



コンプライアントモーフィング翼型のトポロジー最適設計に関する研究

メタデータ	言語: ja 出版者: 公開日: 2024-04-25 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 上林, 恵太 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24729/0002000657

大阪公立大学博士論文

コンプライアントモーフィング翼型の
トポロジー最適設計に関する研究

2024年2月

上林 恵太

Abstract

This thesis proposes a topology optimization design for the compliant internal mechanism to achieve continuous and smooth deformation of the morphing flap. For this flap to actively deform its external shape, an internal mechanism for deformation mechanism is required. The use of a compliant mechanism for the internal mechanism is expected to simplify the device, provide flexibility for deformation, and have sufficient load-bearing stiffness to withstand aerodynamic forces. On the other hand, the design of the compliant mechanism requires an optimal design method in a multidisciplinary domain that simultaneously considers aerodynamics and structural mechanics. Therefore, this study aims to develop an optimal design method to obtain compliant morphing flaps that are superior from both aerodynamic and structural performance, based on the topology optimization method.

First, the multi-layer compliant rib structure is proposed to efficiently achieve the morphing deformation. This multi-layer model is modeled in two dimensions for computational efficiency, and an optimal design problem is formulated to minimize the root mean square RMS error between the predefined target shape and the actual deformed shape. A multi-objective optimal design is also proposed to achieve several different target shapes suitable for different flight conditions by switching the input actuator load.

Second, the topology optimal design of compliant morphing flaps considering finite deformation analysis. To avoid the numerical instability of the optimization process in conventional methods, a topology optimization method is proposed, which integrates the mesh adaptation method and nonlinear finite deformation analysis. The effectiveness of the design method is demonstrated through numerical examples by obtaining compliant morphing flap design solutions that achieve the target shape.

Finally, the topology optimization method that simultaneously optimizes the aerodynamic and the structural performance of the airfoil is proposed. Considering the computational cost, a topology optimization method is proposed that employs a panel method assuming potential flow for aerodynamic analysis and combines it with a structural model using the finite element method. Then, the sensitivity of the structural design based on the aerodynamic performance is derived. Through numerical examples, it is confirmed that aerodynamic and structural performance can be optimized simultaneously.

要旨

本研究は、モーフィングフラップの連続的で滑らかな変形を実現するための最適なコンプライアント内部機構をトポロジー最適設計により明らかにすることを目的とする。将来航空機の低燃費化・低騒音化への一方策にモーフィングフラップがある。このフラップが外形形状を積極的に変形させるためには、内部に変形するための機構が必要である。この内部機構にコンプライアント機構を採用することで、装置の簡素化や変形するための柔軟性、空気力に対する耐荷重性を併せ持つことが期待できる。一方、その設計には、空気力学と構造力学を同時に考慮する複合領域にわたる最適設計手法が必要となる。そのため、本研究では、設計自由度が最も高いトポロジー最適設計手法を基に、空力と構造のどちらの観点からも優れたコンプライアントモーフィングフラップを求める最適設計手法の構築を目指す。

以下に、本論文の研究内容を、以下の3つの項目に分けて示す。その後、各項目の概要について述べる。

項目 (1) 既定目標形状へと達成するためのコンプライアントモーフィングフラップの内部機構のトポロジー最適設計法を提案した。

項目 (2) 有限変形を考慮したモーフィングフラップ内部構造のトポロジー最適設計法を提案した。この有限変形の解析には非線形解析が必要となるため、数値不安定性が生じることがある。この数値不安定性を抑止する構造モデル化法と非線形有限変形解析とを統合したトポロジー最適設計手法を開発し、コンプライアントモーフィングフラップ設計問題へ適用した。

項目 (3) モーフィング変形をした後の翼型の空力性能と内部機構の構造性能とを同時に最適化するトポロジー最適設計法を提案した。空力モデルを従来のトポロジー最適設計手法に統合し、空力性能と構造性能との双方が優れたコンプライアントモーフィングフラップを設計した。

項目 (1) では、効率よくモーフィング変形を実現するために、複数のリブをスパン方向に配置する多層リブ構造を提案した。そこでは、計算コストを抑えるために、各リブ層が翼表皮のみで互いに変位が等しくなるよう連成解析を行うことで、本来3次元で表現されるこのモデルを2次元でモデル化するための工夫を行った。そして、既定の目標形状との誤差量を最小化する最適設計問題を定式化し、目標形状へと達成するコンプライアントモー

フィンガフラップの内部機構をトポロジー最適化により求めた。また、入力アクチュエータ荷重を切り替えることで異なる飛行状況に適した変形形状へと達成する多目的最適設計を提案した。トポロジー最適化法の設計自由度の高さがモーフィング翼の内部構造設計問題に対して一定の有効性があることを示した。

項目(2)では、項目(1)では考慮していなかった非線形有限変形を再現したコンプライアントモーフィングフラップのトポロジー最適設計を行った。従来の方法では、最適設計過程の構造変化によって、非線形有限変形解析実行時に数値不安定性が生じ、解析が止まってしまうことがある。こうした数値不安定性を取り除くために、メッシュアダプテーション法と非線形有限変形解析を統合したトポロジー最適設計法を提案した。これにより、構造表現と変形挙動のどちらも精度を向上させ、その上に数値不安定性を回避する設計手法が実現できた。そして、いくつかの数値計算例を通して、目標形状へと達成するコンプライアントモーフィングフラップ設計解を求めることで、設計手法の有効性を示した。

項目(3)では、モーフィング変形をした後の翼型の空力性能と内部機構の構造性能とを同時に最適化するトポロジー最適設計手法を提案し、コンプライアントモーフィングフラップへ適用した。上記の2項目では、事前に目標形状を設定する必要があった。その形状には空力性能が最大となる理想的な形状を選択することができるが、構造変形により達成可能かどうかは事前にわからないという問題がある。最適設計ではその目標形状に近づけるが、形状が近いからと言って空力性能が優れているという保証はない。また、構造性能が犠牲となる可能性があるという問題もある。これを解決するために、変形後の形状と内部の機構とを同時に求めるトポロジー最適設計法を提案した。この手法では、計算コストを抑えるために、空力解析にはポテンシャル流れを仮定したパネル法を採用し、これまで用いてきた有限要素法を用いた構造モデルとの間の相互作用を考慮できるトポロジー最適設計を提案した。そこでは、構造から空力への一方向作用のみを考慮し、変形後翼型の空力性能を向上させるための構造探索指針である感度を導出した、この感度に基づくトポロジー最適設計によりコンプライアントモーフィングフラップを求めることで、空力性能と構造性能を同時に最適化できていることを確認した。

以上の内容に基づき、本論文は、6章によって構成される。以下に、各章の構成と概要を示す。

第1章では、研究の背景と論文構成について述べた。

第2章では本研究で設計対象とするコンプライアントモーフィング翼型と設計手法であるトポロジー最適設計を説明した。まず、要素技術、数理モデルや最適設計の観点から、モーフィング翼の研究状況について述べた。次に、コンプライアント機構を用いたモーフィング翼型に関する先行研究を俯瞰し、トポロジー最適設計を用いた取り組みを設計変数の観点から分類した。その後、設計手法に用いるトポロジー最適設計の基本的な考え方について述べ、本研究で採用するレベルセット法に基づく方法について説明した。そして、代表的な構造最適設計問題の例として、剛性最大化問題とコンプライアント機構の設計問題へと適用した計算結果を示した。

第3章は、先述した項目(1)に対応している。はじめに、提案する多層構造化の概要について述べ、本来3次元で解釈されるこの構造を2次元でモデル化する数理モデルについて説明した。次に、トレードオフ関係にある最適解候補群の中から効率よく最適解候補を探索できる満足化トレードオフ法について説明し、多目的最適設計問題の定式化について説明した。多層構造化したコンプライアントモーフィング翼型の数値計算モデルと目標形状を設定し、単一の目標形状を達成する単目的最適設計問題の定式化、および、2つの目標形状を同一構造で達成するための多目的最適設計問題を満足化トレードオフ法を用いた定式化した。数値計算例では、最初に、単目的最適設計問題を通して、提案した多層構造モデル化の効果と妥当性を評価した。その後、多目的最適設計問題を通して、同一構造でありながら荷重条件の切り替えに応じて異なる2つの目標形状を達成する最適解候補を明らかにした。

第4章は、項目(2)に対応している。まず、有限変形解析について非線形支配方程式と反復解法について述べ、本論文で採用する圧縮性ネオフック体構成則について説明した。次に、数値不安定を回避するために、従来の材料有無の近似的表現と異なり、厳密に材料の有無を表現できるメッシュアダプテーション法に基づく表現手法を提案した。その効果を説明するために、複数の孔が空いた片持ち梁の構造解析を通して数値安定性について確認した。そして、有限変形を考慮した目標形状達成を考えるコンプライアントモーフィング翼型の最適設計問題を定式化し、有限変形解析と数値不安定を回避する提案手法を統合したトポロジー最適設計手法の数値計算アルゴリズムを説明した。数値計算例を通して、微小変形と有限変形を仮定したコンプライアントモーフィング翼型の最適設計解の比較を通して、有限変形を考慮する必要性と、提案手法の有効性を明らかにした。

第5章では、項目(3)の内容について、まず、変形後のコンプライアントモーフィング翼型の空力性能を評価するために用いるパネル法と、構造解析に用いる有限要素法とを組み合わせ合わせた空力・構造弱連成計算モデルについて説明した。この空力・構造弱連成計算モデルを従来用いてきたトポロジー最適設計手法へと導入し、構造から空力への一方向作用のみを考慮し、モーフィング機構形態により変化する構造応答によって変化する翼型形状の空力性能に基づく設計感度を、空力・構造弱連成計算モデルを基に導出した。最適設計問題では、目標形状の設定を不要とし、空力性能と構造性能とを同時に考慮するコンプライアントモーフィング翼型の多目的最適設計問題を定式化した。数値計算例を通して、変形後の翼型形状の空力性能と内部機構の構造性能とがトレードオフ関係にある最適設計候補群を示し、提案する設計手法の有効性について議論した。

最後に、第6章で本研究の結論と今後の課題を述べた。

謝辞

研究者への道標を照らしていただき、また、本研究の遂行にあたっては、終始辛抱強くご指導とご鞭撻を賜った小木曾望教授に深く感謝の意を表します。

本論文をまとめるにあたり、副査として有益なご指摘やコメントをいただきました岩佐貴史教授、佐々木大輔教授に厚く御礼申し上げます。また、トポロジー最適設計についてご指導とご助言をいただいた、京都大学の西脇眞二教授、泉井一浩教授、東京大学の山田崇恭准教授、有限変形解析の理論及び数値実装に関してご指導とご助言をいただいた材料物質研究機構の渡邊育夢主幹研究員に心から御礼申し上げます。

本論文に含まれる研究を推進する中では、研究室の皆様方には日々の活力を与えていただきました。伊藤誠博士、権陽弥博士をはじめ、(以下、敬称略) 中村玄、津田明、上原健吾、関優太、田中博基、中原高彰、飯田輝澄、松下征也、坂野文香、高巢遥、橋脇健太郎、向井大知、横山知樹、小西健斗、西岡立成、服部華奈、山田雅史、小泉拓郎、中津壮人、鈴木優希、田中宏明、野中幹、横田航一、大塚遥人、黒岩俊太郎、小長光遼、小山健太、石川侑希、石原彰人、林魁星、石居瞭宏、岩城悠、町田宗大、吉田翔太らに深謝致します。

また、高度人材育成推進センターと博士人材育成支援室の皆様には感謝致します。特に、安藤陽特任教授には、研究や進路に関してご助言を賜り、自発的軌道修正のため辛抱強く対話を重ねていただきました。NIMS インターンシップ派遣では、浜田正隆様、野里直子様、池内優子様らに宿泊費等の資金援助にご尽力いただきました。NIMS では、渡邊育夢主幹研究員、技術職員の谷口祥子博士、山本由希様、Ta-te Chen 博士、Xiaoyang Zheng 博士、(以下、敬称略) Dayuan Liu, Jiaxin Zhou, Tianwen Tan, Garindra Harvianto, Fandi Akhmad, Duan Renyu, Viola Paul, Silvia Pomes らに、内発的動機により研究を進める大切さをご教授いただきました。また、生産技術センターの渡辺一功様、松元歩様、田中勝彦様、森杏子様らにものづくりをご指導をいただきました。本稿を通して、深謝致します。

本研究の遂行にあたって、JSPS 科研費基盤研究(B)JP21H01535、日本学術振興会特別研究員奨励費(DC2)JP23KJ1842、JST 大学フェローシップ創設事業 JPMJFS2138 の助成を受けたことに謝意を表します、特別研究員奨励費の執行に際しては、工学支援室の槇原理恵様、経理課の牛尾涼子様らに、懇切丁寧にご対応いただきました。深謝致します。

また、身勝手ながら、企業退職を経て博士後期課程進学するに際し、理解を示し背中を押してくださった、前職場の上司や同僚たちに謝意を表します。

最後に、これまで長い間私を支えてくれた家族や両親、パートナーに深く感謝致します。

目次

Abstract	i
要旨	ii
謝辞	v
図目次	xiv
表目次	xv
第1章 序論	1
第2章 コンプライアントモーフィング翼型のトポロジー最適設計	4
2.1 コンプライアントモーフィング翼型	4
2.1.1 モーフィング翼	4
2.1.2 コンプライアント機構を用いたモーフィング翼型	6
2.2 レベルセット法に基づくトポロジー最適設計	7
2.2.1 トポロジー最適設計	7
2.2.2 レベルセット法に基づく構造の表現および更新方法	8
2.2.3 構造最適設計問題の例	10
第3章 複数のモーフィング形状を考慮した多目的最適設計	14
3.1 はじめに	14
3.2 多層構造化したコンプライアント機構のモデル化	15
3.3 満足化トレードオフ法を用いたパレート最適解の探索	16
3.3.1 多目的最適設計問題	16
3.3.2 スカラー化	16
3.3.3 満足化トレードオフ法	18
3.4 最適設計問題	19
3.4.1 数値計算モデルと目標形状の設定	19
3.4.2 目標形状達成を考慮した単目的最適設計問題	21
3.4.3 感度解析	23

3.4.4	複数の目標形状達成を同時に考慮した多目的最適設計	24
3.4.5	数値実装	24
3.5	数値計算例1：単一の目標形状達成を考慮した単目的最適設計	25
3.5.1	単一の目標形状への達成を考えた最適設計解	26
3.5.2	2層構造化の効果の考察	28
3.5.3	3次元モデルによる変形解析	32
3.6	数値計算例2：2つの異なる目標形状達成を考慮した多目的最適設計	34
3.6.1	複数の目標形状達成を考えたパレート最適解	34
3.6.2	構造形態におけるトレードオフ分析	37
3.6.3	パレート最適解の空力性能	41
3.7	まとめ	43
第4章	有限変形を考慮したトポロジー最適設計	45
4.1	はじめに	45
4.2	有限変形解析	46
4.2.1	つり合い式	46
4.2.2	つり合い式の線形化	47
4.2.3	構成則	48
4.3	レベルセット関数に応じた厳密な構造表現	49
4.3.1	メッシュアダプテーション法を用いた空洞領域を取り除く構造表現	49
4.3.2	提案構造表現手法の効果の確認	51
4.4	最適設計問題	53
4.4.1	数値計算モデル	53
4.4.2	最適設計問題の定式化	54
4.4.3	感度解析	56
4.4.4	数値実装	58
4.5	数値計算例	59
4.5.1	目標形状の設定	59
4.5.2	最適設計解	61
4.5.3	最適設計解の比較	64
4.5.4	荷重増大に伴う変形応答	67
4.5.5	空力性能解析	67
4.6	まとめ	68
第5章	空力性能に基づくトポロジー最適設計	73
5.1	はじめに	73
5.2	パネル法を用いた空力性能評価	74
5.2.1	パネル法を用いた空力解析	74

5.2.2	変位と荷重の伝達	76
5.3	空力応答に基づく評価指標の構造設計変数に対する感度の導出	78
5.3.1	空力性能を考慮した構造最適設計問題	78
5.3.2	空力性能の構造設計変数に対する感度解析	79
5.4	最適設計問題の定式化	79
5.4.1	数値計算モデル	80
5.4.2	最適設計問題の定式化	80
5.4.3	感度解析	81
5.4.4	数値実装	82
5.5	数値計算例	83
5.5.1	最適設計解	83
5.5.2	変形後の翼型形状と圧力分布	84
5.6	まとめ	85
第 6 章	結論	92
6.1	結論	92
6.2	今後の課題	94
	参考文献	95
	付 録 A 多層構造化したコンプライアント機構の目標形状達成を考慮した感度解析	103
	付 録 B 空力作用を考慮したコンプライアント翼型の剛性最大化問題	106
B.1	最適設計問題の定式化	106
B.2	数値計算例	107
	付 録 C 本論文の基礎となる発表論文	111

