重回帰モデルによる原価管理 (谷山新良教授還暦記念号)

重回帰モデルによる原価管理

加　登　豊

I　はじめに

回帰分析は管理会計において，さまざまな潜在的使途をもつ技法であると考えられている。原価を固定費と変動費とに分解する方法の一つとして一般に知られている最小自乗法は，説明変数（操業度測定単位）と従属変数（原価額）の間に存在するであろう一定の関数関係を前提とした上で，その仮定された関数のパラメータ値をもとめる代数的操作手順であって，それは回帰分析の一構成部分にすぎない。回帰分析は獲得された回帰式の信頼性や係数の安定性を検証する手続をも含むものである。(1) あまりにも当然のことであるが，最小自乗法と回帰分析とは同義ではない。回帰分析に基づいて行なわれるコスト・ビヘイビアの分析については，すでにかなりの部分について言及している。(2) 本稿では考察対象を原価管理にとり，それへの回帰分析の適用をめぐる諸問題を検討する。

まず最初に，Jensen〔8〕において提示された重回帰モデルによる原価管理のフレームワークを概観する。続いて Jensen モデルを拡張したモデルを提示する。本稿ではこれを「業務単位モデル」と呼ぶことにしたい。後の考察によって明らかになることであるが，Jensen モデルも業務単位モデルも残念ながら直ちに実際への適用が可能となるほど精緻なものではない。事実，それらの使用

（1）回帰式の信頼性に関する会計的観点からの検討は門田〔15〕を参照。

（2）加登〔13〕を参照されたい。なお，コスト・ビヘイビアの分析技法ないし原価分解法として回帰分析という用語を使用し，最小自乗法という用語を排している日本会計研究学会特別委員会報告〔14〕（岡本〔12〕にも所収）も参照されたい。又回帰分析のコスト・ビヘイビア分析への適用を行なっている論文についてのサーベイは Kaplan〔10〕を見よ。

にあたっては考慮しなければならない事項が数多くある。回帰分析の統計的諸仮定が原価管理モデル上でもつ実質的意味を考察することもその一つである。そこで第Ⅲ節では，重回帰モデルによる原価管理に内在する諸問題のうちから，回帰分析における統計的諸仮定と実際状況との照応の問題を採り上げ，さらに統計的諸仮定が侵害される場合のその克服方法を提示することにしたい。

Ⅱ　重回帰モデルによる原価管理のフレームワーク

2.1　Jensen モデル

ここで採り上げる原価差異調査意思決定のための原価管理モデルが適用できるのは，Comiskey〔4〕および Jensen〔8〕で指摘されているように，「比較的多数の同質的な業務単位（operating units）の存在」(3) する分権的組織である。Comiskey〔4〕において考察対象となったのは消費者金融業(consumer finance industry）であるが，上述のような状況は製造業においても多数見いだせるだろう。例えば，同種製品を取り扱う地域別事業部，各工場における同種類の補助用役提供部門，あるいは使用機械と労働者数がほとんど相違しない製造工程(4) などがそれである。しかし以下では，特定の状況を前提とはせず，一般的な形で原価管理の重回帰モデルについて考えてみたい。

n 個の同質的業務単位が存在する組織において，第 i 業務単位における一定期間の原価実際額 y_i が次式で表わされるものとする。

$$y_i=\beta_0+\beta_1X_{1i}+\beta_2X_{2i}+\cdots\cdots+\beta_kX_{ki}+u_i \qquad (1)$$

$$(i=1,\cdots\cdots,\ n)$$

k ：説明変数の数

n ：業務単位の数

原価実際額 y_i は k 個の説明変数 $X_{ri}(r=1,\cdots\cdots,\ k)$ と攪乱項 u_i からなる線型関数である。(5) 通常の回帰モデルにおける場合と同様に，攪乱項 u_i には以下

（3）Comiskey〔4〕 p. 235.

（4）最後の例示は Bierman=Dyckman〔3〕 p. 542 に依っている。

（5）攪乱項 u_i がモデルに組み込まれているのは，おおむね次の3つの理由によるもの

の仮定が存在する。

$$E(u_i)=0$$

$$E(u_i,\ X_{ri})=0$$

$$E(u_i,\ u_{i+j})\begin{cases}=\sigma^2 & (j=0)\\ =0 & (j\neq 0)\end{cases}$$

説明変数 X_{ri} には原価影響要因の原始測定値がそのまま使用されることもあれば，それらを一定の関数 f を用いて変換した数値を使用してもよい。すなわち原始測定値を x_{ri} としたときに，x_{ri} が関数 f を通じて，

$$X_{ri}=f(x_{ri})$$

と変換したものを使用する可能性をモデルは許容している。原価管理のための重回帰モデルでは，変数によっては対数変換ないし平方根変換した観測データが使用されることがあるが，これら変換の持つ意味については後述する。また X_{ri} にダミー変数を導入することも可能である。ダミー変数を用いることによって，非計量的と考えられる変数を数量化して重回帰モデルにおいて考慮することができる。ダミー変数を使用することによって，攪乱項 u_i の値は一般に小さくなることが期待できる。なお説明変数 X_{ri} の値について上記のような操作を加えても，(1)式で仮定した原価実際額 y_i と説明変数 X_{ri} および攪乱項 u_i との間の線型関係は保持されていることに注意されたい。

