味する。モデルに含まれている変数のうち，h，r^*，y および y^* は所与とされている。(17) そして容易に確かめられるように，それ以外の変数の均衡値は

（4）　$\mu^e=0$

（5）　$r^e=r^*$

（6）　$q^e=h+\lambda r^*-\phi y$

---

(16) なお Bhandari〔2〕Chap. 2 参照。

(17) （3）式の $e+q^*-q$ は外国生産物の価格と自国生産物のそれとの比率の対数表示である。

$$(7)\qquad e^{e}=h-q^{*}+\frac{1}{\beta}[(\gamma+\beta\lambda)r^{*}+(1-\beta\phi-\varepsilon)y-\eta y^{*}-z]$$

である。

（1）～（3）式から

$$(8)\qquad \mu=\frac{1}{\lambda}(q-q^{e})$$

$$(9)\qquad \dot{q}=\alpha\left[\beta(e-e^{e})-(\beta+\frac{r}{\lambda})(q-q^{e})\right]$$

が導き出される。そこで，為替レートの上昇率について完全予見がなりたち，しかも前節で述べた Sargent，Wallace の仮定がみ たされるものとしよう。このとき

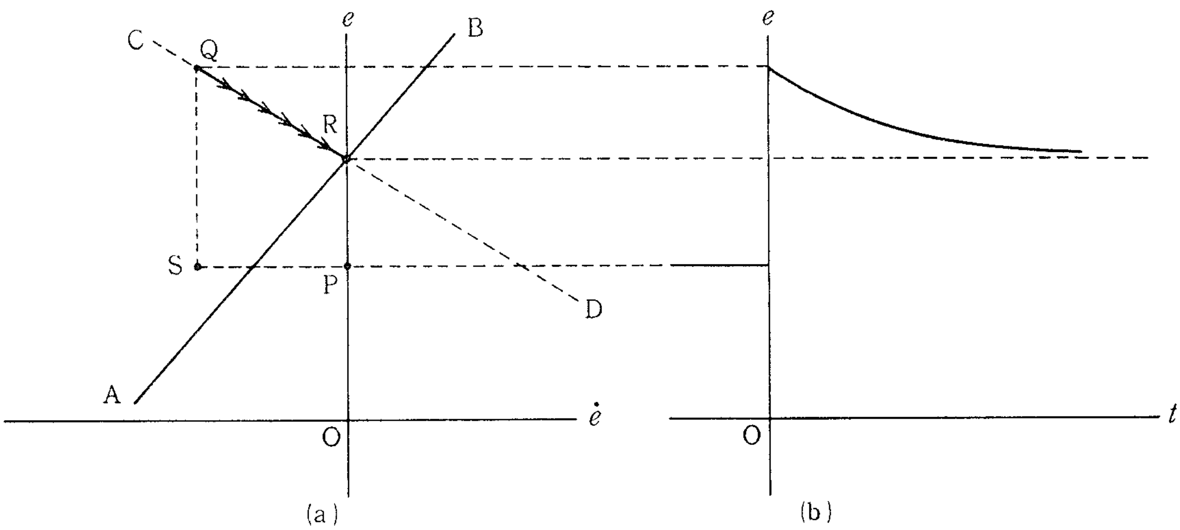
$$(10)\qquad \mu=\dot{e}$$

であるから，（8），（9）によって，mが一定であれば，

$$(11)\qquad \lambda\ddot{e}+\alpha(\gamma+\beta\lambda)\dot{e}-\alpha\beta e=-\alpha\beta e^{e}$$

が得られる。この式の特性根は正および負の実根であり，それゆえ，もしeが「歴史的」変数であるならば均衡が安定でないことは明らかである。

さて，第O時点まで均衡状態にあった経済において貨幣供給の増大し，それ以後その高い水準が保たれ，しかもひとびとがそれは正しく予想しているものとしよう。このとき，e の均衡値は h の増加分 (Δh) に等しいだけ上昇する。他方，（3）式によって，q は「歴史的」変数であるから第O時点においてジャンプしない。したがって，（2）式によって，r はジャンプしなければならず，