目 次

1.1	Conventional and morphing flaps.	2
1.2	Schematic diagram of two different design methods for compliant morphing airfoils.	3
2.1	Categories of morphing wing.	5
2.2	Classification of structural optimization problems: Illustration of a design problem to maximize the stiffness of a beam with a fixed left end and a weight hanging at the right end.	7
2.3	Level-set function and design domain.	9
2.4	Design domain and boundary conditions for stiffness maximization design.	10
2.5	Convergence history for stiffness maximization problem.	11
2.6	The obtained level-set function distribution of the optimal solution that maximizes stiffness and the structural domain bounded by the zero level-set isosurface.	11
2.7	Design domain and analysis conditions for compliant mechanism design problem: Case I is operating condition; Case II is condition for evaluating the stiffness with respect to loads received from the input point; Case III is condition for evaluating the stiffness with respect to loads received from the output point.	12
2.8	Convergence history for compliant mechanism design.	13
2.9	The obtained level-set function distribution of the optimal solution for the compliant mechanism and the structural domain bounded by the zero level-set isosurface.	13
2.10	The deformed shape of the obtained optimal solution of the compliant mechanism: The deformation is magnified by a factor of 5.	13
3.1	Multi-layered morphing flap model.	15
3.2	Individual layer and region.	15
3.3	Conceptual scheme of Pareto optimal solutions (two conflicting objectives).	17

3.4	Scalarized objective function for multi-objective optimization problem: C_W and C_T are constants, and the black and white circles represent the search process design solution and Pareto solution, respectively.	18
3.5	Pareto solution is located on the line connecting the ideal point and aspiration level in the objective function space using STOM.	20
3.6	Wing model.	21
3.7	Design domains and boundary conditions.	21
3.8	Two desired morphing shapes.	22
3.9	Design domains and boundary conditions for multiobjective optimization problem.	23
3.10	Flow chart of optimization procedure.	25
3.11	Triangular finite element mesh for deformation analysis.	26
3.12	Convergence histories for each optimal design condition.	27
3.13	Topology changes of each layer structural configuration for Case 1(L/D maximized morphing shape): (Left) Layer 1 structural configuration; (Middle) Iteration number; (Right) Layer 2 structural configuration.	28
3.14	Topology changes of each layer structural configuration for Case 2(Lift maximized morphing shape): (Left) Layer 1 structural configuration; (Middle) Iteration number; (Right) Layer 2 structural configuration.	29
3.15	Changes in the deformed shape of multilayered flap: (Left) Case 1; (Middle) Iteration number; (Right) Case 2.	30
3.16	Optimal configuration and the deformed shape in Case 1 : L/D maximized morphing shape.	31
3.17	Optimal configuration and the deformed shape in Case 2 : Lift maximized morphing shape.	31
3.18	Deformed shapes of each layer when each layer is not connected at the airfoil skin.	32
3.19	Deformed shapes of multi-layered compliant flap under individual load in Case 1: L/D maximized morphing shape.	32
3.20	Deformed shapes of multi-layered compliant flap under individual load in Case 2: Lift maximized morphing shape.	33
3.21	Three dimensional model and deformation analysis of multi-layered compliant flap.	33
3.22	Pareto optimal solution in objective function space.	35
3.23	Convergence histories for multi-objective optimization problem (continued).	36
3.23	Convergence histories for multi-objective optimization problem.	37

3.24	Deformed shapes for Pareto solutions: (left) L/D^{\max} maximized design and (right) C_L^{\max} maximized design (continued).	38
3.24	Deformed shapes for Pareto solutions: (left) L/D^{\max} maximized design and (right) C_L^{\max} maximized design.	39
3.25	Deformed shapes for Pareto solutions: (left) L/D^{\max} maximized design and (right) C_L^{\max} maximized design.	40
3.26	Aerodynamic performance for ideal morphing shape for L/D^{\max} maximized design and deformed shapes for Pareto optimal solutions.	41
3.27	C_L vs α for the ideal morphing shape of the C_L^{\max} maximized design and deformed shapes for Pareto optimal solutions.	43
3.28	Pressure distribution with respect to the deformed shape of the Pareto solution and the target shape when the angle of attack is 5 degrees.	44
4.1	Finite deformation of a continuum body.	47
4.2	Equivalent stress-strain curve of the compressible neo-Hookean material: Deformation state of a flat plate subjected to compressive and tensile loads, respectively; The material is an aluminum alloy with Young's modulus of $E = 70$ GPa and Poisson's ratio of $\nu = 0.35$	49
4.3	Illustration of finite element mesh construction only for the material domain: 1. Distinguish between the material and void domains according to $\phi(\mathbf{X}) = 0$; 2. Generate FEM mesh for each domain; and 3. Leave the FEM mesh in material domain.	50
4.4	Bending analysis of a cantilever beam.	51
4.5	Conventional and proposed structural representation according to level-set function.	52
4.6	Load-displacement diagram of the cantilever beam analyzed in two different structural representations.	53
4.7	The deformed shapes for two different structural representation.	54
4.8	Design domain and boundary conditions of the morphing flap for NACA0012 wing model.	55
4.9	Analysis conditions of the compliant morphing flap design.	57
4.10	Setting the target shapes.	60
4.11	Interpolation of the target displacement \mathbf{U} calculated on base mesh \mathcal{T}_D and the error calculation method between actual displacement \mathbf{u} and \mathbf{U} in the structural mesh $\mathcal{T}_{\Omega,it}$ changing in the optimization process.	60
4.12	Airfoil used for the aerodynamic analysis and angle of attack (AoA) definition.	61
4.13	Improved aerodynamic performances of target deformation.	62

4.14	Optimal structural configurations for the morphing flap design.	63
4.15	Deformed shapes obtained by analysis (Case 1: operating conditions of morphing airfoil) under each design.	64
4.16	Comparison between the deformed shape and the target shape obtained by linear deformation analysis (Case 1: operating conditions of morphing airfoil).	65
4.17	Topology changes at different iterations during optimization.	66
4.18	History of the objective and constraint functions for the nonlinear morphing flap design.	69
4.19	The deformed shapes of the optimal solutions under unassumed deformation conditions: (a) is Comparison between the deformed shape and the target shape obtained by linear deformation analysis (Case 1: operating conditions of morphing airfoil).	70
4.20	Deformed shapes when the applied design traction \bar{t}_1 was divided into five steps.	71
4.21	Comparison of aerodynamic performance for the target and deformed shapes of the optimal solution. The conventional (kinked) shape and the target (morphing) shape were shown in Fig. 4.12 and the deformed shape was shown in Fig. 4.16 (b) as the nonlinear design and compared with the target shape.	72
5.1	Distance from the i th panel midpoint to the j th panel in the aerodynamic influence coefficient.	75
5.2	Illustration of the transfer of calculated values between different nodes of the aerodynamic panel and the structural mesh.	77
5.3	Aerodynamic panel nodes reflecting structural displacements.	78
5.4	Design domain and boundary conditions.	80
5.5	Flowchart of compliant morphing flap design that simultaneously considers aerodynamic and structural performances.	82
5.6	Convergence history of optimization: Objective function and volume fraction (continued).	86
5.6	Convergence history of optimization: Objective function and volume fraction.	87
5.7	Convergence history of optimization calculations: (Left) Lift coefficient C_L ; (Right) Input energy E_{in}	88
5.8	Structural configurations of the optimized solutions.	89
5.9	The deformed shapes of the optimized solutions.	90
5.10	Comparison of the deformed airfoil shape of the optimized solutions.	91

5.11 Comparison of pressure distribution of the deformed airfoil shape of the optimized solutions.	91
B.1 Design domain and boundary conditions for airfoils subjected to aerodynamic forces.	107
B.2 Pressure distribution in the x-direction of chord length: The number of panel divisions is 160.	108
B.3 Contour plots of the level set functions of the obtained optimal solution structure: (a) AoA=0 deg; (b) AoA=5 deg.	109
B.4 The deformed shapes of the optimal solutions under assumed/unassumed aerodynamic forces: the deformation is magnified by a factor of 1.0×10^4 and rotated according to AoA.	109
B.5 History of the objective and constraint functions and the topology deforming under aerodynamic loads: the deformation is magnified by a factor of 1.0×10^4 and rotated according to AoA.	110

表 目 次

3.1	Load conditions for the two desired shapes.	20
3.2	Comparison of objective function value between three-dimensional and two-dimensional structural model.	34
3.3	Aerodynamic performances of L/D^{\max} maximized designs.	42
3.4	Value of C_L^{\max} for C_L^{\max} maximized designs.	42
4.1	Values of objective functions of two optimal solutions verified through linear deformation analysis.	66
4.2	Values of objective functions of two optimal solutions verified through non-linear deformation analysis.	66
4.3	Comparison of the calculation times of optimization process [min]: Windows PC with an Intel Core i9-12900KS (3.40 GHz frequency, 16 cores) and 128GB memory is used	67
5.1	Lift coefficient C_L and input energy E_{in} of the optimized solutions.	83

第1章

序論

脱炭素社会の実現に向けて、CO₂削減の要求は民間旅客機にも向けられており、これに対する方策の一つにモーフィング翼 [1–4] がある。この翼は、その形状を飛行状況に応じて変形させることで、航空機の飛行性能を大きく向上させる可能性があることに期待されている。モーフィング翼実現に向けた要素技術は、構造・機構や表皮構造、アクチュエータ、材料など多岐にわたり [4]、これまでに行われてきた研究により、抗力低減や高揚力性能といった空力性能だけでなく、構造重量や騒音の低減、また、制御効率の向上や複数飛行形態での運用が可能になることなど、様々な利点が挙げられてきている。「モーフィング」とは形や構造を変化させることであり、その変形の仕方によって、大きくは平面変形、面外変形、翼型変形の3つに分類される [4]。平面変形には後退角やスパン長、コード長の変化、面外変形にはねじりや上/下反角の変化、スパン方向の曲げなどがあり、これらは3次元の翼基準のモーフィングである。これに対し、翼型変形は2次元の翼断面のモーフィングであり、キャンバーや翼厚の変化が含まれる。本研究ではこのうちキャンバーの変化として翼型後縁部のモーフィングに焦点を当てている。

モーフィング翼型変形を実現するためには、その内部に変形するための構造が必要であり、Kota ら [5] や Hetrick ら [6] は、コンプライアント機構 [7] を用いることを提案した。コンプライアント機構とは、リンクやジョイントなど従来の機械的機構を用いずに、弾性変形を利用して目標とする動作を実現する一体型の機構である。図 1.1 で、従来の高揚力装置 (フラップ) とコンプライアント機構を用いたモーフィングフラップを比較する。従来のフラップがあらかじめ分割された翼型後縁部をスライドや回転させるのに対し、コンプライアントモーフィングフラップはその後縁部を連続的に変形させ、かつ、内部には一体型のコンプライアント機構を用いている。コンプライアント機構を用いることで、部品数の削減や軽量化だけでなく、変形するための柔軟性や空力に対する耐荷重性などを兼ね備えることが期待される。こうしたコンプライアントモーフィング翼型を得るために、構造最適化手法を用いる数多くの取り組み [8–13] が行われてきた。これらの研究には、離散構造を用いる方法と連続体構造を用いる方法の2種類の方法がある。離散構造を用いる方法として、グランドストラクチャ法による取り組み [8, 10] やボロノイ図に基づく構造表現を用いた取り組みがある。これらの手法は構造要素の配置を設計変数とするため、実現でき

る構造形態が限定されるという欠点がある。一方、最も自由度の高い連続体に基づくトポロジー最適設計により、翼型をモーフィング化させるためのコンプライアント機構を明らかにする研究はあまり行われていない。文献 [14] ではモーフィング翼の3次元構造形態を求めているが、アクチュエータとして線形歪膨張を伴う仮想的な材料配置を採用するなど、実現性が乏しいことに問題がある。

そこで、本研究では、設計自由度を向上させるために、連続体に基づくトポロジー最適設計によりモーフィングフラップ翼型変形を実現するための最適なコンプライアント内部機構を明らかにすることを目的とする。このために、従来の航空機翼開発における概念設計・基本設計・詳細設計手順のうち基本設計に位置づけを想定し、空力性能と構造性能のどちらも優れたコンプライアントモーフィング翼型を求めるトポロジー最適設計手法を提案する。そこでは、あらかじめ達成したい空力性能および目標形状が既定される場合、あるいは、既定されていない場合の2通りの最適設計を考慮する。すなわち、前者では、逐次的に空力設計、構造設計を順に行う場合であり、決められた目標空力形状を達成するため最適なモーフィング翼型構造を求める最適設計手法が必要である。そこでは、性能という観点からは、空力性能を実現するためという一方向の視点から、逆問題として構造が設計される。これに対し、後者では空力性能と構造性能の双方向の視点から、変形後の翼型形状の空力性能と変形機構の構造性能を同時に向上させる最適設計手法を提案する。これら2通りの最適設計手法の概念図を図 1.2 に示す。

本論文では、まず、連続体に基づくトポロジー最適設計手法の高い設計自由度の効果を示すために、複数の異なる飛行状況に応じて適応的に翼型をモーフィングさせる多目的トポロジー最適設計手法を提案する。そこでは、効率よく変形できる多層構造を提案し、荷重条件の切り替えにより翼型変形を変化させる、2入力2出力系を有する同一機構を求め

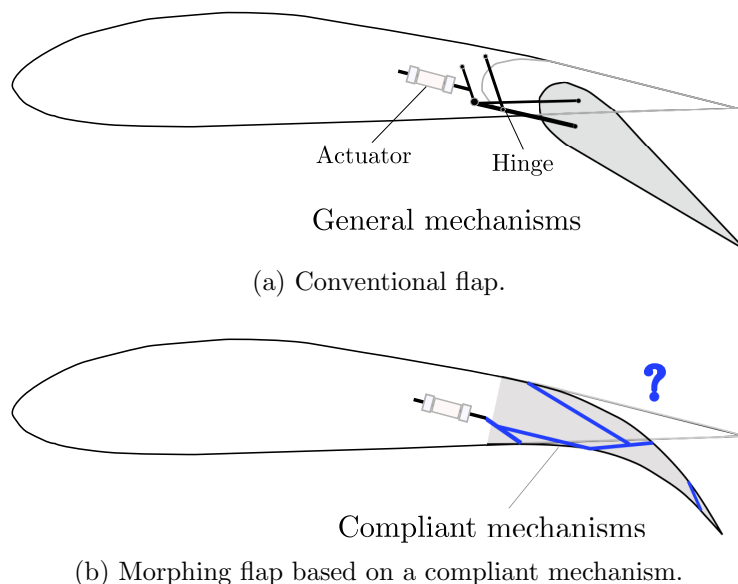


Fig. 1.1: Conventional and morphing flaps.

るために多目的最適設計問題を定式化する。

続いて、設計解の実用性を向上させるために、構造変形を詳細に再現できるトポロジー最適設計手法に着目する。有限変形解析と、数値不安定を回避し、かつ、構造を厳密に表現するための手法とを併せて統合するトポロジー最適設計を提案する。

最後に、構造性能が優れた変形機構と、結果的に空力性能が優れた変形後の翼型を同時に求めることができる空力・構造の複合領域トポロジー最適設計手法を構築する。計算コストの観点から、低忠実度のポテンシャル流れに基づくパネル法をトポロジー最適設計手法と組み合わせて統合し、変形後の空力性能を向上させるための構造トポロジー探索感度を導出することで、空力・構造両性能を同時に最適設計する。

以下、第2章では、本論文で設計対象とするコンプライアントモーフィング翼型と設計手法のトポロジー最適化法の概要について述べる。第3章では、効率よく変形できるための多層構造モデルの提案と、飛行状況に応じて複数の異なる目標形状へと達成する多目的最適設計について示す。第4章では、構造変形挙動を詳細に再現するために、有限変形解析と数値不安定を回避するためのメッシュアダプテーション法に基づく構造表現手法を統合するトポロジー最適化法を提案する。既定の目標形状達成を考慮した最適設計問題を通して、コンプライアントモーフィング翼型機構の有限変形考慮したトポロジー最適設計の効果について考察する。第5章では、パネル法による空力解析手法を統合し、空力性能に基づき翼型変形機構を探索できるトポロジー最適設計を構築する。モーフィング変形した後の翼型形状の空力性能と内部機構の構造性能とを同時に求める最適設計を提案し、その効果について考察する。第6章で本研究の結論と今後の課題を述べる。

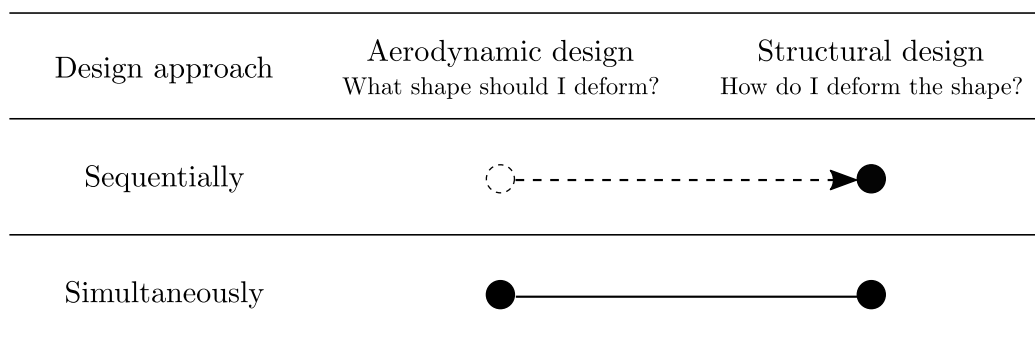


Fig. 1.2: Schematic diagram of two different design methods for compliant morphing airfoils.