(1)式のモデルを一括してマトリクス表示すれば次のようになる。

$$\mathbf{y}=\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}+\mathbf{u} \tag{2}$$

ここで，

である。

(1) 原価額 y_i の発生に影響するすべての要因を説明変数としてモデルに組み込むことはできないし，数量化もすべて可能であるわけではない。またそれら影響要因に関する原価額 y_i との同時測定値を入手することも非常に困難である。

(2) 影響要因の値は常に確定的なものといえない。

(3) 原価額 y_i および説明変数 X_{ri} の測定に際しては誤差が生じ，われわれの入手しうるのはこのような誤差を含んだ観測値である。

$$\mathbf{y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X}=\begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots\cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots\cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots\cdots & X_{kn} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta}=\begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix} \qquad \mathbf{u}=\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

である。$\boldsymbol{\beta}$ は未知の母集団パラメータ値であるから，最小自乗法を用いてそれらの推定量 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を求める。最小自乗推定量 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は次式で与えられる。

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}=[\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \tag{3}$$

最小自乗推定量 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を用いると，原価実際額 $\mathbf{y}$ は次のように表わせる。

$$\mathbf{y}=\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}+\hat{\mathbf{u}} \tag{4}$$

$\hat{\mathbf{u}}$ は最小自乗残差，すなわち原価実際額と原価の最小自乗推定量の偏差であり，

$$\hat{\mathbf{u}}=\mathbf{y}-\hat{\mathbf{y}} \quad (\hat{\mathbf{y}}=\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \tag{5}$$

となる。以下では，原価管理モデルとしての使用に耐えうるだけの信頼性と係数の安定性が回帰式において認められていると仮定した上で，重回帰モデルによる原価管理のフレームワークについて説明を加えることにしよう。

期末には各業務単位において，説明変数としてモデルに採用した変数の実際値および原価発生額が明らかになる。原価差異の分析はすべての差異について行なわれることはまれであり，一般には例外原則に基づいて差異の発生原因調査が実施されるだろう。Jensen モデルでは以下に述べるように，(5) 式で示

される最小自乗残差 $\hat{\mathbf{u}}$ のとる値の大きさに応じて各業務単位における原価偏差の発生原因調査が必要かどうかが判定される。ある業務単位で，説明変数群のうちのいくつかが当該業務単位における過去の趨勢や他の平均的業務単位のそれらの値と離れた値をとった場合を考えてみよう。このときには当該業務単位の原価偏差は平均的な業務単位のそれよりも相対的に大きな値をとることとなる。このように原価偏差の大きさを基礎として当該差異の発生原因調査を行なうかどうかを判定するという意思決定ルールはそれなりの意義をもつものといえるだろう(6)。

さて Jensen モデルにおいては，差異原因調査の意思決定基準として $\mathbf{y}$ の信頼区間（confidence limit）の概念が援用されている。Jensen モデルの決定ルールによれば各業務単位の原価実際発生額 y_i が信頼区間の外（図1の斜線部分）にあるときには差異発生の原因調査の指令が出され，信頼区間内にあるときには当該原価発生額がインコントロール状態にあるとみなして原因究明作業は実施されない。

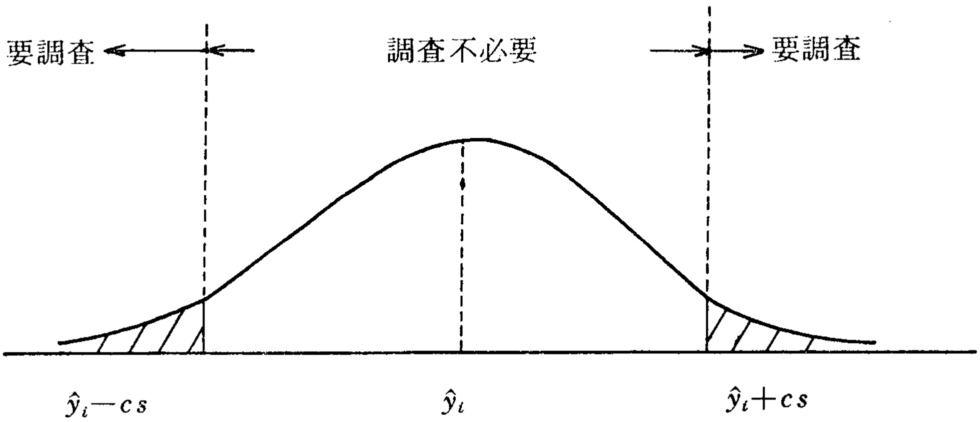


図1 信頼区間

(6) この決定ルールに従うとすれば，当然のことながら，調査されるべき原因が存在するにもかかわらず原価実際発生額が回帰式を通じて得られる原価許容額からそれほど乖離していないような状況では，有益であったはずの原因調査が実施されないといったことが起こりうる。各説明変数の原価への影響が相殺されて上記のような状況を呈することもあるだろう。Jensen は後に述べるように，管理者の差異原因調査に関する意思決定の誤まりを許容する主観確率 α の形成過程で上記の状況も考慮されるとしているが，それは十分な説得力があるとは思えない。