第5図

(12) $\delta r=-\frac{1}{\lambda}\Delta h$

となる。これと(1)，(10)式によって

(13) $\delta\dot{e}=-\frac{1}{\lambda}\Delta h$

である。

この場合の e の動向を図示したのが第5図である。記法は従前のものと同一であるが，点PとSとの距離は(13)式の右辺の絶対値に等しい。点Sが直線ABの左方に位置することは容易に証明することができる。新しい均衡点Rは鞍点であって，直線ABは唯一の安定径路 (stable arm) であり，安定性についての完全予見の仮定と(13)式によって，第 O 時点において点PはQに移り，それ以後矢印で示した軌道の上を点Rに向ってゆく。(11)式の負の特性根を ν とするとき，

(14) $\delta e=\left(1-\frac{1}{\lambda\nu}\right)\Delta h$

であることが確かめられる。つまり，e は第 O 時点に新しい均衡値よりも高くなる。overshooting がおこるわけである。(18)

7. 一般に，均衡点が鞍点であるとき，均衡点に収束するという意味で安定な軌道とそうでない不安定な軌道が存在する。2階の微分方程式または2変数の連立方程式で表わされるモデルにおいては，均衡点が鞍点であれば，安定な軌道は直線または曲線で描くことができる。Burmeister (〔4〕Chap. 7, 〔5〕) はこのことを一般化して，位相空間 (phase space) において変数の状態を表わす動点がそこに位置すればそれが均衡点に収束する多様体 (manifold) とそうでない多様体とに分けて考察を行なっている。そしていずれかの多様体の次元が0の場合を退化鞍点 (degenerate saddlepoint) と呼んでいる。第4図の均衡点Rは退化鞍点である。そこでは安定な多様体の次元が0であって，

---

(18) はじめの均衡状態における e の値を $\bar{e}$ とすれば，第 O 時点以後の e は

$$e=\bar{e}+\left(1-\frac{1}{\lambda\nu}e^{\nu t}\right)\Delta h$$

によって表わされる。

それゆえ，Sargent, Wallace の仮定によって変数が「安定な径路」上にジャンプするとすれば，それは即時的に均衡点に移ることになる。第5図のように収束多様体(convergent manifold)の次元が1以上である場合には，Sargent, Wallace の仮定のもとでは，変数は，モデルにおける諸制約にしたがいながら，この多様体に属する一つの点にジャンプする。

ところでこのような安定な径路の上へのジャンプの基礎となっている Sargent, Wallace の仮定は 外生変数の将来値だけではなく，均衡の安定性についても完全予見がなりたつと考えるものであった。後者の完全予見は Samuelson (〔15〕,〔16〕) が「チューリップ狂現象 (tulip-mania phenomena)」と呼んだことがらに関係をもち，positive な経済理論においてこれを仮定するには，なお検討すべき多くの問題がある。(19)

いずれにしても，本稿はモデルの諸前提のもとで各変数が「歴史的」または「非歴史的」であることがどのようにして確かめられ，外生変数の変化の「非歴史的」変数に及ぼす即時的効果および各内生変数に対するそれ以後の時点での効果がどのようにして明らかにされるかを，簡単な例を用いながら述べたにとどまる。上述の完全予見の場合の問題を，合理的予想の場合とともに，考察することは他の機会にゆずりたい。

参考文献

〔1〕 Begg, D. K. H., *The Rational Expectations Revolution in Macroeconomics: Theories and Evidence*, 1982.

〔2〕 Bhandari, J. S., *Exchange Rate Determination and Adjustment*, 1982.

〔3〕 Blanchard, O. J., "Backward and Forward Solutions for Economies with Rational Expectations," *American Economic Review*, May 1979, pp. 114-118.