第2章

コンプライアントモーフィング翼型のトポロジー最適設計

2.1 コンプライアントモーフィング翼型

2.1.1 モーフィング翼

モーフィング翼 [1-4] は、その形状を飛行状況に応じて変形させることで、航空機の飛行性能を大きく向上させる。これまでに行われてきた研究により、抗力低減や高揚力性能といった空力性能の向上や構造重量や騒音の低減、また、制御効率の向上、一機体で複数飛行形態での運用が可能になることなど、様々な利点が挙げられてきている。この翼は、その変形方式から、図 2.1 に示すように、大きくは (a) 平面変形、(b) 面外変形、(c) 翼型変形の 3 つに分類される。平面変形 (a) には後退角やスパン長、コード長の変化、面外変形、(b) にはねじりや上/下反角の変化、スパン方向の曲げなどがあり、これらは 3 次元の翼基準のモーフィングである。これに対し、翼型基準のモーフィングである翼型変形 (c) では、キャンバーや翼厚の変化が含まれる。

要素技術

モーフィング翼を実現させるための要素技術は、津島ら [4] によれば、構造・機構と表皮、アクチュエータに分類される。下記にその概要について示す。構造・機構は、モーフィング変形するための柔軟性と空力外荷重に対する耐荷重性を提供する役割を担っており、一般的な機械的機構を用いた取り組み [15,16] や、詳しくは後述するコンプライアント機構 [7] を用いる取り組み [5,17] がある。表皮は骨格となる構造・機構を覆い、モーフィング変形に対する構造的な影響を解消する役割を担い、高い延性を持つエラストラーを採用する取り組み [18] や、人工的なメタマテリアルとして、例えば負のポアソン比を示す材料を用いる取り組みなども行われている [19]。アクチュエータは、モーフィング変形をするための

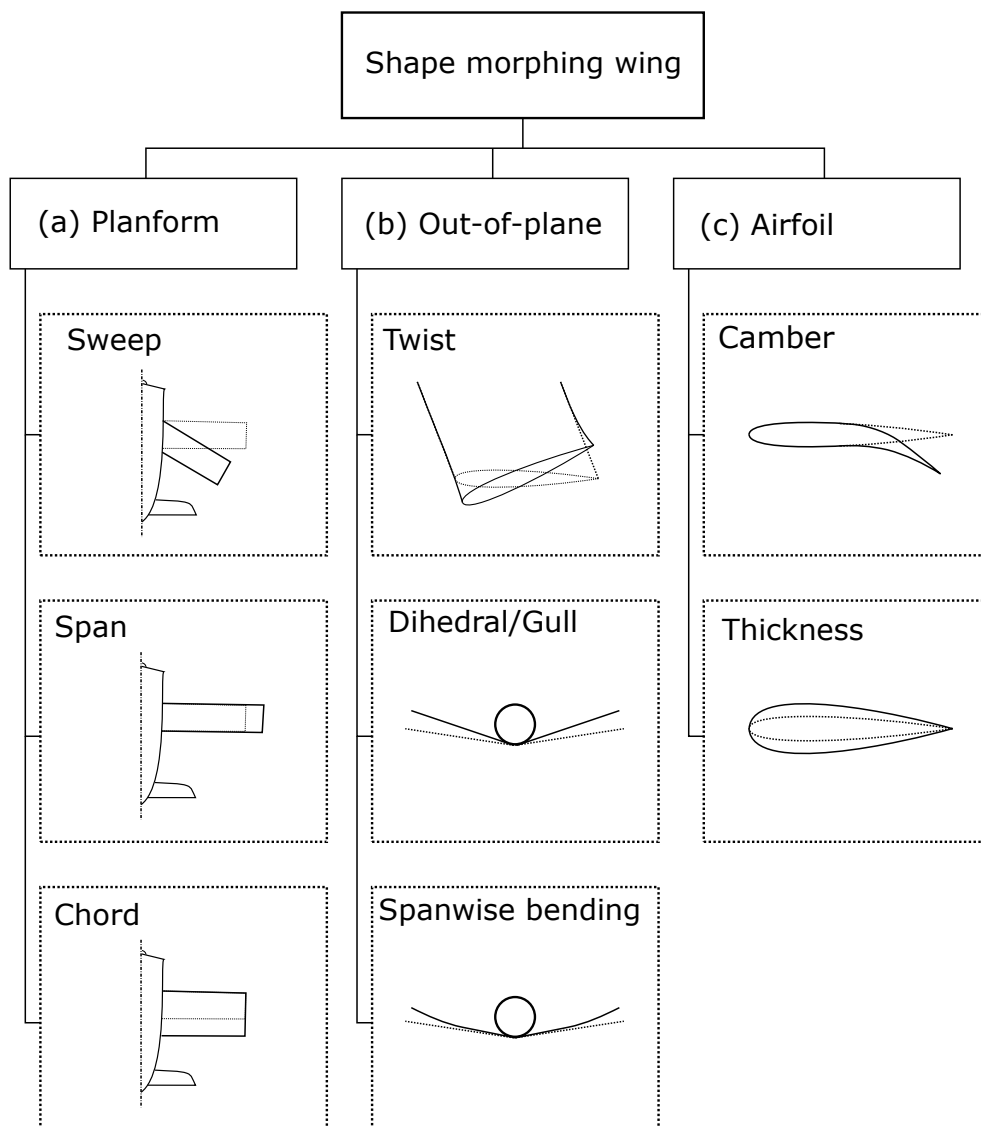


Fig. 2.1: Categories of morphing wing.

駆動力を提供する役割を担い、伝統的なサーボアクチュエータの代替案としてスマート材料が提案されている。具体的には、形状記憶合金 (SMA) を用いるアクチュエータ駆動の実験実証 [20] が行われていたり、圧電材料の使用 [21] も検討されている。

数理モデルや最適設計

こうした多様なモーフィング翼の要素技術に対し、構造・空力・制御などの観点から、その開発を支援する様々な数理モデルや解析手法が提案されている [22]。構造解析には、均質化法や有限要素法が主に用いられ、システムレベルでは、これらの解析手法は空力や制御解析と組み合わされている。空力解析では、計算効率の観点から予備設計段階で用いられる方法として、ポテンシャル流れに基づくパネル法や、オイラー方程式やレイノルズ数を平均化したナビエーストークス方程式 (RANS) などの計算流体力学法が用いられている。ま

た、モーフィング翼が複数の状態間を遷移するためのアクチュエータ作動制御手法なども提案されている。このような空力・構造・制御など幅広い領域を統括した設計に向けて、最適設計手法の適用も進みつつある [23]。最適設計手法は、トポロジー最適設計とパラメータ最適化、進化型最適化などが用いられ、翼型の空力形状を最適化する研究 [8, 24] や構造やアクチュエータの配置や寸法などを最適化する研究 [8, 25] が行われている。

2.1.2 コンプライアント機構を用いたモーフィング翼型

翼型のモーフィング変形を実現するための研究には、従来の機械的機構を用いる取り組み [15, 16] とコンプライアント機構 [7] を用いる取り組み [5, 17] がある。機構とは、動きや力、エネルギーなどを伝達または変換する機械装置のことである。従来の機械的機構は、剛体の要素であるリンクが可動部分であるジョイントで接続され、ジョイント部分での回転またはスライドなどの動作によりその機能を果たす。これに対し、本研究で採用するコンプライアント機構は、従来のリンクやジョイントなどの機構を用いずに、構造の適切な位置に必要とされる柔軟性を付加することにより、一体型の連続体としてその機能を実現する。そのため、コンプライアント機構は、摩擦や潤滑の心配がなく、組み立ての複雑さが軽減されることから精度と信頼性の向上に役立つとされている [7]。そしてこの機構は、滑らかな動作や軽さ、耐荷重性に優れていることを利点とし、1998年にAFRL(Air Force Research Laboratory)に支援を受けたFlexSys社によって初めてモーフィング翼型に採用された [26]。

モーフィング翼型にコンプライアント機構を採用した取り組みには文献 [5, 8, 9, 25, 27, 28] がある。Kotaら [5] や Hetrickら [6] は、ミッション適応型コンプライアント翼を開発し、飛行実証試験を行っている。また、GaspariとRicci [8] は、最適な空力性能をもつ翼型形状に対し、変形するための内部コンプライアント機構を遺伝的アルゴリズムに基づく離散的なトポロジー最適設計により求めている。また、Gaspariらは、コンプライアントモーフィング翼型を3Dプリンタにより製造し、風洞試験を行っている [27]。横関ら [29] は炭素繊維強化プラスチック(CFRP)を用いたコルゲート構造をモーフィング翼内部構造に提案し、風洞試験を通して動作検証を行った。Molinariら [9] は空力・構造に加えて、アクチュエータまでを考慮した多目的最適設計を行っている。津田ら [25] は、設計自由度向上のため、連続体に基づくトポロジー最適設計によりコンプライアントモーフィング翼型を求めている。他にも、田口ら [28] は空力作用により受動的に翼型を変形させるモーフィング翼に着目しその空力特性を調べた。

こうした取り組みのうち研究 [8, 9, 25] では、トポロジー最適設計によりコンプライアントモーフィング翼型の設計案を求めている。これらは、梁の数や配置などを設計変数とする離散体に基づく設計 [8, 9] と材料分布を設計変数とする連続体に基づく設計 [25] に分類できる。前者は、設計自由度は低く、最適なコンプライアント機構としての設計解が比較的単純となる。これに対し、後者は、設計自由度が高く、最適な材料分布が結果として機

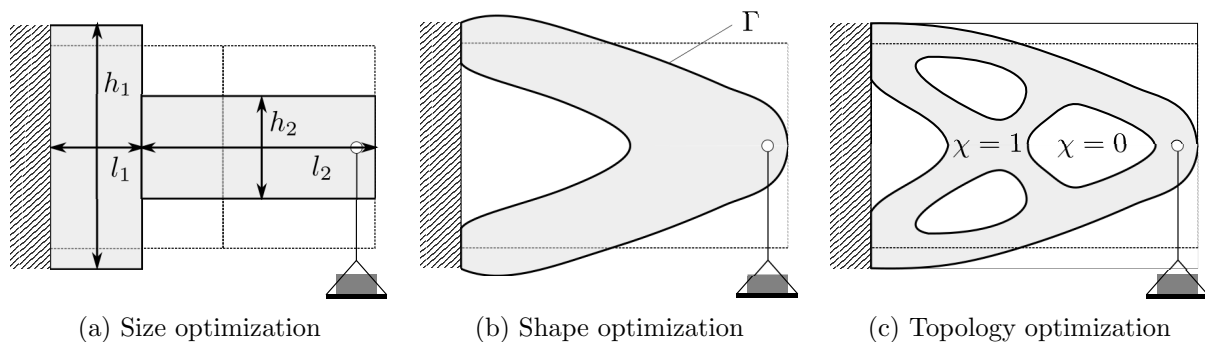


Fig. 2.2: Classification of structural optimization problems: Illustration of a design problem to maximize the stiffness of a beam with a fixed left end and a weight hanging at the right end.

構となる。そこでは、荷重を伝達する梁だけでなく、回転を担う弾性ヒンジ構造など、離散体に基づく設計では許容されない構造表現の自由度の高さを持つ。一方、最適設計解の複雑さを許容することから、比較的製造が困難である場合が多いという課題がある。

2.2 レベルセット法に基づくトポロジー最適設計

2.2.1 トポロジー最適設計

設計者にとって究極の目的は、コストや期間などの与えられた制約の中で、製品の性能を最大限向上する設計案を求めることである。構造最適化では、数理的な方法に基づいてこの目的達成を目指す。そこでは、構造性能を評価するための数学モデルを構築し、設計目的に応じて目標関数を設定し、構造最適化法を決定、すなわち、設計変数を決定することで、最適な構造を求める。このとき、構造最適化は、最適化の過程で許容される設計更新に基づき、寸法最適化と形状最適化、トポロジー最適化に分類される (Fig. 2.2)。

寸法最適化では、例えば、梁の高さ h や長さ l といった構造的な特定の寸法が設計変数であり、構造の性能を最大限向上させるようにこれらは決定される。これは構造最適化における最も簡単な手法であり、あらかじめ決められた形状を持つ部品の特定寸法を最適化するという、既存設計案の改善に適しているため広く用いられている一方、構造の幾何形状を大きく変更することはできない。形状最適化では、構造物の外形形状 Γ を設計変数として最適化を行う。そこでは、設計案の抜本的な変更が可能となり、最適化による大きな性能向上が期待できる。ただし、この方法では、想定していない新たな境界が発生しない、つまり、構造の中に新たに孔を空けるといった設計変更は許容できない。トポロジー (位相) 最適化では、「構造性能を最適化するためにどこに材料を配置すればいいか？」を考える。そのため、結果的に構造の外形形状だけでなく、内部のどこにどの様に孔が空けばいいかという形態の変化も許容され、最も自由度の高い手法とされている。

構造最適化問題に対するトポロジー最適化の適用について述べる。設計対象の構造物が

存在する領域を設計領域 D とし、構造により占められる領域 Ω (以下、構造領域) と構造に占められていない領域 $D \setminus \Omega$ (以下、空洞領域) により構成されているものとする。トポロジー最適化の方法論では、次式で定義される特性関数 $\chi(\mathbf{x})$ を導入することで、構造と空洞とを表現する。

$$\chi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & (\mathbf{x} \in \Omega) \\ 0 & (\mathbf{x} \in D \setminus \Omega) \end{cases} \quad (2.1)$$

ここで、 \mathbf{x} は設計領域 D 内の任意の点を表し、構造と空洞の境界 $\partial\Omega$ は構造領域に含めるものとする。一方、0 と 1 の離散化された値を持つ特性関数により構造と空洞との 2 相を考慮したトポロジー最適化問題は、最適解が存在しない不良設計問題とされる [30]。したがって、何らかの手段を用いて良設計問題に置き換える手続きが必要であり、このための方法により、トポロジー最適化は、均質化法 [31] や密度法 [32]、レベルセット法に基づく方法 [33,34] に分類される。

2.2.2 レベルセット法に基づく構造の表現および更新方法

レベルセット法に基づくトポロジー最適設計法 [33,34] は、最も主流な均質化法 [31] や SIMP 法 [32] に基づく密度型の連続体トポロジー最適化に対して、もう一つの主流な方法とされている [35,36]。この方法では、密度ベースの方法では用いられる中間相としての曖昧な材料表現を用いず、材料境界が陰的に表現できる利点がある。加えて、例えばスプラインカーブなど、陽的な構造境界表現方法とは対照的に、レベルセット法に基づくトポロジー最適化では構造形態の変化が許容できる。こうしたレベルセット法に基づく構造最適設計は、Allaire ら [34] や Wang ら [33] によって、形状感度に基づく最適設計の枠組みに取り入れられた。その後も、レベルセット法に基づくトポロジー最適化は発展してきており、例えばこれまでに、Luo ら [37] は放射基底関数と最適化規準法を用いた計算効率と精度を高める方法を提案し、山田ら [38] は正則化により幾何学的な特徴としての最適解の複雑さを調整できる方法を提案した。以下では、本研究で用いる、山田らの方法 [38] について述べる。

固定設計領域 D における構造領域と空隙領域の境界を表現するために、位置ベクトル \mathbf{X} に関するレベルセット関数 $\phi(\mathbf{X})$ を導入する。レベルセット関数は次式で定義される。

$$\begin{cases} 0 < \phi(\mathbf{X}) \leq 1 & \text{if } \forall \mathbf{X} \in \Omega \setminus \partial\Omega \\ \phi(\mathbf{X}) = 0 & \text{if } \forall \mathbf{X} \in \partial\Omega \\ -1 \leq \phi(\mathbf{X}) < 0 & \text{if } \forall \mathbf{X} \in D \setminus \Omega \end{cases} \quad (2.2)$$

レベルセット関数 $\phi(\mathbf{X})$ はスカラー関数で、構造領域 Ω と空洞領域 $D \setminus \Omega$ でそれぞれ正と負の値をとる。図 2.3 に示すように、構造領域と空洞領域の境界 $\partial\Omega$ はレベルセット関数のゼロ等位面で表される。レベルセット関数を用いて特性関数 (2.1) を再定義すると次式と

なる.

$$\chi_\phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & (\phi(\mathbf{x}) \geq 0 \in \Omega) \\ 0 & (\phi(\mathbf{x}) < 0 \in D \setminus \Omega) \end{cases} \quad (2.3)$$

レベルセット法に基づくトポロジー最適化法では、再定義された特性関数 (2.3) を用いてトポロジー最適化問題を定式化する.

本研究で用いる反応拡散方程式に基づくトポロジー最適化 [38] では、最適解を探索するために、最適なレベルセット関数 $\phi(\mathbf{X})$ の分布を決定する問題を時間発展方程式を解くことに置き換える. 仮想時間 t を導入し、次式の反応拡散方程式に基づいてレベルセット関数を更新する.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -K (f' - \tau \nabla^2 \phi) \quad (2.4)$$

ここで、 $K > 0$ と $\tau > 0$ は比例定数と正則化定数であり、 τ を調整することで最適解の構造形態の幾何学的複雑さを調整することができる. f' は設計感度であり、最適化問題における所望の性能を得るための構造探索の指針となる.

さらに、適切な境界条件を考慮すると、反応拡散方程式は次式となる.

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -K (f' - \tau \nabla^2 \phi) & \text{in } D \\ \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{on } \partial D \setminus \partial D_m \\ \phi = 1 & \text{on } \partial D_m \end{cases} \quad (2.5)$$

ここで、 \mathbf{n} は境界 ∂D における単位法線ベクトルであり、 ∂D_m は固定設計領域 D の外部にある材料と接続を有する部分境界である. 最適化の繰り返し計算ごとに上式を解くことで、最適解が最終的に得られる. 本手法の詳細は文献 [38, 39] を参照されたい.