第 i 業務単位における原価偏差 $\hat{u}_i$ の発生原因調査が実施されない領域は次式で表わすことができる。

$$\hat{y}_i - t_{n-k-1,\alpha/2}\, s\sqrt{\mathbf{x}_i(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_i'} \leqq y_i \leqq \hat{y}_i + t_{n-k-1,\alpha/2}\, s\sqrt{\mathbf{x}_i(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_i'}$$

ここで，$\hat{y}_i$ は第 i 業務単位の説明変数値が $\mathbf{x}_i = [1 \ \ X_{1i} \ \ X_{2i} \cdots\cdots X_{ki}]$ をとるときの期待原価額であり，s は回帰線のまわりの標本残差の標準偏差，c はそれに対するウエイトである。

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-k-1}(\mathbf{y}-\hat{\mathbf{y}})'(\mathbf{y}-\hat{\mathbf{y}})}$$

$$c = \sqrt{\mathbf{x}_i(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_i'} \cdot t_{n-k-1,\alpha/2}$$

上式からも明らかなように，ウエイト c は原価偏差調査意思決定に関する権限をもつ管理者のもつ確率，つまり偏差が実際には調査が不用である場合にも進んで調査を行なうことを受け入れる確率 α に依存する。一般に，「『アウト・オブ・コントロール』であるかどうかが疑わしい業務単位を調査することによって発生するコストは，マネジメントに α の値を増加させる。一方，実際には『アウト・オブ・コントロール』の状況にある業務単位を調査しないことに基因する機会損失は，小さな α の値を選択するインセンティブとなる(7)」のである。α の値はこのように原価差異原因調査を行なうかどうかという意思決定に対して権限をもつ管理者によって主観的に定められるものであるから，これに適切な値を付与できなければ Jensen モデルの存在価値は消滅する。

ところで，Jensen モデルによって原価偏差の発生原因調査が必要であると判定された場合であっても，当該偏差が各業務単位レベルで常に管理可能であるとは限らない。このことは，回帰式の説明変数に各業務単位では制御できない外生的に与えられる変数が組み込まれる可能性があることからも明らかであろう。さらに説明変数がすべて各業務単位レベルで制御可能な内生変数であったとしても，個々の変数が原価偏差の発生にどのように関与しているかを解明することもまた困難なのである。

---

(7) Jensen〔8〕p. 269.

2.2 各業務単位における差異分析の構造

さて本節では，Jensen モデルの拡張モデルである業務単位モデルについて検討する。業務単位モデルは，伝統的な原価差異分析の方法を回帰分析に関連づけたものである。

Jensen モデルにおける回帰式を各業務単位に共通した変動予算公式とみなすことができると仮定すれば，説明変数実際値とパラメータの最小自乗推定量を用いて算定される原価額は，いわゆる許容原価額を意味することがわかる。Jensen モデルでは，この許容原価額 $\hat{\mathbf{y}}=\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ と原価実際発生額 $\mathbf{y}$ との原価差異 $\hat{\mathbf{u}}=\mathbf{y}-\hat{\mathbf{y}}$ について，その金額的重要性を判定基準として当該差異の発生原因の調査を実施するかどうかを決定した。そこでは $\hat{\mathbf{u}}$ の持つ統計的特性を原価管理の局面において利用することが強く意図されているのである。しかしながら各業務単位における原価能率を測定しようとする場合，伝統的な原価差異分析のフレームワークを援用するとすれば，原価実際額 $\mathbf{y}$ と比較対照されるべき基準値としては，説明変数の事前予測値（目標値）$\mathbf{X}_b$ とパラメータの最小自乗推定量 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ に基づく目標原価額 $\hat{\mathbf{y}}_b=\mathbf{X}_b\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を使用すべきであるといえるだろう。許容原価額 $\hat{\mathbf{y}}=\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は差異分析の媒介項として使用すべき性格をもつものである。そこで，原価差異分析のための業務単位モデルは次のような構造を持つ。

$$\mathbf{y}-\hat{\mathbf{y}}_b=(\mathbf{y}-\hat{\mathbf{y}})+(\hat{\mathbf{y}}-\hat{\mathbf{y}}_b) \tag{6}$$

ここで，

(1) $\mathbf{y}$ （原価実際値）

(2) $\hat{\mathbf{y}}=\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ （説明変数実際値と最小自乗推定量 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ に基づく許容原価額）