〔4〕 Burmeister, E., *Capital Theory and Dynamics*, 1980.

〔5〕 Burmeister, E., "On Some Conceptual Issues in Rational Expectations Modeling," *Journal of Money, Credit and Banking*, Nov. 1980, pp. 880-816.

〔6〕 Cagan, P., "The Monetary Dynamics of Hyperinflation," in *Studies in*

(19) これについては，特に，Burmeister〔4〕Chap. 7,〔5〕参照。なお2次元における鞍点問題を，特に完全予見，合理的予想との関連で説明したものに Begg〔1〕Chap. 3 がある。

the Quantity Theory of Money, ed. by M. Ftiedman, 1956, pp. 25-117.

〔7〕 Dornbusch, R., *Open Economy Macroeconomics*, 1980.

〔8〕 Evans, J. L., "The Dynamic Behaviour of Alternative Price Adjustment Mechanisms," *Manchester School of Economic and Social Studics*, March 1983, pp. 33-44.

〔9〕 Frenkel, J. A., "Inflation and the Formation of Expectations," *Journal of Monetary Economics*, Oct. 1975, pp. 403-421.

〔10〕 Goldman, S. M., "Hyperinflation and the Rate of Growth in the Money Supply," *Journal of Economic Theory*, Oct. 1972, pp. 250-257.

〔11〕 Gray, M. R. and S. J. Turnovsky, Expectational Consistency, Informational Lags, and the Formation of Expectation in Continuous Time Models," *Econometrica*, Nov. 1979, pp. 1457-1474.

〔12〕 Laitner, J., "The Definition of Stability in Models with Perfect Foresight," *Journal of Economic Theory*, Dec. 1982, pp. 347-353.

〔13〕 Mundell, R. A., "Growth, Stability and Inflationary Finance," *Journal of Political Economy*, April 1965, pp. 97-109.

〔14〕 Mundell, R. A., *Monetary Theory: Inf, ation, Interest, and Growth in the World Economy*, 1971.

〔15〕 Samuelson, P. A., "Intertemporal Price Equilibrium: A Prologue to the Theory of Speculation," *Weltwirtschafliches Archiv*, 1957, pp. 181-219, reprinted in *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, Vol. 2, 1966, ed. by J. E. Stiglitz, pp. 946-984.

〔16〕 Samuelson, P. A., "Indeterminacy of Development in a Heterogeneous Capital Model with Constant Saving Propensity," in *Essays on the Theory of Optimal Economic Grouth*, 1967, ed. by K. Shell, pp. 219-213, reprinted in *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, Vol. 3, 1972, cd. by R. C. Merton, pp. 248-260.

〔17〕 Sargent, T. J. and N. Wallace, "The Stability of Money and Growth with Perfect Foresight," *Econometrica*, Nov. 1973, pp. 1043-1048.

〔18〕 Turnovsky, S. J. and E. Burmeister, "Perfect Foresight, Expectational Consistency, and Macroeconomic Equilibrium," *Journal of Political Economy*, April 1977, pp. 379-393.

〔19〕 Turnovsky, S. J., *Macroeconomic Analysis and Stabilization Policy*, 1977.

〔20〕 Yarrow, G. K., "The Stability of Monetary Equilibrium," *Economic Journal*, March 1977, pp. 114-123.

〔21〕 和田貞夫「連立微分方程式の位相」大阪府立大学経済研究，昭和53年11月，12-25ページ。

(1984.3.5)

（追記：本稿脱稿後，M. R. Gray and S. J. Turnovsky, "The Stability of Exchange Rate Dynamics under Perfect Myopic Foresight," *International Economic Review*, Oct. 1979, pp. 643-660, において，Dornbusch モデルに関して本稿第6節と同じ観点から検討がなされているのを知った。本稿に比べて上掲論文ではより一般的な場合が取り上げられているが，共通する部分については本稿の説明が比較的平明であると思われる。――1984.3.19）