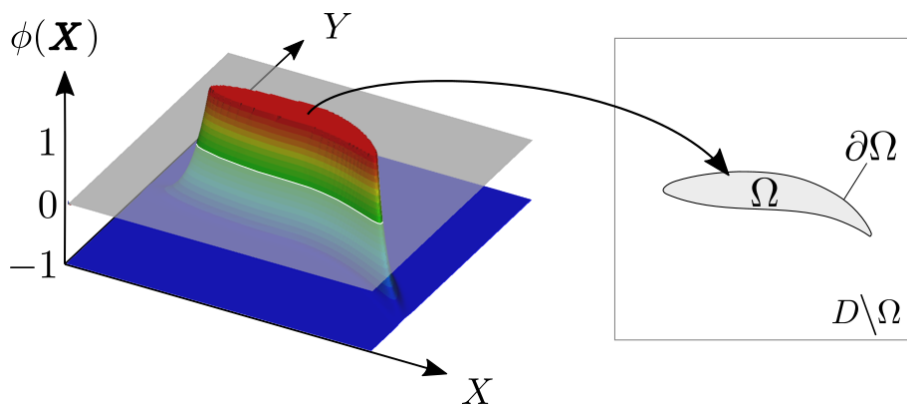


Fig. 2.3: Level-set function and design domain.

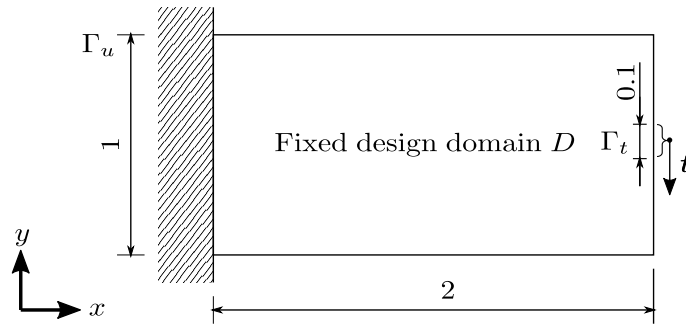


Fig. 2.4: Design domain and boundary conditions for stiffness maximization design.

2.2.3 構造最適設計問題の例

本節では、トポロジー最適設計における代表的な設計問題として、剛性最大化問題と、コンプライアントメカニズムの設計問題の例を示す。

剛性最大化問題

物体の変形のしにくさを表す剛性を、与えられた体積制約の中で最大化することを考える。いま、図 2.4 のように、左端境界が完全変位固定で右端境界に鉛直方向下向きの荷重負荷 t を受ける片持ち梁を考える。この片持ち梁の剛性を最大化する構造最適設計問題は次式で定義される。

$$\min_{\phi} : F = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u} \, d\Gamma \quad (2.6)$$

$$\text{s.t.} : G = \frac{\int_{\Omega} d\Omega}{\int_D d\Omega} - V_{\max} \leq 0 \quad (2.7)$$

ここで、式 (2.6) の最小化すべき目的関数をコンプライアンスと呼び、片持ち梁に作用する表面力 \mathbf{t} と変位 \mathbf{u} との内積の境界積分で与えられる。式 (2.7) は固定設計領域に占める構造領域の割合に対し上限値 V_{\max} を与える制約条件である。

解析モデルの物性値を、ヤング率を 210.0 GPa、ポアソン比を 0.31 とする。トポロジー最適設計において、正規化係数を $\tau = 1.0 \times 10^{-4}$ とする。表面力 t を鉛直方向下向きに 1.0 N/mm とする。このとき得られた最適化結果について、探索履歴を図 2.5、最適解の構造形態を図 2.6 に示す。

コンプライアント機構の設計問題

コンプライアント機構に求められる機能として、入力部に荷重を作用させたときに出力部の変位を最大化する柔軟性、入力部の力を出力部に伝える剛性、出力部の反力を入力部に伝える剛性の 3 つを考える。これらの機能を実現するための目的関数と体積制約を考え

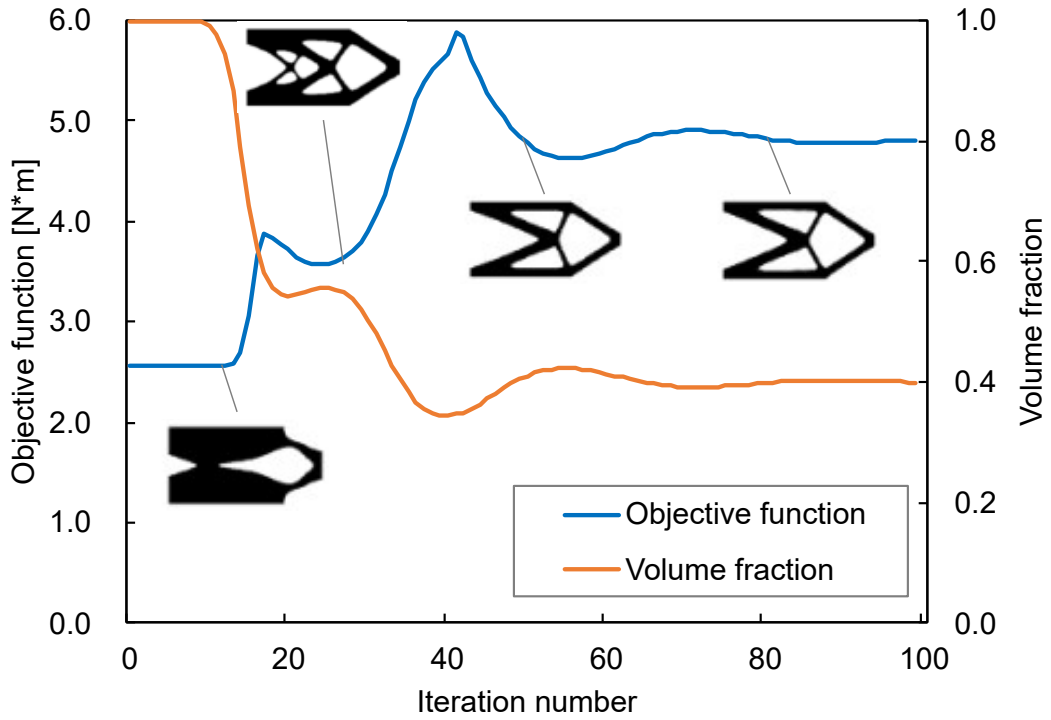
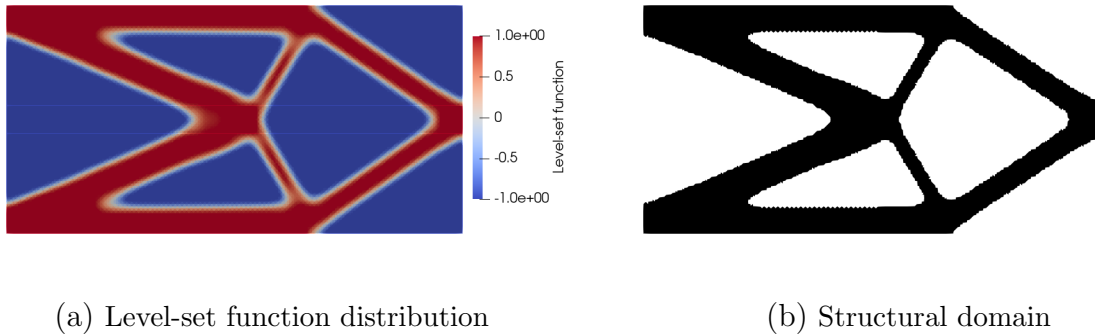


Fig. 2.5: Convergence history for stiffness maximization problem.



(a) Level-set function distribution

(b) Structural domain

Fig. 2.6: The obtained level-set function distribution of the optimal solution that maximizes stiffness and the structural domain bounded by the zero level-set isosurface.

たコンプライアント機構の構造最適化問題を次式で定式化する.

$$\min_{\phi} : F = w_1 \left(- \int_{\Gamma_{\text{out}}} \mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_1 d\Gamma \right) + w_2 \int_{\Gamma_{\text{in}}} \frac{\mathbf{t}_2}{|\mathbf{t}_2|} \cdot \mathbf{u}_2 d\Gamma + w_3 \int_{\Gamma_{\text{out}}} \frac{\mathbf{t}_3}{|\mathbf{t}_3|} \cdot \mathbf{u}_3 d\Gamma \quad (2.8)$$

$$\text{s.t.} : G = \frac{\int_{\Omega} d\Omega}{\int_D d\Omega} - V_{\text{max}} \leq 0 \quad (2.9)$$

ここで、 \mathbf{e} は方向ベクトル、 \mathbf{t} は表面力、 \mathbf{u} は変位をそれぞれ表している. いま、図2.7に示すように、左下が完全変位固定境界 Γ_u 、上面が鏡面对称境界であり、荷重が入力される境界 Γ_{in} と出力を規定する境界 Γ_{out} を持つ設計領域を考える. このとき、式(2.8)の下付き

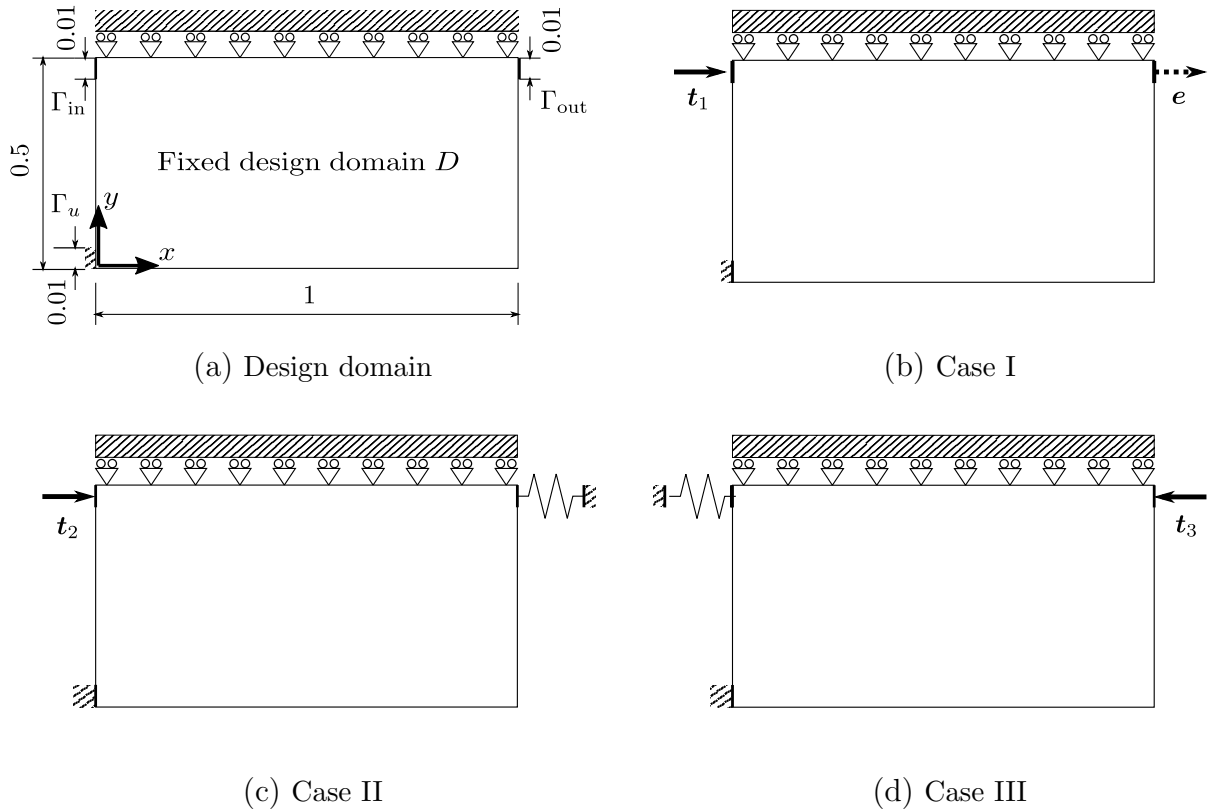


Fig. 2.7: Design domain and analysis conditions for compliant mechanism design problem: Case I is operating condition; Case II is condition for evaluating the stiffness with respect to loads received from the input point; Case III is condition for evaluating the stiffness with respect to loads received from the output point.

添え字は図 2.7 の Case I~III の解析条件に順に対応する．第 1 項は，表面力 t を作用させたときの出力境界における応答変位を表し，第 2 項，第 3 項はそれぞれ，入力される力を出力点に伝えるための剛性，出力点の反力を入力点に伝えるための剛性を評価する目的関数である．そして， w_i は重み係数である．

解析モデルの物性値を，ヤング率を 1.0 GPa，ポアソン比を 0.4 とする．トポロジー最適設計において，正則化係数を $\tau = 1.0 \times 10^{-4}$ とする．目的関数の重み係数を $w_1 = w_2 = w_3 = 1$ とし，体積分率の上限値を 0.25 と設定する．方向ベクトルを $e = (-1, 0)$ とし，表面力 $t_1 = t_2 = (t, 0)$ ， $t_3 = (-t, 0)$ に対して $t = 10.0$ N/mm，解析 Case II と Case III に設置するばねのばね定数を $k = 10.0$ N/mm² と設定する．このとき得られた最適化結果について，探索履歴を図 2.8，最適解の構造形態とその変形形状を図 2.9 と 2.10 に示す．

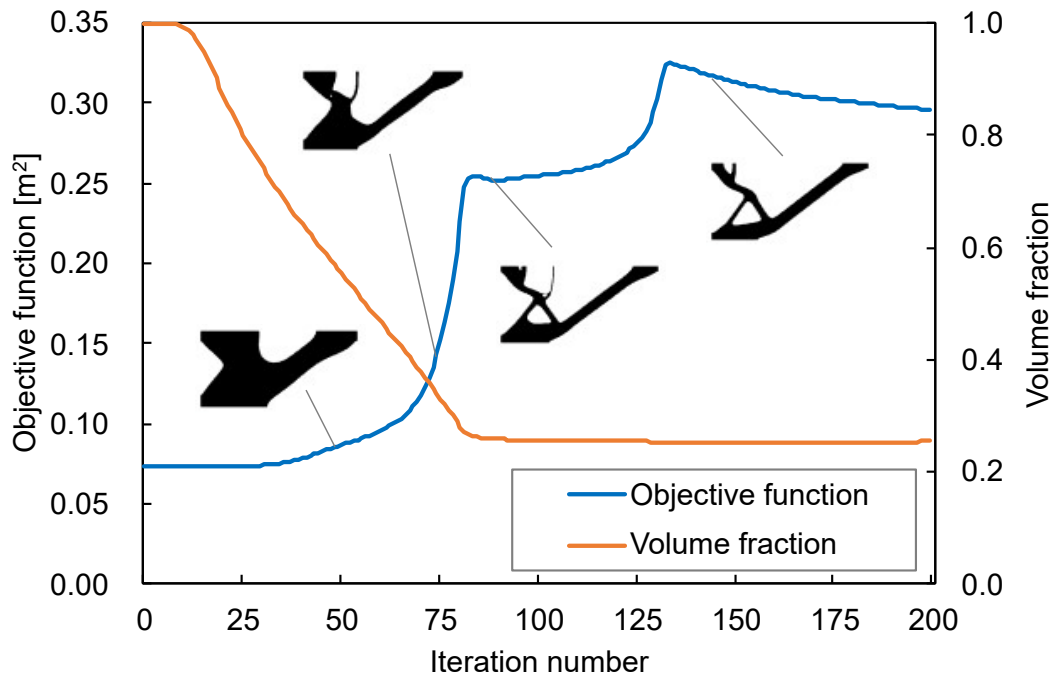
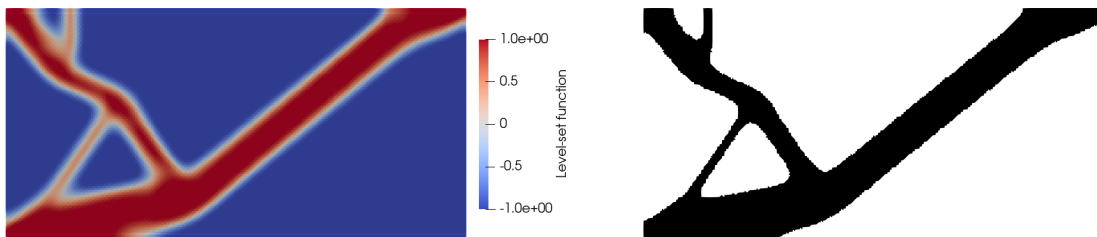


Fig. 2.8: Convergence history for compliant mechanism design.



(a) Level-set function distribution

(b) Structural domain

Fig. 2.9: The obtained level-set function distribution of the optimal solution for the compliant mechanism and the structural domain bounded by the zero level-set isosurface.



Fig. 2.10: The deformed shape of the obtained optimal solution of the compliant mechanism: The deformation is magnified by a factor of 5.