(3) $\hat{\mathbf{y}}_b=\mathbf{X}_b\hat{\boldsymbol{\beta}}$ （説明変数の事前予測値と最小自乗推定量 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ に基づく目標原価額）

である。(6) 式に示されているように，原価実際発生額と原価目標値との偏差は，最小自乗残差（第一項の差異）と各説明変数が事前の目標値とは異なった値をとったために生じた差異部分（第二項の差異）とに二分されている。この

ように業務単位モデルは Jensen モデルを第一項の差異として内包している。このことから，われわれは業務単位モデルを Jensen モデルの拡張モデルと理解しているのである。ところで，Jensen モデルでは原価偏差発生原因調査の判定基準とされた最小自乗残差は，原価差異分析のフレームワークを提供する業務単位モデルにおいてはどのような意味を持つものであると理解されるのであろうか。第一項の差異は，すべての同質的な業務単位における原価額と説明変数の値とから推定される回帰のパラメータ推定値が今期においても各業務単位に妥当すると考えた場合に，当期の説明変数実際値のもとで最も生じる可能性が高い原価額（期待原価額）と原価実際発生額との差額である。したがって，ある業務単位における原価実際発生額が許容原価額から大きくプラスの方向で乖離しかつその偏差が調査を要するほど統計的に有意であるということは，当該業務単位が他の同質的な業務単位との比較でより重大な原価浪費がなされていることのシグナルとなりうる。一方，マイナスの大きな偏差（有利差異）が同時に多数の業務単位で発生するときには，例えば各業務単位での原価影響要因に対する徹底的な管理の結果として，従来まで使用されてきた回帰式自体の有効性が失なわれてしまったのかもしれない。このような場合には，予算公式であるところの回帰式の再検討ないし回帰式の改訂を示唆する情報が業務単位モデルから発せられていると考えることができる。

回帰式に外生変数が含まれていない場合や外生的に与えられる説明変数値とそれらの事前予測値の差が著しいものでなければ，第二項の原価差異は各業務単位において管理可能である説明変数実際値のそれら目標値からの乖離度をパラメータの最小自乗推定量で評価したものである。したがってこの差異は，説明変数に採用されている変数が各業務単位において適切に管理されているかどうかを表わす。大きな不利差異が発生した場合，それが業務単位レベルで管理可能な変数のうちの1つないし複数の変数の影響によるものであることが分析の結果明らかになったとすれば，業務単位ではその原因究明がなされ，必要な場合には次期以降にそなえて是正措置がとられることになるだろう。

以上のように，業務単位モデルは Jensen モデルにおいて各業務単位に原価偏差の発生原因調査を指示するか否かの判定基準となる $\hat{\mathbf{u}}$ を，差異の一部と

して含んでいる。この意味で先ほども述べたように業務単位モデルは Jensen モデルを拡張したものであるといえる。期末には(6)式によって各業務単位ごとの原価差異額が第一項の差異と第二項の差異に二分されて算出される。第一項の差異 $\hat{\mathbf{u}}$ については信頼区間の概念を援用して，原因調査が必要とされるものと不要なものとの識別が各業務単位を統括する全般管理者によってなされる。信頼区間は全般管理者の差異原因調査の誤まり，すなわち原因調査が実際には不必要であったのにこれを実施してもよいと当該管理者が考える確率 α に依存して決定される。このように調査を実施するかどうかは総括管理者の主観確率に基づいて決定されるので，この第一項の差異について原因調査が必要と判定された業務単位に対しては，信頼区間の設定に直接関与した総括管理者から各業務単位管理者に「要調査」の指示が伝達されることになる。第一項の差異はこのように，個別の業務単位レベルでその調査の必要性が認識されるものではなく，同質的業務単位間の比較を通じてその調査必要性が業務単位管理者の上位管理者から示達されるという性質を持つ。

他方，第二項の差異 $\hat{\mathbf{y}}-\hat{\mathbf{y}}_b$ は一般には各業務単位レベルで管理可能とされるものであるから，第一項の差異とは異なり各業務単位管理者の判断に基づいてその発生原因調査を行なうかどうかが決定されることになるだろう。この第二項の差異を算定するにあたって注目すべきは，目標原価額は各業務単位において同一でなければならないという制約はなく，各業務単位がそれぞれ独自の目標値を設定することが可能だということである。つまり業務単位のそれぞれで，自部門の目標値 y_{bi} $(i=1, \cdots\cdots, n)$ を持つようにしても業務単位モデルの構造にはまったく影響を与えない。これはいうまでもないことであるが，第一項の差異について上位管理者からその発生原因の調査を実施する旨の指示がないとき，このことが当該業務単位における第二項の差異の分析までが不必要であることまでを意味するのではない。第一項の差異と第二項の差異とは再三指摘したように性質を異にするものである。したがって直上のような状況においても，第二項の差異についての調査意思決定は第一項の差異とは独立して実施されなければならないのである。