第3章

複数のモーフィング形状を考慮した多目的最適設計

3.1 はじめに

本章では、同一の構造形態でありながら飛行状況に応じて適した異なる変形を実現するモーフィングフラップをトポロジー最適設計により明らかにすることを目的とする。

モーフィング翼の内部構造を、連続体に基づくトポロジー最適設計 [38] によりコンプライアント機構化する研究に文献 [25] がある。津田らは、翼のリブを対象として、翼断面形状をフラップとしての目標形状に変形させるコンプライアント機構の形態を求めた。しかしながら、条件によっては目標変形形状を実現できる形態が見つからない場合があり、構造に働く力の流れを考えると、一連続体としての内部構造形態では、取りうる変形自由度が不十分なことがわかってきた。

そこで、本研究は、図 3.1 に示す多層構造化したモーフィングフラップを提案する。ここでは、複数のリブが翼表皮のみで接合していて、各リブ構造は異なる荷重の負荷を受けることができ、また、異なる構造形態をとることができる。これにより、従来の方法に比べて変形可能形状の自由度が増すことが期待できる。一方、計算コストの観点から、3次元的な構造表現に基づくこの多層構造を、2次元モデルに基づきトポロジー最適設計法を構築する手法を提案する。

そして、同一の構造であり複数の異なる目標形状へと達成するために、異なる目標に対し、適応的に荷重条件を切り替えることで達成することを考える。このような2入力2出力系の機能を2目的として有する多層構造モーフィングフラップを求めるために、多目的最適設計問題を定式化する。ここでは、満足化トレードオフ法 (STOM: Satisficing Trade-off Method) [40–42] を採用することで、効率良くトレードオフの関係にある無数のパレート最適解の中から最適解候補を複数求める。

数値計算例を通して、まず、本章で提案する多層構造化によるトポロジー最適設計法による効果と2次元モデル化の妥当性を確認するため、単一の目標形状を達成する最適設計

解を求める。それから、STOMによる多目的最適設計の効果を示すために、2つの異なる目標形状へと達成する複数のパレート最適解を示す。さらに、得られた複数のパレート最適解を比較することで、2つの目的関数にそれぞれ依存する構造形態の特徴について議論し、最後に、空力性能を評価することで平均二乗誤差 (RMS error: Root mean square error) による最適設計問題の妥当性を検証する。

3.2 多層構造化したコンプライアント機構のモデル化

モーフィングフラップの内部構造としての多層構造化したコンプライアント機構の概要を図3.1に示す。この構造は、翼表皮で接続された複数のリブ層を持ち、各層がそれぞれ異なる構造形態を持ち、また、個別の荷重入力を受けることができる。しかしながら、複数のリブは翼の表皮を介して接続することにより、単一のモーフィングフラップとして動作する。

本研究では、計算時間を短縮するため、本来3次元で解釈されるこの構造を計算上では2

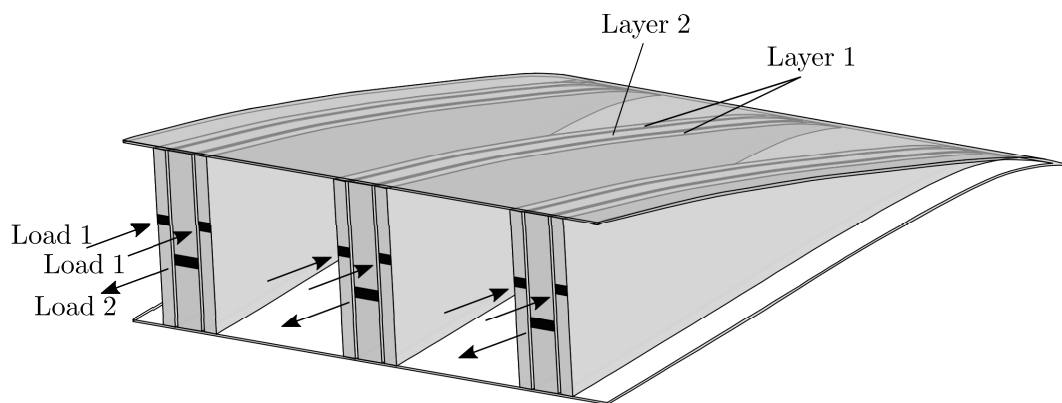


Fig. 3.1: Multi-layered morphing flap model.

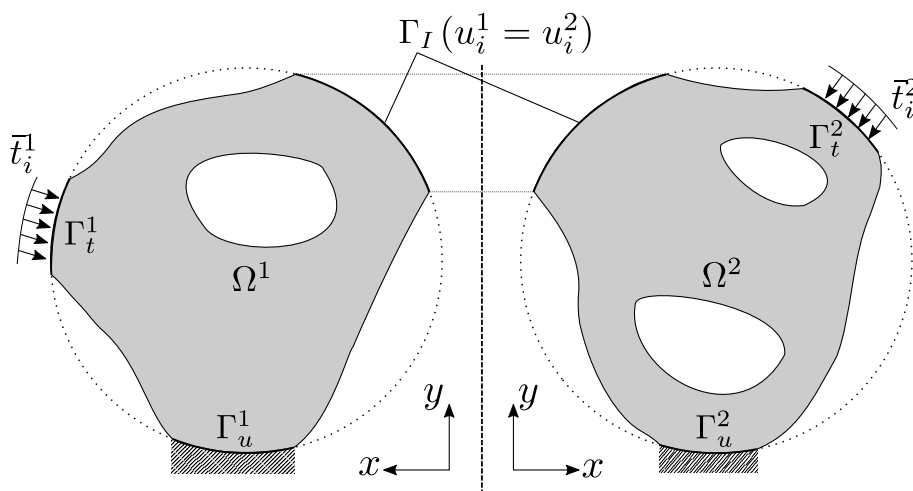


Fig. 3.2: Individual layer and region.

次元構造としてモデル化する。そのため、各リブ層の翼表皮における接続を仮想的に表現するため、翼表皮における各層の変位が他の変位に等しいものとして表現する。図3.2は2層の場合の多層構造の概要図であり、ここでは2つの層が縦軸に沿って反転して配置されている。なお、異なる層は2次元構造モデル上の同じ空間に位置していることに留意されたい。図3.2に示すように、翼表皮境界 Γ_I で変位が等しくなる条件は次式で与えられる。

$$u_i^1 = u_i^2 \quad \text{on} \quad \Gamma_I \quad (3.1)$$

ここで、 u_i^1 と u_i^2 はそれぞれ第1層と第2層の変位テンソルを表す。構造の変位は各層の変位場と式(3.1)で表される条件による強連成解析により求められ、本研究では本研究ではソルバーに COMSOL Multiphysics [43] を用いている。トポロジー最適化の構造探索過程では、各層の変位場に基づいて、各層の構造形態は個別に反応拡散方程式を解くことで更新する。

3.3 満足化トレードオフ法を用いたパレート最適解の探索

3.3.1 多目的最適設計問題

多目的最適化問題は、2つ以上の相反する目的関数を同時に最適化するために、以下のように定式化される。

$$\text{Minimize : } \mathbf{F}(\mathbf{d}) = [f_1(\mathbf{d}), f_2(\mathbf{d}), \dots, f_m(\mathbf{d})]^T \quad (3.2)$$

ここで、 \mathbf{F} は、 i 番目の目的関数 $f_i(\mathbf{d})$ からなる目的関数ベクトル、 \mathbf{d} は設計変数ベクトルである。

得られた解が、他の目的関数の値を犠牲にすることなく目的関数の値を改善することはできない場合、その解をパレート最適解と呼ぶ。例えば、図3.3に示す単純な2目的関数問題では、黒丸の解DとEは他の白丸の解に対して劣っているため、パレート最適解ではない。一方、白丸の解AとB、Cは、 f_1 と f_2 の一方を改善するためにはもう一方を犠牲にしなくてはならず、パレート最適解である。つまり、これらのパレート最適解は、相反する2つの目的関数の関係がトレードオフとなっている。また、パレート解は唯一には決まらず集合となることから、この集合のことをパレートフロンティアと呼ぶ。特に、本研究で扱う多目的トポロジー最適化問題では、パレート最適解を求めることで、相反するトレードオフ関係にある目的関数に対応して構造形態の特徴を明らかにすることができる。

3.3.2 スカラー化

多目的最適設計問題は、通常、スカラー化によって解かれる。スカラー化とは、式(3.2)の目的関数ベクトルをスカラー値に変換する、すなわち、単目的最適設計問題かその類の

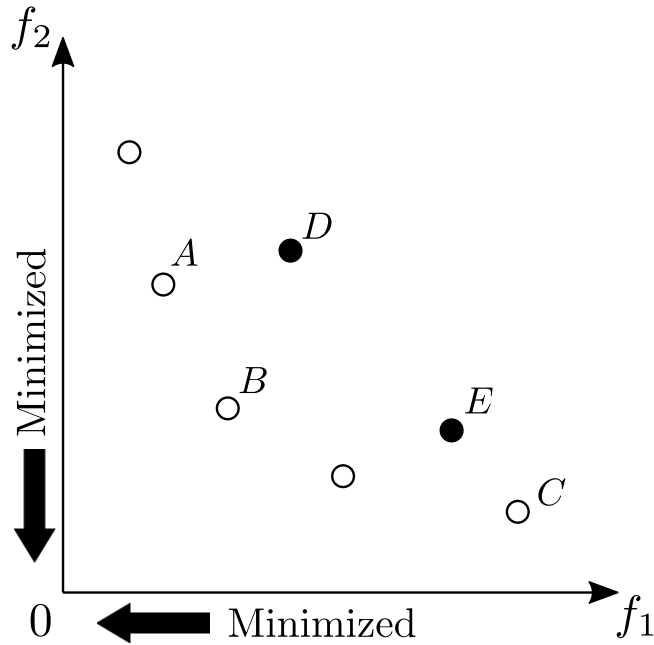


Fig. 3.3: Conceptual scheme of Pareto optimal solutions (two conflicting objectives).

問題として変換することを意味している．以下では，代表的なスカラー化関数の例に，重み付き線形和と Tchevishev スカラー化関数を挙げて，その性質について述べる．

いま，二目的の最適設計問題を考える．このとき，重み係数を w_i ($i = 1, 2$) とすると，重み付き線形和によるスカラー化関数 $F_W(\mathbf{d})$ は次式となる．

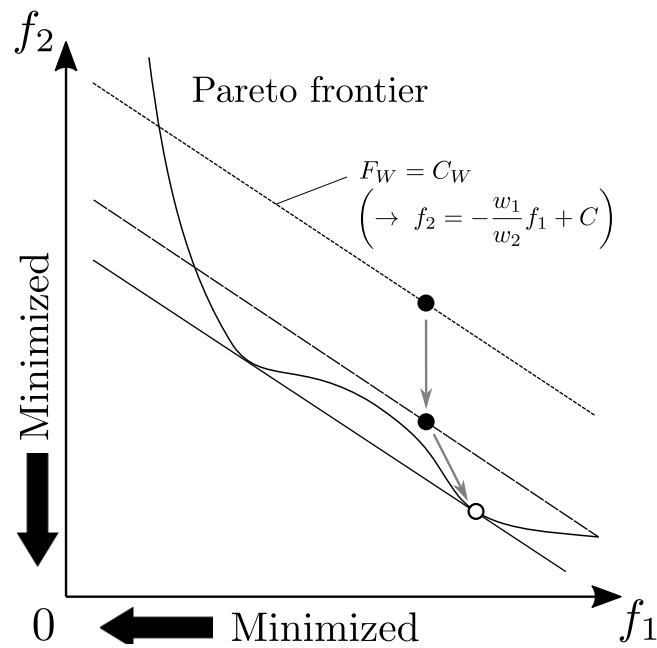
$$F_W(\mathbf{d}) = w_1 f_1(\mathbf{d}) + w_2 f_2(\mathbf{d}) \quad (3.3)$$

また，Tchevishev スカラー化関数 $F_T(\mathbf{d})$ は次式で表される．

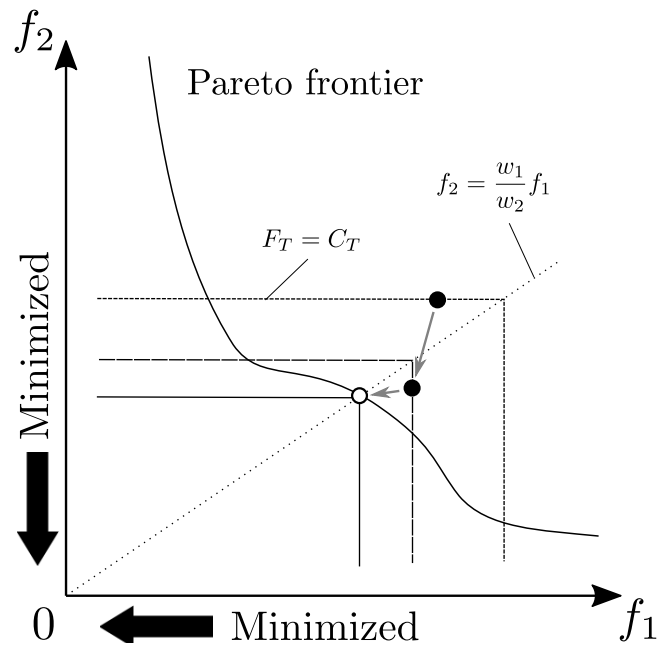
$$F_T(\mathbf{d}) = \max(w_1 f_1(\mathbf{d}), w_2 f_2(\mathbf{d})) \quad (3.4)$$

これらのスカラー化関数の概要図が図 3.4 である．

二つのスカラー化関数を比較すると，その等高線は，重み付き線形和では直線となっているのに対し，Tchevishev スカラー化関数では直角に折れ曲がった逆 L 字となっている．ここで，重み係数 w_i の役割は図 3.4(a) では， w_i は等高線の傾きを決めるのに対し，(b) では逆 L 字等高線の直角の軌跡を決めている．等高線は原点 0 に近いほど小さな値をとるため，直線である等高線はパレートフロンティアとの接点，逆 L 字では直角との接点でそれぞれ最小の値を取り，結果として白丸がパレート解となる．このとき，パレートフロンティアの非凸部分に着目されたい．重み付き線形和では，重み係数 w_i をいかに選んでも，非凸部分が最小となることはない．一方，Tchevishev スカラー化関数では，図 3.4(b) の例のように， w_i の設定によって，凹状の部分が最小となる．多目的最適設計問題では，非凸であっても，任意のパレート解を重み係数 w_i の調整によって得られる点が，Tchevishev スカラー化関数の特徴である．



(a) Linearly weighted sum



(b) Tchebyshev scalarized function

Fig. 3.4: Scalarized objective function for multi-objective optimization problem: C_W and C_T are constants, and the black and white circles represent the search process design solution and Pareto solution, respectively. .

3.3.3 満足化トレードオフ法

本研究では、単一のパレート最適解を得るためにSTOM [40–42]を採用する。この方法では、各目的関数値に対する設計者がこの程度であれば望ましい水準(希求水準)を導入し、

Tchebyshev スカラー化関数を若干変更して次式で定式化する.

$$\text{Minimize: } \max_{i=1, \dots, k} w_i (f_i(\mathbf{x}) - f_i^A) + \alpha \sum_{i=1}^k w_i f_i \quad (3.5)$$

ここで, 第2項は, 弱パレート解 (f_1, f_2 のいずれかを維持したままもう一方を改善できる解) を避けるために導入される項であり, 係数 α は十分に小さい正の値として設定され, 本研究では 1.0×10^{-6} とする.

満足化トレードオフ法では, 重み係数 $w_i, (i = 1, \dots, k)$ が, 希求水準を用いて以下のよう
に定義される.

$$w_i = \frac{1}{f_i^A - f_i^I} \quad (i = 1, \dots, k) \quad (3.6)$$

ここで, f_i^I と $f_i^A (i = 1, \dots, k)$ はそれぞれ, 各目的関数の理想点と希求水準に対応する. 図 3.5 に示すように, パレート最適解は, 実現可能領域内に希求水準があるかどうかに関わらず, 通常, 目的関数空間の理想点と希求水準を結ぶ線上に位置する. 例えば仮に, 理想点が原点 0 であった場合, パレート最適解 f_1 と f_2 との比は, f_1^A と f_2^A の比に一致する. 重み係数 w_i は, 設計者の選好に応じたパレート解を得るために重要な役割を果たし, パレートフロンティアの概形は, 希求水準をパラメトリックに設定することによって得られる.

なお, 目的関数の最大値が切り替わるとき, 式 (3.5) で定義される目的関数は連続微分可能条件を満たさない. STOM は通常, 連続微分可能性条件を満たすためにスラック変数を導入する [40, 44]. しかしながら, 予備解析の結果, 連続条件を無視した場合の弊害は無視できることがわかったため, 本研究では, 目的関数として式 (3.5) を直接用いている

3.4 最適設計問題

3.4.1 数値計算モデルと目標形状の設定

本研究では, 図 3.6 に示す翼弦長さ 3.5 m の NASA-CRM(Common Research Model) 翼型をモーフィングフラップの母翼とする. 19.5 %以前を前縁部, 60.5 %以降を後縁部と仮定し, 後縁部をモーフィングフラップとして設計対象とする. 多層モーフィングフラップは 2 層からなる構造とし, その設計領域を図 3.7 に示す. 翼表皮は, 各層を接続する役割があるため非設計領域とし, 厚さは翼表皮の局所変形を防ぐため 3 mm で一定とする. 解析モデルの材料定数はアルミニウム合金を参考に, 縦弾性係数を 70 GPa, ポアソン比 0.35 とする. 入力荷重はアクチュエータからの荷重を模擬し, 入力位置および荷重の大きさは固定とする. 各層に対する荷重入力位置は図 3.7 に示している.