最後に業務単位モデルによる差異分析の執行手順を図示しておくことにす

る。

図３において，第二業務単位では第一項の差異が調査不要である状況を想定している。

業務単位モデルはシンプルな構造をしているが，第一項の差異と第二項の差異ではそれらの管理階層が異なるという特徴をもっている。

図２　業務単位モデルの執行手順

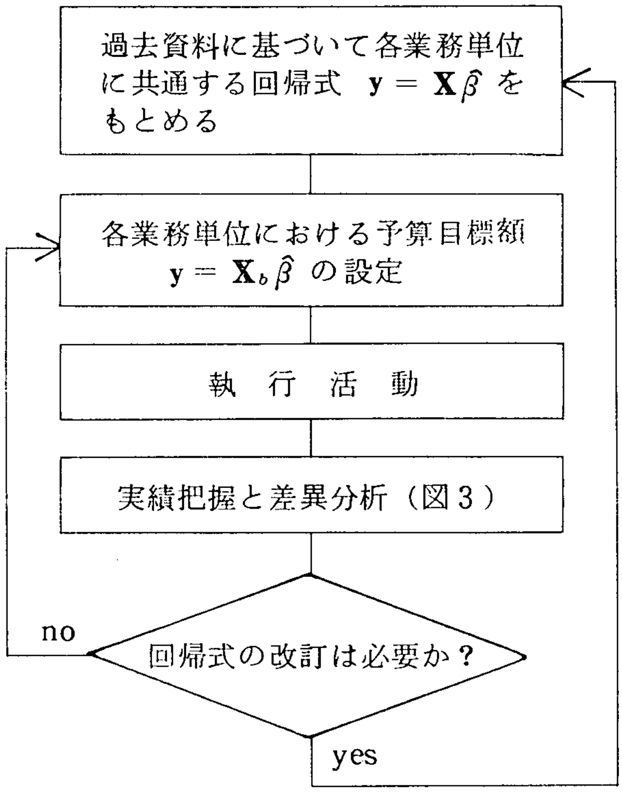
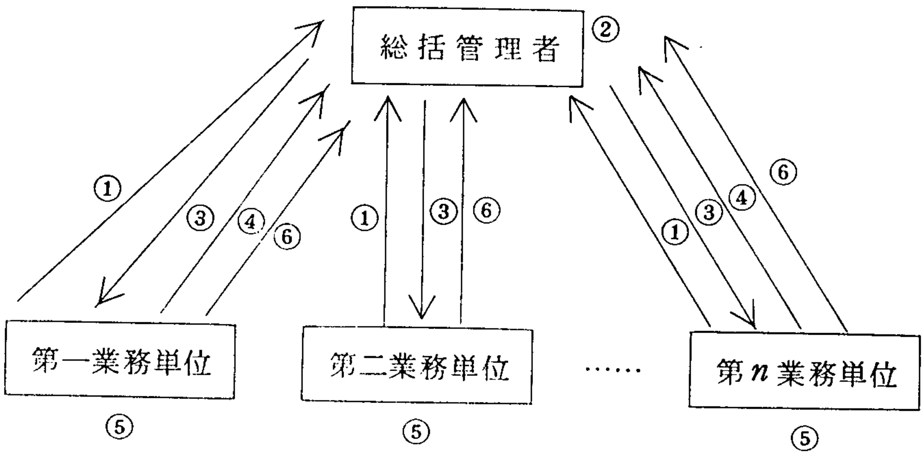


図３　実績把握と差異分析



① 当期原価発生額および従属変数実際値の報告
② 信頼区間の設定と各業務単位における第一項の差異を調査すべきかどうかの判定
③ 判定結果の伝達
④ 調査を命ぜられた業務単位からの差異発生原因の報告
⑤ 第二項の差異の算定と原因調査
⑥ 第二項の差異額と発生原因の総括管理者への報告

Ⅲ　重回帰モデルの諸仮定

3.1　回帰式の信頼性と係数の安定性の調査

前節で提示した業務単位モデルは，回帰式を用いた原価差異分析のシステムであるが，これが統計的方法である回帰分析を中核として構築されていることの意味をここで今一度考えてみる必要がある。業務単位モデルの基礎となる回帰式を確定するには，（モデルの説明変数の数＋1）個以上の従属変数と説明変数についての観測値の組が存在すればよい。しかしながら獲得された回帰式が業務単位モデルに直ちに利用可能であるとはいえない。獲得された回帰式に対しては，それが実際の使用に耐えうるものであるかどうかをさまざまな観点から検討する必要がある。これらは通常，回帰における検定の問題に属するものである。ここでは，決定係数 R^2 と説明変数が全体でみて従属変数である原価額 $\mathbf{y}$ になんらかの影響を与えているかどうかを検定する手続である分散分析についてそれらの概略を説明することにする。

決定係数 R^2 は，総変動のうちで当てはめられた線型モデルによって説明される変動の割合を示す統計量であり，次式で定義される。

$$R^2=\frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{y}-\frac{1}{n}(\sum y)^2}{\mathbf{y}'\mathbf{y}-\frac{1}{n}(\sum y)^2}$$