2 層からなる多層モーフィングフラップが変形すべき既定の目標形状を図 3.8 に示す. 舵角 20 度のモーフィング形状であり, 設計対象である翼型後縁 60.5 %以降の変形形状を示している. 異なる飛行条件として, 離陸と着陸を想定し, 2 つの目標形状は, モーフィングフラップの空力形状最適化 [24] により得られた, L/D^{\max} 最大化形状と C_L^{\max} 最大化形状

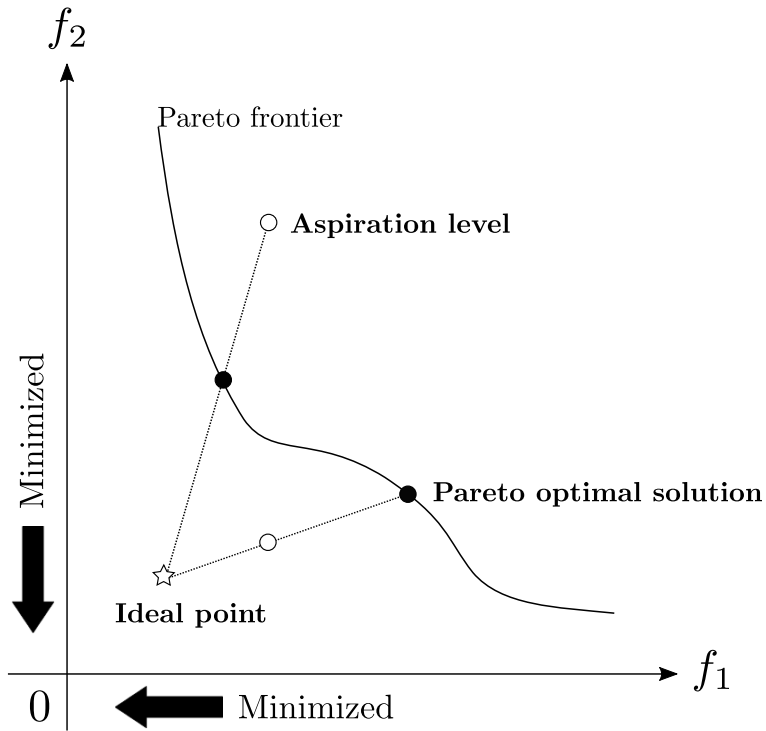


Fig. 3.5: Pareto solution is located on the line connecting the ideal point and aspiration level in the objective function space using STOM.

Table 3.1: Load conditions for the two desired shapes.

Morphing condition	Layer 1	Layer 2
Takeoff	A	C
Landing	B	

の特徴が反映されている。2つの目標形状を比較すると、 L/D^{\max} 最大化形状は曲げ変形が比較的均一であるのに対し、 C_L^{\max} 最大化形状はコード長さおよそ 80%付近で大きな局所的な曲げを有している。

多目的最適設計問題では、単一のモーフィングフラップでありながらこれらの複数の異なるモーフィング形状を実現することを考える。そのためには、目標形状に応じて荷重条件を変える必要があり、本研究では、目標形状に応じて荷重入力位置を切り替えることで表現する。図 3.9 に示すように、2層あるうちの圧縮荷重を受ける層 1 では 2箇所 の荷重入力位置を設定し、引張荷重を受ける層 2 は 1箇所 のみの荷重入力位置をもつ。これらの荷重入力位置は、表 3.1 のように、目標形状に応じて変更できるものとして設定することで、同一構造でありながら異なる 2つの目標形状を達成できるように、多目的最適設計される。

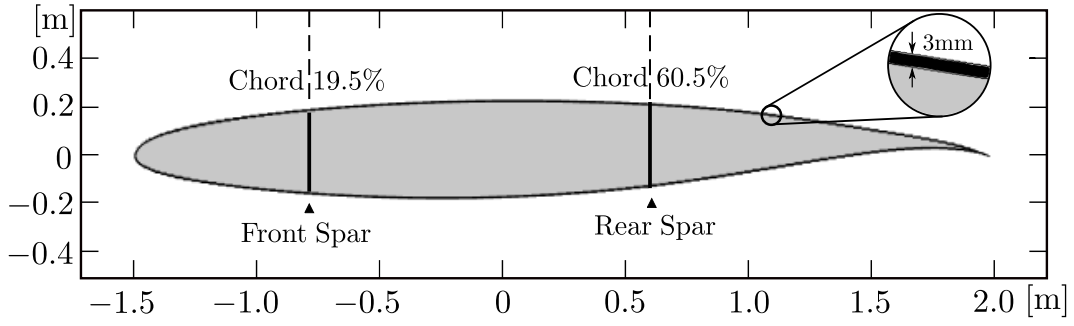
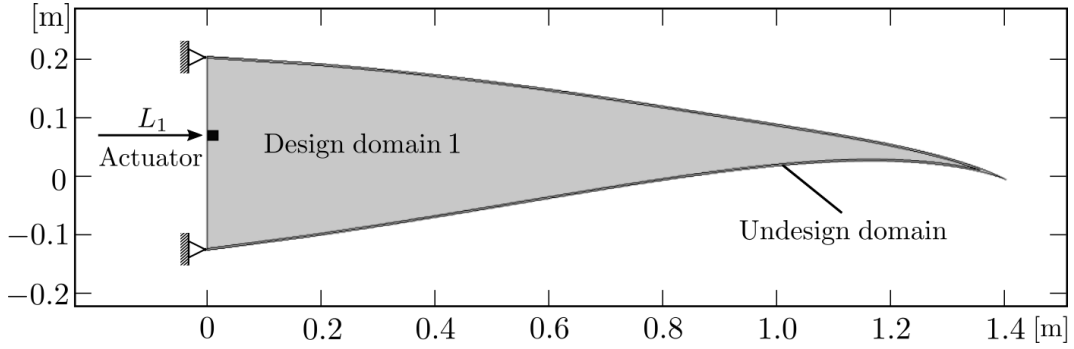
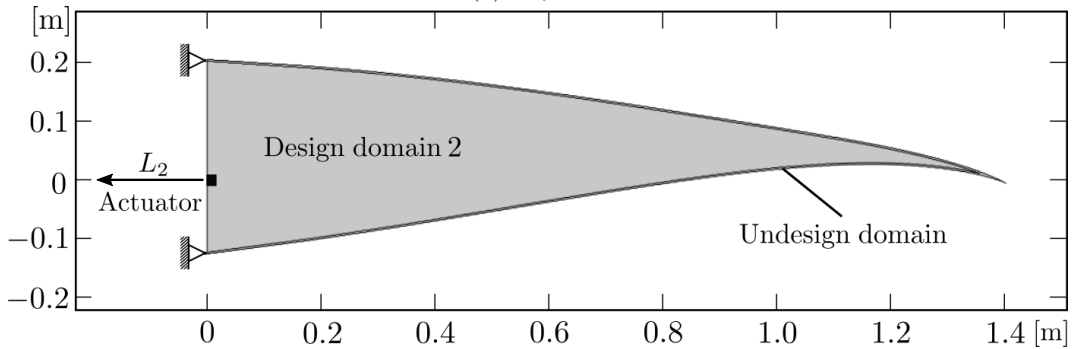


Fig. 3.6: Wing model.



(a) Layer 1.



(b) Layer 2.

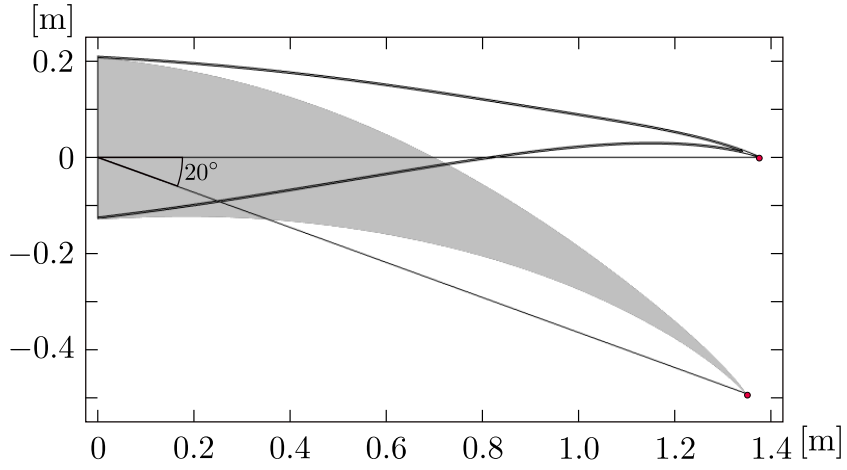
Fig. 3.7: Design domains and boundary conditions.

3.4.2 目標形状達成を考慮した単目的最適設計問題

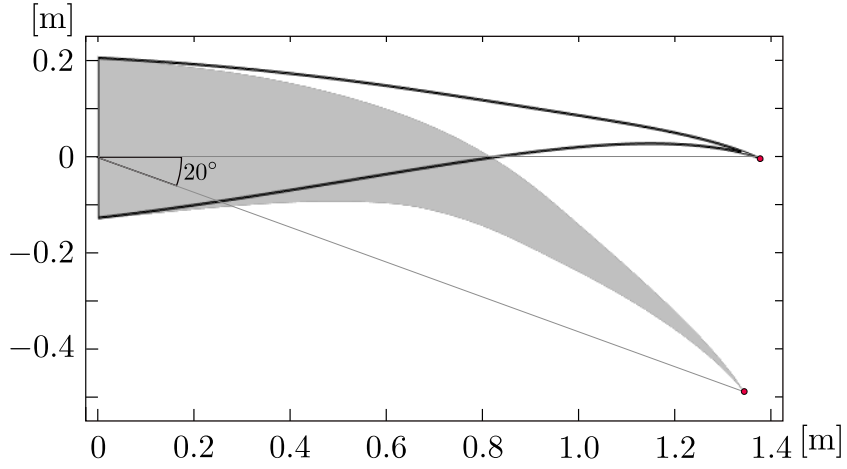
本節では、翼表皮の外形が既定の目標形状へと達成するための最適設計問題の定式化について述べる。最適設計問題の目的関数を、入力荷重による実際の変形形状と既定の変形形状との RMS 誤差として次式で定義する。

$$F(\Omega(\phi)) = \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i - U_i\|^2 d\Gamma \right\}^{1/2} \quad (3.7)$$

ここで、 Γ_I は翼外形境界を表し、 U_i と u_i はそれぞれ、翼表皮外形における節点に対する目標の変位と実際の変位である。



(a) L/D^{\max} maximized shape



(b) C_L^{\max} maximized shape.

Fig. 3.8: Two desired morphing shapes.

体積制約と、変位が満たすべき支配方程式を考慮し、最適設計問題を次式で定義する。

$$\text{Minimize: } F(\Omega(\phi)) = \sum_{n=1}^2 \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^n - U_i\|^2 d\Gamma \right\}^{1/2} \quad (3.8)$$

$$\text{Subject to: } G(\Omega^n(\phi)) = \int_{\Omega^n} d\Omega - V_{\max} \leq 0 \quad (3.9)$$

$$\text{div}(C_{ijkl}^n u_{k,l}^n) = 0 \quad \text{on } \Omega^n \quad (3.10)$$

$$u_i^n = \bar{u}_i^n \quad \text{in } \Gamma_u^n \quad (3.11)$$

$$t_i^n = \bar{t}_i^n + \kappa^n u_i^n \quad \text{in } \Gamma_t^n \quad (3.12)$$

$$u_i^n = \tilde{u}_i^n \quad \text{in } \Gamma_I^n \quad (3.13)$$

ここで、上付き添え字 n は層の番号に対応し、 Ω^n は層 n の設計領域である。 V_{\max} は体積分率の上限値、 u_i は変位、 $t_i = C_{ijkl} u_{k,l} n_j$ は表面力、 C_{ijkl} は弾性係数テンソルである。ディリクレ境界 Γ_u では、変位 \bar{u}_i を \bar{u}_i で既定し、また、ノイマン境界 Γ_t で表面力 t_i を \bar{t}_i に既定する。また、境界 Γ_I^n は、各層を接続する境界であり、変位がその他の層と等しくなる

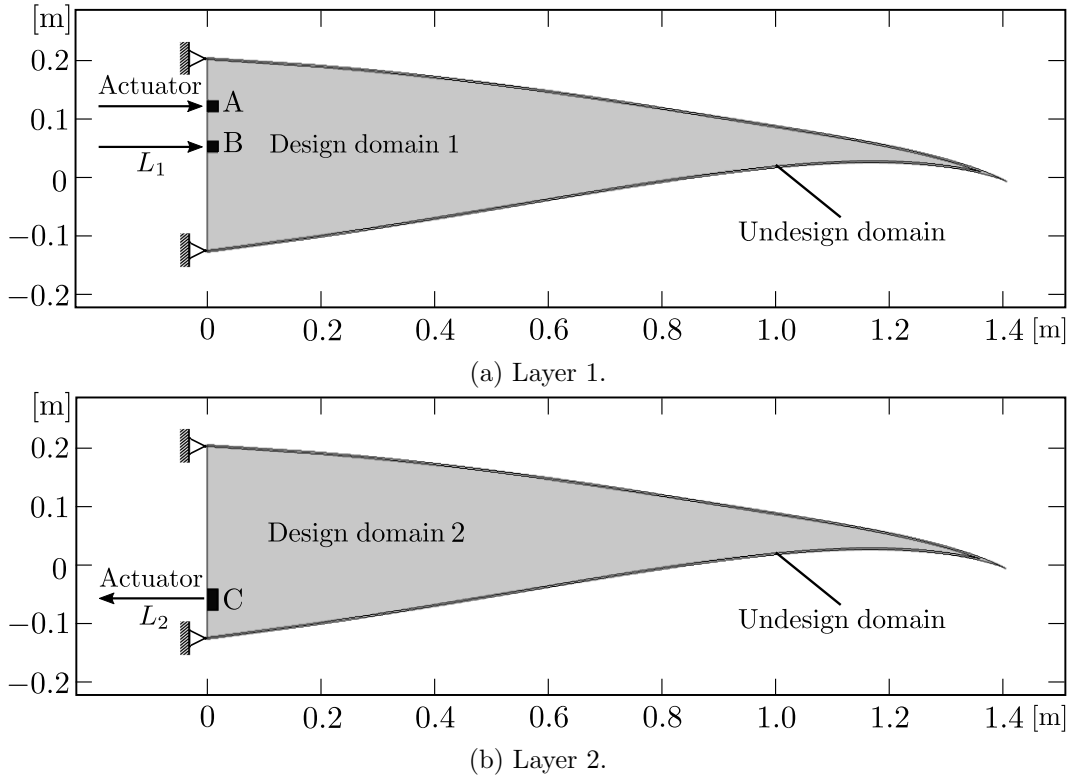


Fig. 3.9: Design domains and boundary conditions for multiobjective optimization problem.

ように既定する. なお, \tilde{n} はもう一方の層を表す. 最後に, κ は人工的なバネ定数であり, Sigmund [45] の考え方にに基づき, 荷重の入力部が入力荷重に耐えるだけの剛性を確保するために設定している.

3.4.3 感度解析

設計感度 \bar{F}' は, 文献 [39] に基づき, 各設計領域 Ω^1 と Ω^2 に対して次式で与えられる. なお, 詳細の導出は付録 A に記述する.

$$\bar{F}' = -\tilde{u}_{i,j}^n C_{ijkl}^n u_{k,l}^n + \lambda^n \quad \text{on } \Omega^n \quad (3.14)$$

ここで, \tilde{u}_i^n と \tilde{t}_i^n は次式の随伴方程式を満たす変数をとって定義する.

$$\text{div} (C_{ijkl}^n \tilde{u}_{k,l}^n) = 0 \quad \text{on } \Omega^n \quad (3.15)$$

$$\tilde{u}_i^n = 0 \quad \text{in } \Gamma_u^n \quad (3.16)$$

$$\tilde{t}_i^n = \kappa u_i^n \quad \text{in } \Gamma_t^n \quad (3.17)$$

$$\tilde{t}_i^n = T_i^n \quad \text{in } \Gamma_I^n \quad (3.18)$$

$$\tilde{u}_i^n = \tilde{u}_i^{\tilde{n}} \quad \text{in } \Gamma_I^n \quad (3.19)$$

このとき、 T_i^n は、目的関数である RMS 誤差式 (3.7) に応じて決定される随伴場の荷重条件であり次式となる。

$$T_i^n = \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^n - U_i\|^2 d\Gamma \right\}^{-1/2} (u_i^n - U_i) \text{ in } \Gamma_I^n \quad (3.20)$$

3.4.4 複数の目標形状達成を同時に考慮した多目的最適設計問題

同一構造に対し荷重条件を変えることで複数の異なる目標形状へと達成することを考えた多目的最適設計問題を定式化する。2つの異なる目標形状に応じて2つの異なる荷重条件を設定したとして、以下に示す2つの目的がある。

1. 荷重条件1が作用したとき目標形状1へと変形する。
2. 荷重条件2が作用したとき目標形状2へと変形する。

この2入力2出力構造の設計問題は、2目的最適設計問題としてSTOMにより次式で定式化できる。

$$\text{Minimize: } F(\Omega(\phi)) = \max_{\phi} w_m (f_m(\Omega(\phi)) - f_m^A) + \alpha \sum_{m=1}^2 w_m f_m(\Omega(\phi)) \quad (3.21)$$

ここで、 $f_m(\Omega(\phi))$ は m 番目の目的関数であり、 $f_m(\Omega(\phi))$ は次式で正規化する。

$$f_m(\Omega(\phi)) = \frac{\left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^m - U_i^m\|^2 d\Gamma \right\}^{1/2}}{\left\{ \int_{\Gamma_I} \|U_i^m\|^2 d\Gamma \right\}^{1/2}}, \quad (m = 1, 2) \quad (3.22)$$

ここで、 u_i^m と U_i^m は、それぞれ、 m 番目のモーフィング条件における実際の変位と目標変位である。

3.4.5 数値実装

図3.10に最適設計のフローを示す。まず、レベルセット関数を初期化する。次に、2次元有限要素法により支配方程式を解き、連成解析を利用して各層の変位場を求める。そして、その変位場に基づいて目的関数と制約関数を求める。収束していなければ、次に、その目的関数値に基づいて随伴変数場を層1と層2を連成して解くことで、感度を求める。そして、その感度に基づいて、各層のレベルセット関数を更新することで、各層の形態を更新する。この過程を収束まで繰り返すことで、最適形態を求めている。