R^2 の値が1に近づけば近づくほど，仮定したモデルが観測データによく適合すると判断してもさしつかえない。

分散分析は，説明変数 $\mathbf{X}$ と従属変数 $\mathbf{y}$ との間にまったく関連性がないという仮説（すなわち，$H_0:\boldsymbol{\beta}=\mathbf{0}$）を一定の有意水準のもとで検定する手段である。この仮説が棄却されることは，$\mathbf{X}$ と $\mathbf{y}$ との間にモデルが仮定した関数関係が存在すると判断してもさしつかえないことを意味する。したがって，仮説の棄却は回帰式の信頼性を裏づける一つの根拠となる。以下に示す分散分析表（ANOVA）を通じて得られる統計量

$$F=\frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{y}/k}{\mathbf{y}'\mathbf{y}(1-R^2)/(n-k-1)}$$

$$= \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(n-k-1)}$$

を自由度 k, $n-k-1$ の F 分布表のよみ $F\varepsilon$ （εは有意水準）と比較して，$F<F\varepsilon$ なら仮説は棄却されることになる。

表1　分散分析表

変動要因	平　方　和	自由度	不偏分散
回帰変動	$S_1=\hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y}=R^2\cdot\mathbf{y}'\mathbf{y}$	k	S_1/k
残差変動	$S_2=\mathbf{y}'\mathbf{y}(1-R^2)$	$n-k-1$	$S_2/n-k-1$
全変動	$\sum(y_i-y)^2=\mathbf{y}'\mathbf{y}$	$n-1$	

3.2　回帰の統計的諸仮定とその原価管理上の意味(8)

統計的方法は管理会計において多岐にわたる使途を持つが，それらの適用が有効であるためには，その背後にある統計的諸仮定が実際にどの程度まで満足されているかを検討しなければならない。Jensen も指摘するように，「統計的方法はほとんどの場合といってよいほど，当該技法が一定の状況において有効であるかどうかの検討をまったく行なわずに適用される(9)」のである。考慮すべきものとしては，分散斉一性，重共線性，タイムラグの処理，および系列相関などの諸問題がある。ここでは紙幅の関係で，分散非斉一である状況を採り上げ，これを克服する方法を検討する。(10)

線型回帰モデルでは，攪乱項の分散は説明変数のとる値のいかんを問わず一定であると仮定される。このことを第Ⅱ節の業務単位モデルに関連づけて説明すれば，各業務単位における攪乱項の分散が一定値 σ^2 をとるということである。この仮定は分散斉一性（homoscedasticity）の仮定と呼ばれるが，それは次式のように表わすことができる。

（8）本節は主として Jensen〔8〕pp. 269-271 に依っている。
（9）Jensen〔8〕p. 269.
（10）分散斉一性以外の諸問題については，Benston〔2〕，Jensen〔8〕，Johnston〔9〕，加登〔13〕，日本会計研究学会特別委員会報告〔14〕等を参照せよ。

$$\mathbf{E}(\mathbf{uu}') = \sigma^2 \boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots\cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

しかしながら，回帰式を原価管理に適用しようとする業務単位モデルの場合には，説明変数の値が変化しても攪乱項の分散が一定であると仮定することはいかにも不合理である。各業務単位における作業が同質的であってもその規模にはばらつきのあることは多い。このような場合には，分散斉一性が確保されているとは言い難いのではないだろうか。このように攪乱項の分散が一定値を取りえない状況は，分散非斉一性（heteroscedasticity）と呼ばれる。したがって，まず行なわなくてはならないのは，分散斉一性が確保されているかどうかを検定することである。Bartlett の検定[11]が分散斉一性を検定する一般的な方法である。検定の結果，分散斉一性の仮説が棄却された場合には，これを確保する手続が是非ともとられなければならない。というのは，分散が非斉一であれば原価偏差調査意思決定の基礎となる信頼区間を算定することができなくなって，業務単位モデルの有用性が半減してしまうからである。

原始データに何らかの変換を施し，変換済のデータに基づく回帰式において満足できる分散斉一度を確保することも一つの対処法である。Jensen はどのような変換が効果的であるかについて，次のように述べている。「分権的業務単位の原価管理にあっては，対数変換や平方根変換がよい結果をもたらすことがある。なぜならば，原価偏差は予算原価額の大きさにともなって増加すると考えられるからである。各業務単位の平均原価額がそれぞれに対応する標準偏差に比例する場合には，原価測定値を対数変換または平方根変換したものは分散斉一性をよりよく確保することになるだろう[12]。」

上記の方法によっても分散斉一性が獲得できない場合には，次のような手段をとることができる。分散非斉一な状況を直下のように表わすことにしよう。

(11) Bartlett の検定の詳細については，Bartlett〔1〕および Snedecar=Cochran〔11〕などを参照されたい。

(12) Jensen〔8〕p. 270.