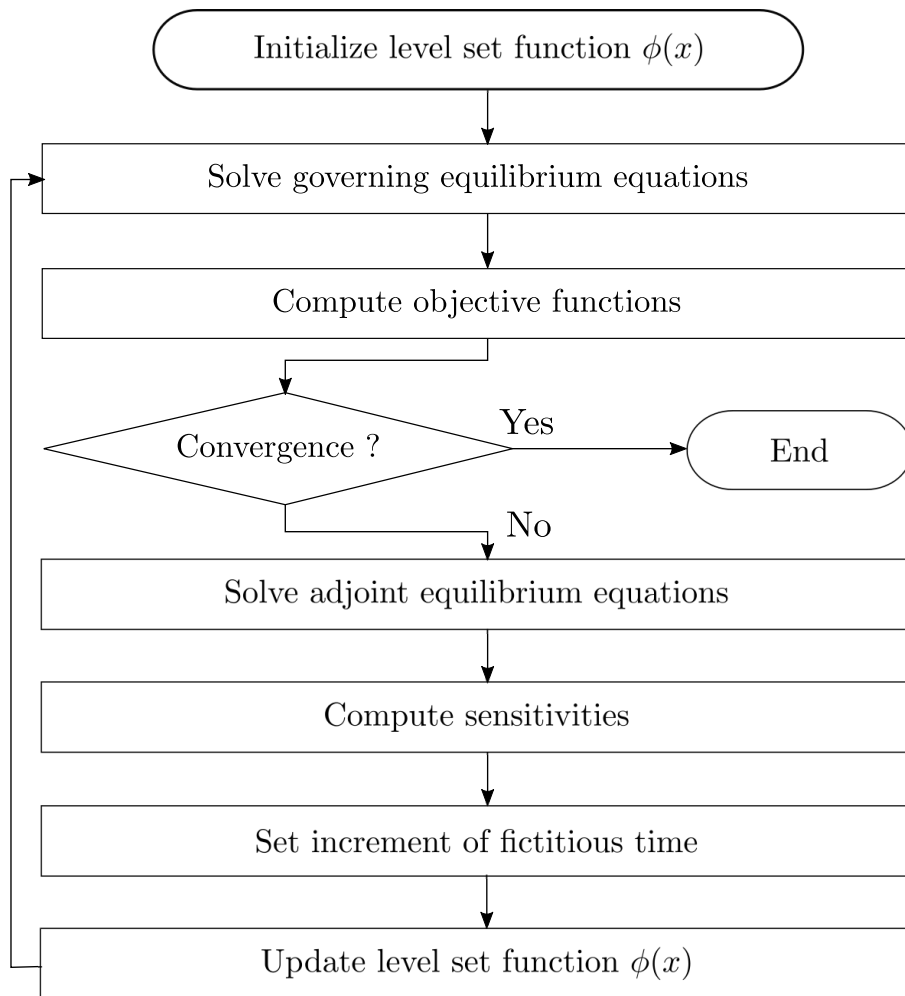


Fig. 3.10: Flow chart of optimization procedure.

3.5 数値計算例1：単一の目標形状達成を考慮した単目的最適設計

本節では、2つの異なる目標形状に達成する多層構造モーフィングフラップを個別に求める。数値計算例を通して、多層構造の効果を示し、2次元モデル化による妥当性を確認する。変形解析では、線形変形を仮定し、三角形要素によるメッシュサイズを0.6 mm から30 mm の間に設定する(図3.11)。また、空洞領域にはヤング率が材料領域の1/1000倍の材料で埋め尽くされているとする。トポロジー最適化においては、正則化パラメータ η と体積上限値 V_{\max} 、荷重入力位置のバネ定数 k を、それぞれ 1.0×10^{-5} と固定設計領域の40%、 1.0×10^6 N/mとする。

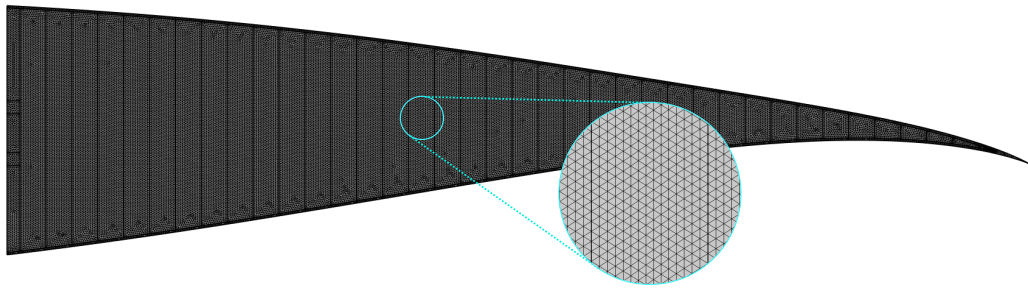


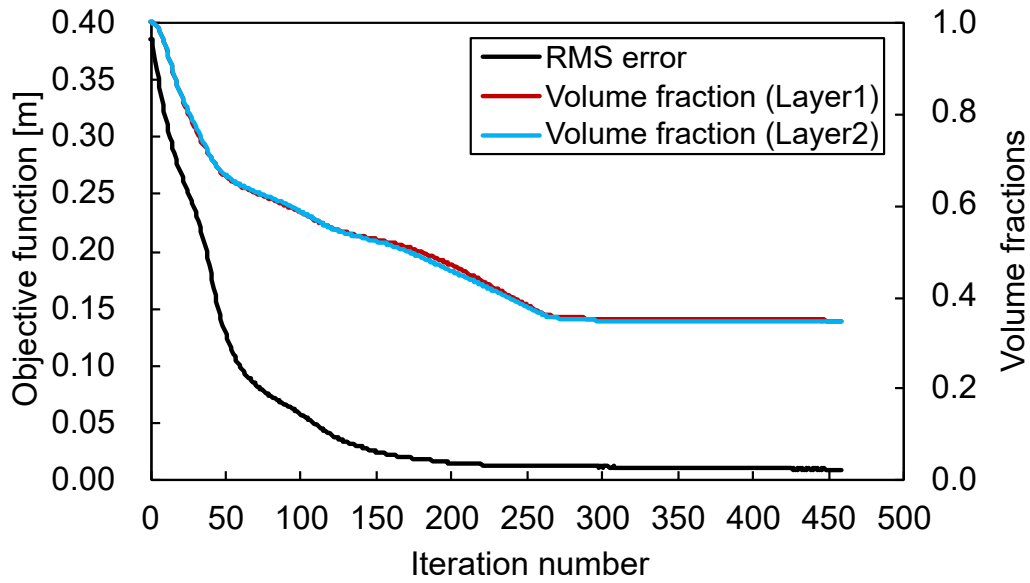
Fig. 3.11: Triangular finite element mesh for deformation analysis.

3.5.1 単一の目標形状への達成を考えた最適設計解

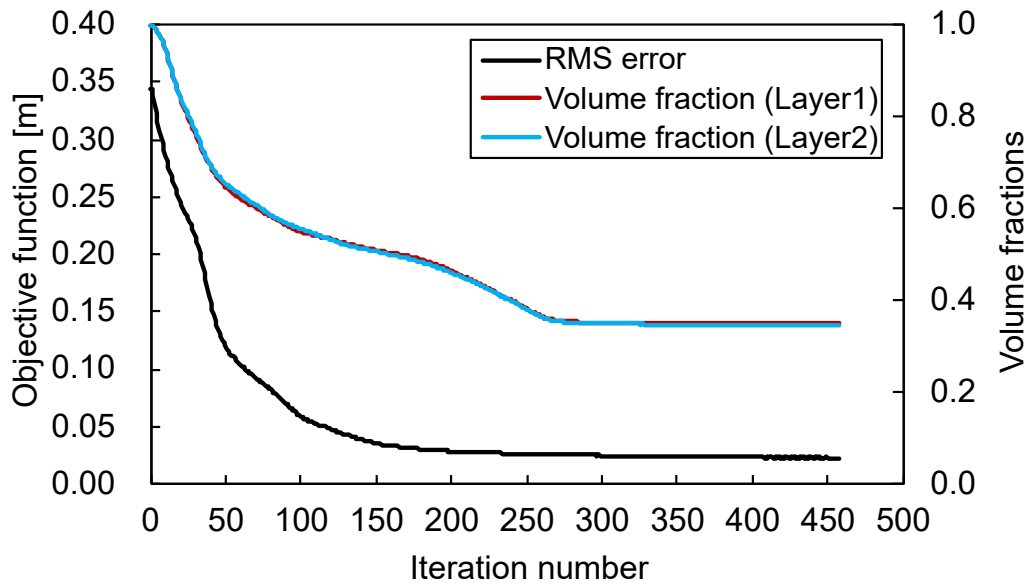
入力荷重の大きさは、事前に行った予備分析から決定し、 L/D^{\max} 最大化形状とする。ケース 1 では 1.025×10^5 N, C_L^{\max} 最大化形状 (ケース 2) では 9.25×10^4 N とする。この条件のもとで、翼表皮を目標形状へと変形させる内部のコンプライアント機構の構造をトポロジー最適設計で求める。目的関数と制約関数の収束履歴を図 3.12(a) と (b) に示す。どちらのケースでも滑らかに最適解に収束している。なお、構造形態の設計領域の断面積は、ケース 1 では層 1 で 34.9 %, 層 2 で 34.6 %, ケース 2 では層 1 で 35.0 %, 層 2 で 34.7 % と、いずれも断面積制約を満たしている。

最適解を示す前に、最適化計算過程の構造形態の変化を図 3.13, 3.14 に示す。また、2 つの最適設計に対して、構造形態の変化に応じた多層構造の変形形状の変化を図 3.15 に示す。図中、青色と黒色が層 1 と層 2 の構造変形形態を、灰色が目標形状を表している。図 3.13, 3.14 により、探索初期から、圧縮荷重を伝達する層 1 と引張荷重を伝達する層 2 の構造形態は上下に分岐し、その後体積の減少とともに、探索 150 回目では荷重を伝達する梁のような構造部材とくびれた弾性ヒンジ構造が確認できる。このとき、図 3.15 の変形形状は 150 回目で灰色の目標形状をおよそ達成していて、図 3.12 の RMS 誤差で 150 回目ごろに目的関数の減少が落ち着き始めている、その後は、主に荷重入力部付近構造や最後縁部付近に孔が生じることで、300 回目には断面積が上限値の 40 % を下回っている。

こうした構造探索により最終的に得られた多層構造モーフィングフラップの最適構造形態とその変形形状を、ケース 1 と 2 とでそれぞれ図 3.16 と 3.17 に示す。どちらの最適構造も、圧縮と引張荷重をそれぞれ伝達するための構造部材が上下に分かれている。これにより、各層に入力された互いに逆向きの荷重が、曲げ変形を生じさせるために有効に作用していると考えられる。また、ケース 1 とケース 2 での異なる変形を生じさせた構造形態の特徴としては、主に、弾性ヒンジとして機能するくびれた部分構造がケースによって異なることが挙げられる。ケース 1 と比べて、ケース 2 の最適構造形態は弾性ヒンジの数が多く、かつ、このヒンジは灰色の目標形状において局所的に大きく曲がっている付近に



(a) Case 1: L/D maximized morphing shape.



(b) Case 2: Lift maximized morphing shape.

Fig. 3.12: Convergence histories for each optimal design condition.

集中している。こうした傾向は、構造形態の探索がそれぞれの目標形状に応じて最適となるように実行された結果である。なお、ケース2では左側上面において理想変形形状とわずかな差異がみられるが、変形はおおむね理想変形形状と一致していて、目的関数であるRMS誤差の値は、ケース1では0.00939、条件2では0.0226であり、十分に小さな値に収束している。

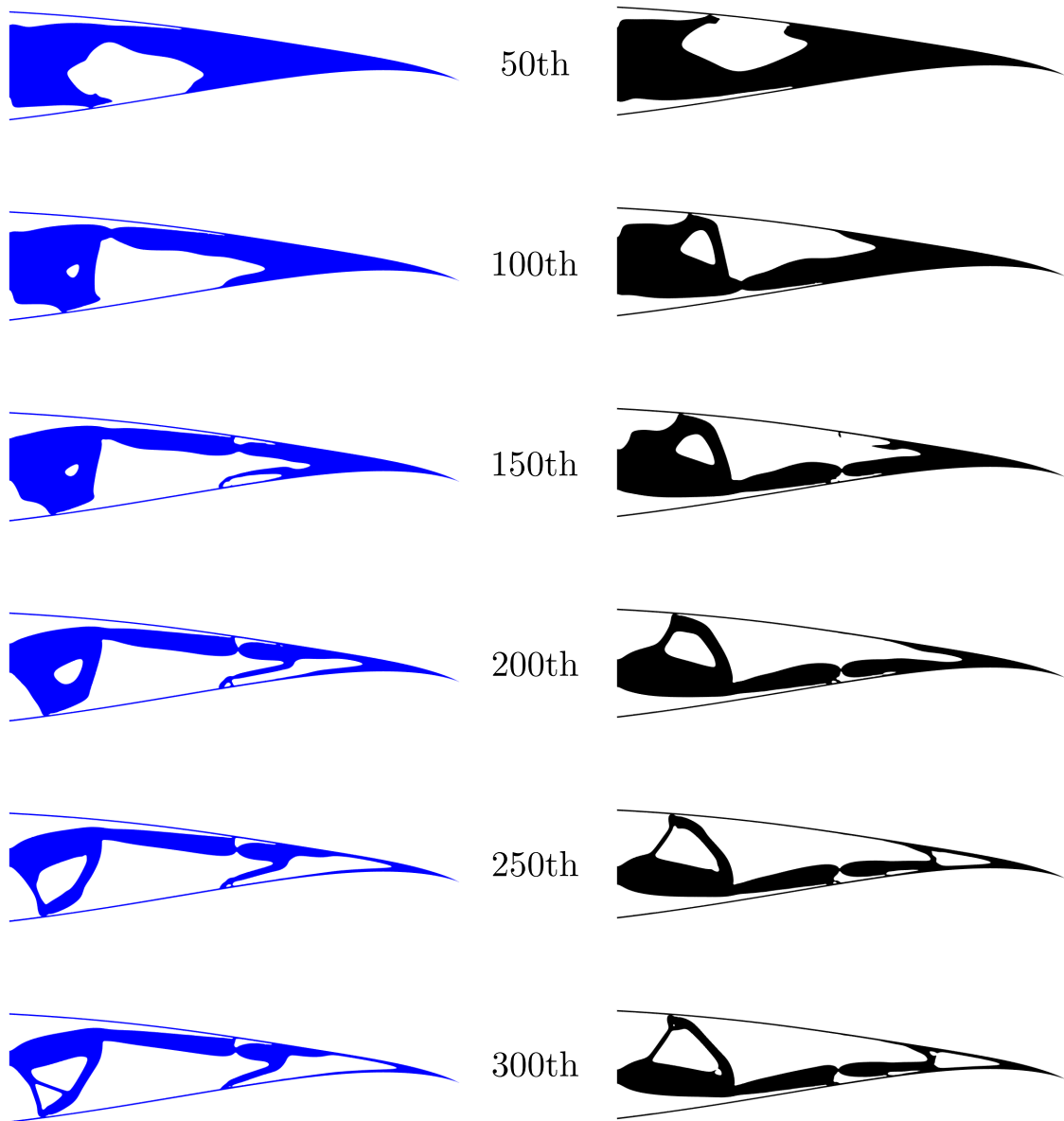


Fig. 3.13: Topology changes of each layer structural configuration for Case 1(L/D maximized morphing shape): (Left) Layer 1 structural configuration; (Middle) Iteration number; (Right) Layer 2 structural configuration.