$$\mathbf{E}(\mathbf{uu}') = \begin{pmatrix} \sigma_1{}^2 & 0 \cdots\cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2{}^2 \cdots\cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \cdots\cdots & \sigma_n{}^2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \sigma_i{}^2 \neq \sigma_j{}^2 \\ \text{(すべての } i \text{ と } j \text{ について,} \\ \text{ただし } i \neq j\text{)} \end{array}$$

ここで $\lambda_i{}^2 = \sigma_i{}^2/\sigma^2$ と定義すれば，上記のマトリクスは次のように書きかえることができる。

$$\mathbf{E}(\mathbf{uu}') = \sigma^2 \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \cdots\cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 \cdots\cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \cdots\cdots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

対角行列 $\mathbf{P}$ を次のように定義すれば，

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1\sqrt{\lambda_1} & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & 1\sqrt{\lambda_2} & \cdots\cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & 1/\sqrt{\lambda_n} \end{pmatrix}$$

データ変換後のモデルは，

$$\mathbf{Py} = \mathbf{PX}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Pu}$$

となる。このとき，$\boldsymbol{\beta}$ の最小自乗推定量 $\mathbf{b}$ は，

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{P}'\mathbf{PX})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{P}'\mathbf{Py}$$

である。このようにすれば，変換後の攪乱項の分散共分散マトリクスは，

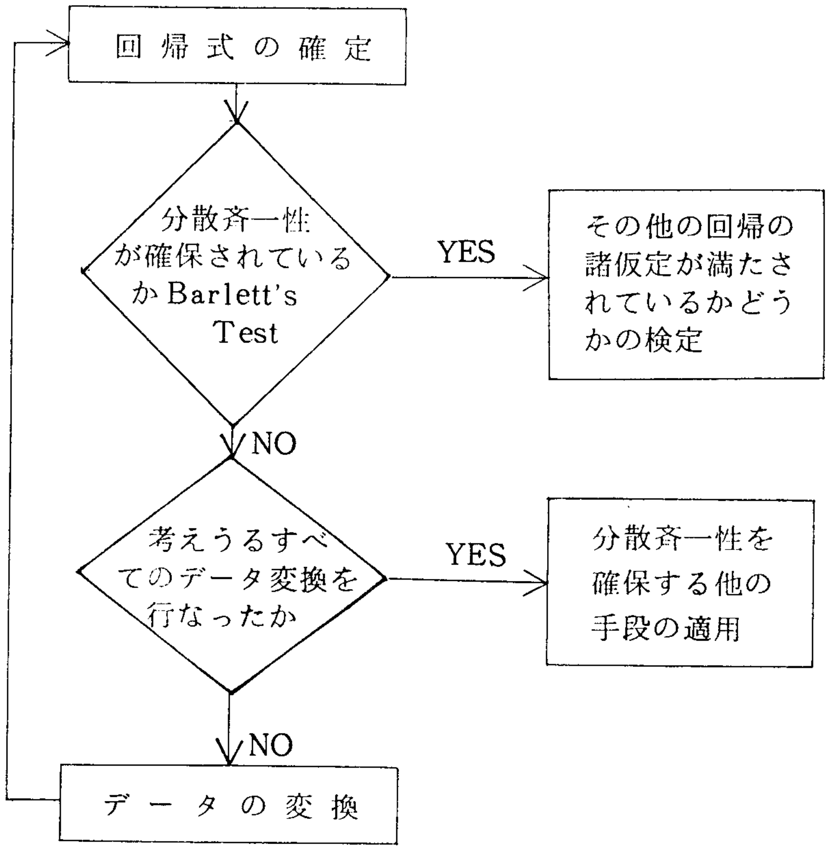
$$\mathbf{E}(\mathbf{Puu}'\mathbf{P}') = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \cdots\cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 \cdots\cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \cdots\cdots & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

となり，分散斉一性が確保されたことになる。ただ $\mathbf{P}$ を適切に設定する決定ルールはなく，ヒューリスティックなアプローチによりこれを求める必要がある。Jensen は $\lambda_i = \log y_i$ とすることが良好な結果をもたらす一つの方法であ

ると指摘している。(13)

以上の分散斉一性を確保する手順をフローチャートで示せば，次のように表わせるだろう。

図4 分散斉一性の検定と分散非斉一である場合の対処法



Ⅳ 結びにかえて

前節までで，回帰分析の原価管理への適用を考えた Jensen モデルとこれを拡張した業務単位モデルのフレームワークを概観してきた。業務単位モデルによって期末には二種類の差異数値が算定される。第一項の差異は各業務単位を総括する管理者レベルで把握され使用される。そこでは，各業務単位について今期の原価実績値が過去の当該業務単位の実績や他の業務単位のそれらの期待値と比較され，総括管理者の主観が介在する基準―信頼区間概念―によって要

(13) Jensen〔8〕pp. 270-271.

調査と判定された業務単位に対しては，その旨の指示がなされる。原価差異調査を命じられた業務単位では，各説明変数の実績値に注目して分析を実施し，総括管理者にこの第一項の差異の発生原因を報告しなければならない。このように第一項の差異は，個別の業務単位レベルではその発生原因調査を行なう必要があるかどうかを直接には認識しえないという性質をもつものである。一方，第二項の差異は通常の場合には各業務単位で管理可能とされる原価能率を表わすものであるから，それぞれの業務単位管理者の判断によって差異発生原因調査が実施されることになるだろう。このような構造をもつ業務単位モデルが実際に利用可能なものとなるためには，第Ⅲ節でその一部をごく要約的に検討した回帰分析の統計的諸仮定の遵守の程度を検討すること(14)に加えて，さらに考慮すべきもう一つの問題がある。それは Jensen モデルで仮定されたように，したがって業務単位モデルにおいても当然のこととして仮定されている，同質的業務単位の存在である。

Jensen モデルが前提とした同質的業務単位とは Jensen〔8〕の文脈からして，それぞれの業務単位の職務内容などの外観的同質性のみならず，そこで発生する原価がこれまた各業務単位に共通な独立変数群によって統一的に説明できるというかなり厳格な意味での構造的・実質的同質性をもつ組織単位ということになる。(15) このような同質的業務単位に対して，Jensen モデルおよび業務単位モデルは，一本の回帰式が各業務単位に共通するという前提のもとに構築されているのである。しかしながら，業務単位が相互に外観的同質性を有しているからといって，それぞれにおける原価までが同一の回帰式で説明されるとするのはいかにも短絡的ではないだろうか。業務単位モデルの適用上の問題を考えるにあたっては，まず各業務単位における原価構造，換言すれば各業務単

(14) Jensen〔8〕は彼の原価管理モデルを提示することに主眼があったのではなく，回帰分析の諸仮定がいかに原価管理への適用を考える場合に満足されることが少ないかを示すことにあった。

(15) Jensen は前者の意味での同質的業務単位は，後者の特性もあわせもつと単純に考えたのだろうか。実際には，ここでのべたような特性をもつ組織単位が存在するとは考えづらい。

位におけるコスト・ビヘイビアに相違があるかどうかを調査することが必要になるのではないだろうか。[16] さらには，業務単位によって回帰式が異なるときに，業務単位モデルの構造に変化がおこるかどうかも考察する必要があるだろう。これら二つの問題については続稿において考えてみたい。

【参 考 文 献】

〔1〕 Bartlett, M. S., The Use of Transformation, *Biometrics*, Ⅲ, 1949.

〔2〕 Benston, G. J., Multiple Regression Analysis of Cost Behavior, *The Accounting Review*, Oct., 1966.

〔3〕 Bierman, H. Jr. and T. R. Dyckman, *Managerial Cost Accounting*, 2nd ed., Macmillan, 1976.

〔4〕 Comiskey E. E., Cost Control by Regression Analysis, *The Accounting Review*, Apr., 1966.

〔5〕 Gujarati, D., Use of Dummy Variables in Testing for Equality between Sets of Coefficients in Linear Regression: A Note, *The American Statistician*, Feb., 1970.

〔6〕 Gujarati, D., Use of Dummy Variables in Testing for Equality between Sets of Coefficients in Linear Regressions: A Generalization, *The American Statistician*, Dec., 1970.

〔7〕 Jensen, H. L. and S. T. Grossman, Accounting Applications of Covariance Analysis, *Accounting and Business Research*, Autumn, 1979.

〔8〕 Jensen, R. E., A Multiple Regression Model for Cost Control-Assumptions and Limitations, *The Accounting Review*, Apr., 1967.

〔9〕 Johnston, J., *Econometric Methods*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1972.（竹内啓・関谷章・栗山規矩・美添泰人・舟岡史雄共訳『計量経済学の方法』（全訂版）（上）（下）東洋経済新報社，昭和50年)。

〔10〕 Kaplan, R. S., Application of Quantitative Models in Managerial Accounting: A State of the Art Survey, in *Management Accounting-State of the Art*, Robert Beyer Lecture Series, University of Wisconsin, 1977.

---

(16) この調査のためには，共分散分析，Chow 検定および Gujarati のダミー変数法が有用な分析フレームワークを提供する。詳細は，Gujarati〔5〕，Gujarati〔6〕，Jensen=Grossman〔7〕，Johnston〔9〕等を参照されたい。

〔11〕 Snedecar, G. W. and W. G. Cochran, *Statistical Method*, 6th ed., Iowa State University Press, 1967.

〔12〕 岡本清編著『原価計算基準の研究』国元書房，昭和56年。

〔13〕 加登豊著『コスト・ビヘイビアの分析技法』(大阪府立大学経済研究叢書52)，昭和55年。

〔14〕 日本会計研究学会特別委員会報告『原価計算基準の検討』(原価計算基準特別委員会)，昭和54年6月。

〔15〕 門田安弘稿「意志決定における予測の信頼性」(神戸大学会計学研究室編『現代管理会計論』中央経済社，昭和56年に所収)。