3.5.2 2層構造化の効果の考察

2層構造では、互いに異なる構造形態と荷重入力をそれぞれ活用することで協働し、目標形状への達成を実現している。ここでは、前節に示した最適解の2層構造が入力荷重をいかに翼表皮に伝えているのかについて考察する。

まず、翼表皮での接合がないものとして、個別に荷重入力を加えた場合の各層の変形形状を図3.18に示す。翼表皮での接合がない場合は、曲げ変形があまりなく、伸長方向の変形が支配的である。このことから、入力荷重は翼表皮に対して主に水平方向に作用しているといえる。次に、翼表皮で接合されている状態で、層1のみに入力荷重を加えた場合の

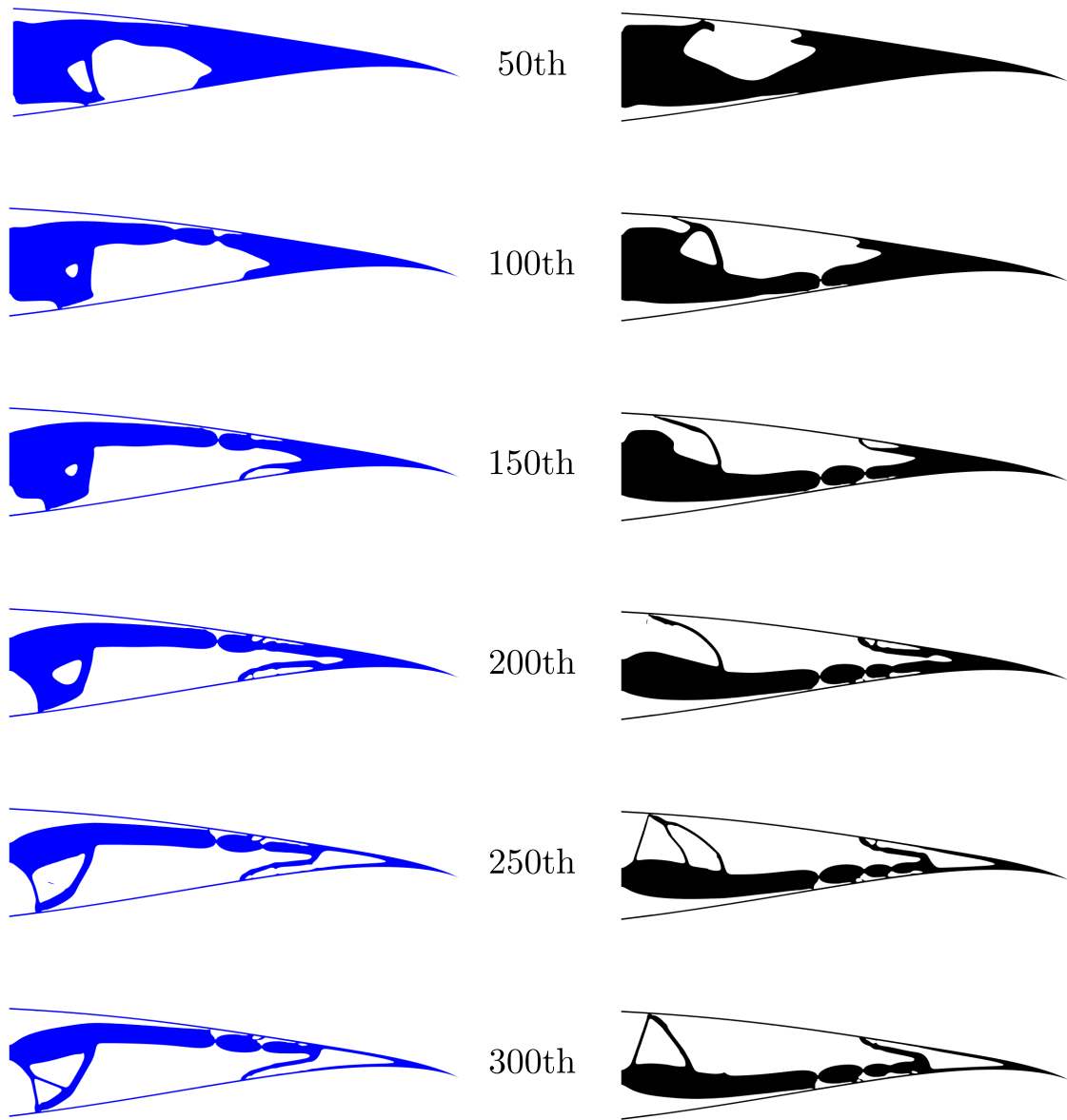


Fig. 3.14: Topology changes of each layer structural configuration for Case 2(Lift maximized morphing shape): (Left) Layer 1 structural configuration; (Middle) Iteration number; (Right) Layer 2 structural configuration.

変形形状と層2のみに入力荷重を加えた場合の変形形状を，ケース1と2とでそれぞれ図3.19と図3.20に示す．なお，図中の矢印は，圧縮と引張の荷重入力による主な作用を，丸矢印が弾性ヒンジで主に生じている回転変形をそれぞれ表している．図3.19と図3.20では，図3.18の単層のみの変形は伸長方向の変形が支配的であったのに対し，各荷重入力により曲げ変形が生じている．これは，翼表皮での接合を介して互いに異なる構造形態が共有されることで，他方の層の弾性ヒンジによる柔軟性を利用して，赤い丸矢印で示すように，水平方向の荷重を曲げの変形へと変換しているためと考えられる．多層構造のトポロジー最適化では，互いの層が接合された状態で構造探索がされるため，互いの層構造を活

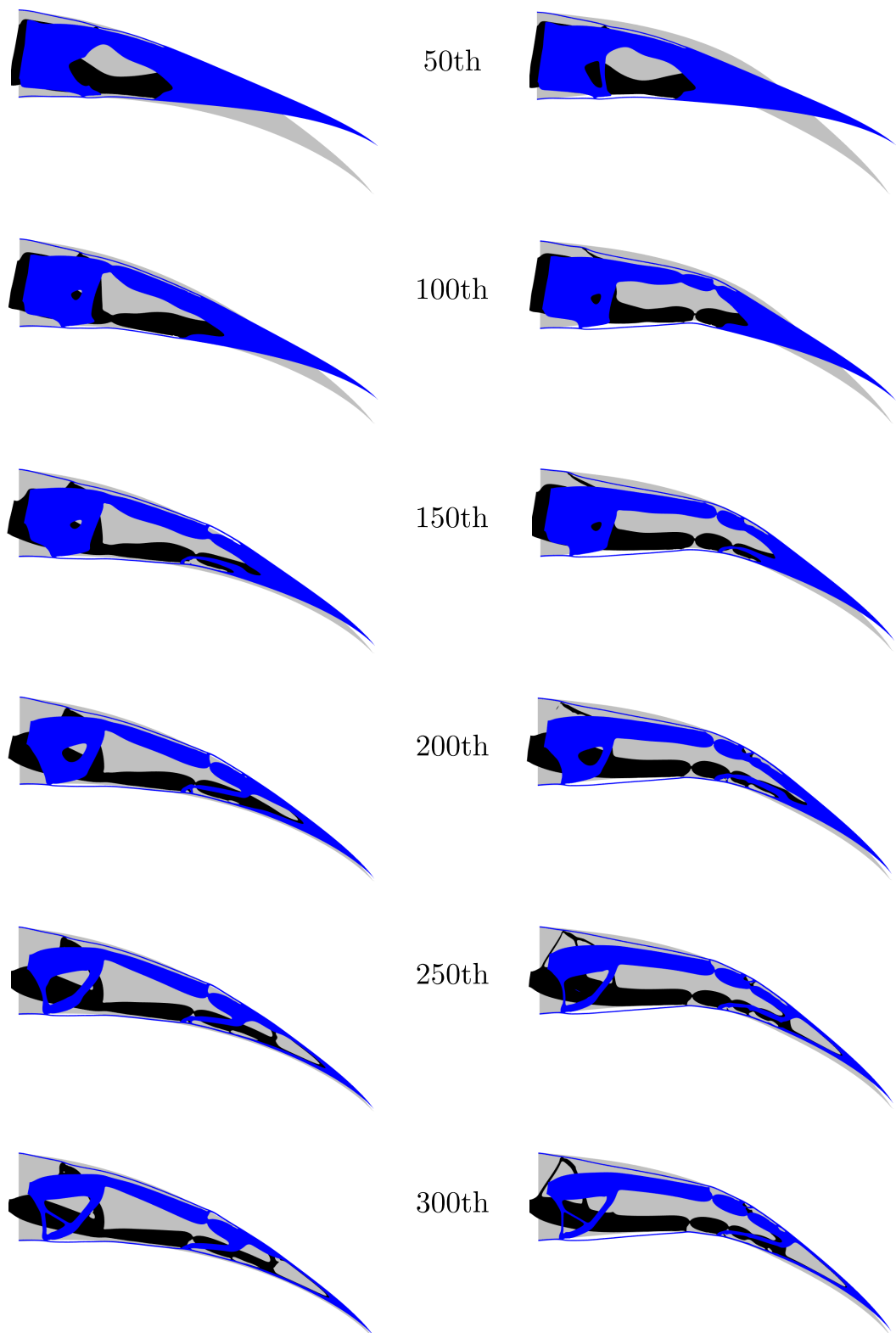


Fig. 3.15: Changes in the deformed shape of multilayered flap: (Left) Case 1; (Middle) Iteration number; (Right) Case 2.

用することではじめて共通の目的である目標形状への変形達成を実現する最適構造形態を得ることができる。

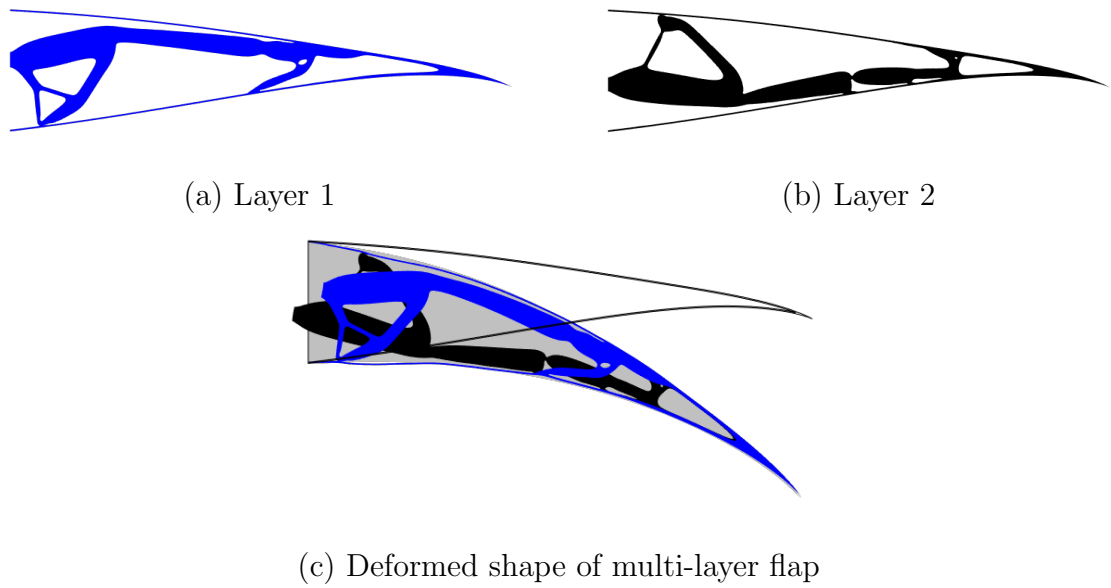


Fig. 3.16: Optimal configuration and the deformed shape in Case 1 : L/D maximized morphing shape.

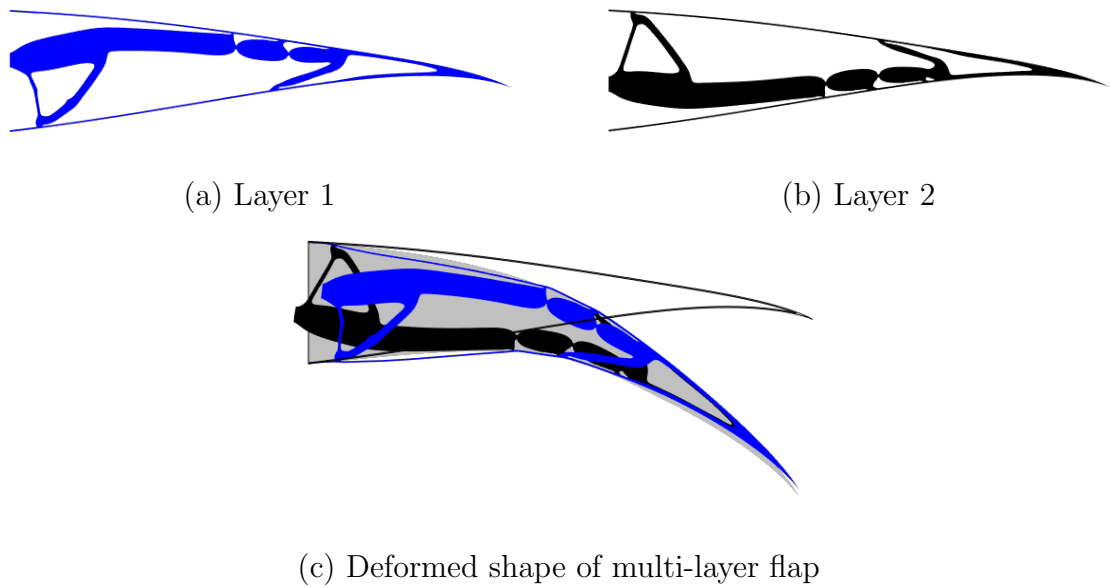
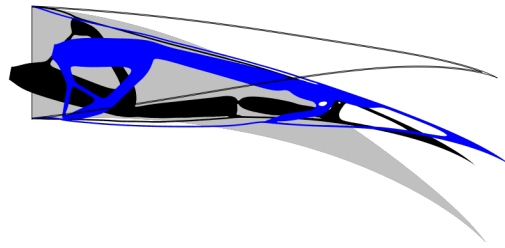
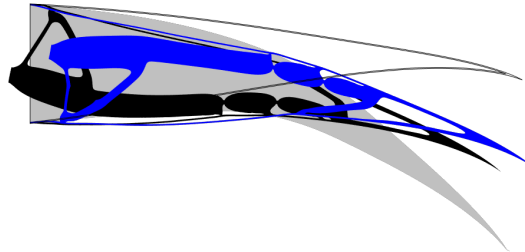


Fig. 3.17: Optimal configuration and the deformed shape in Case 2 : Lift maximized morphing shape.

このような2層構造を2次元モデルで考える際の大きな特徴は、「各層が他方の層の構造形態を共有し、層1と層2とで構造形態の重なりが許容される」ということである。これにより、内部構造の取りうる構造形態の自由度は増し、単に、互いに逆向きの荷重をそれぞれ有効に作用させるだけでなく、他方の層の剛性や柔軟性を利用することで、目標形状への変形を実現している。

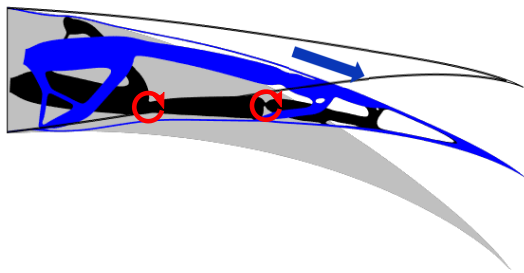


(a) Case 1: L/D maximized morphing shape.

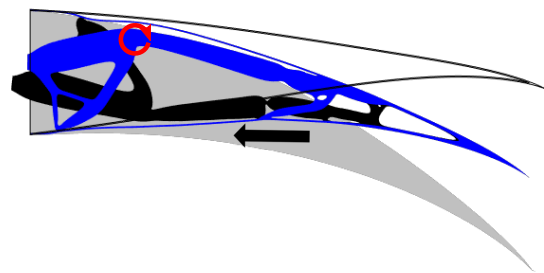


(b) Case 2: Lift maximized morphing shape.

Fig. 3.18: Deformed shapes of each layer when each layer is not connected at the airfoil skin.



(a) Load is applied only in Layer 1



(b) Load is applied only in Layer 2

Fig. 3.19: Deformed shapes of multi-layered compliant flap under individual load in Case 1: L/D maximized morphing shape.

3.5.3 3次元モデルによる変形解析

最後に、3次元解析を通して2層構造化モデルの2次元モデル化の妥当性を評価する。ここでは、ケース1に対する最適解に対して解析を行う。

2層構造を3次元で表現するために、入力荷重の対称性を考慮し、図3.21(a)に示すように層2を両外側から層1ではさむように構造形態を配置する。このとき、層1と層2の厚みはそれぞれ10 mm、20 mm とすることで、対称性を確保し、ねじり変形を抑制する。また、リブとしての形状を維持する必要性から、2次元モデルと同様に、各層の構造形態の空洞領域には物体領域の縦弾性係数の1/1000 倍の部材が入っているものとする。層の間には5mm の隙間を設定し、その領域は翼表皮以外には部材は存在しない。

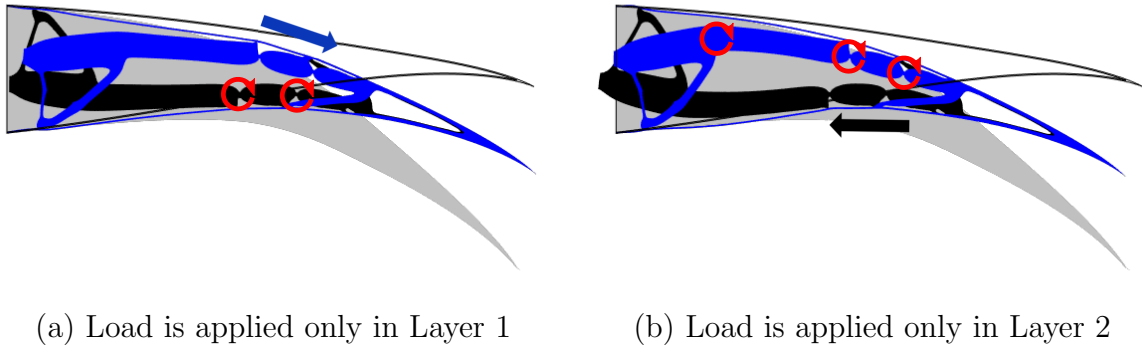
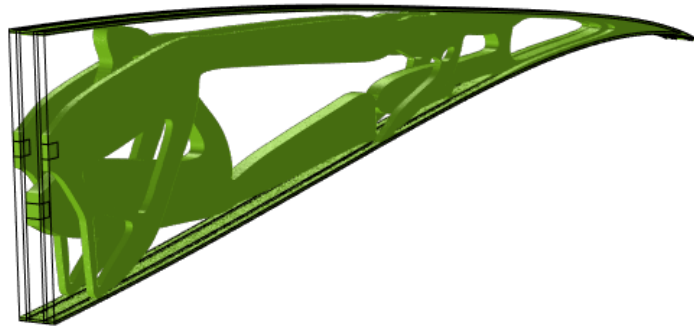
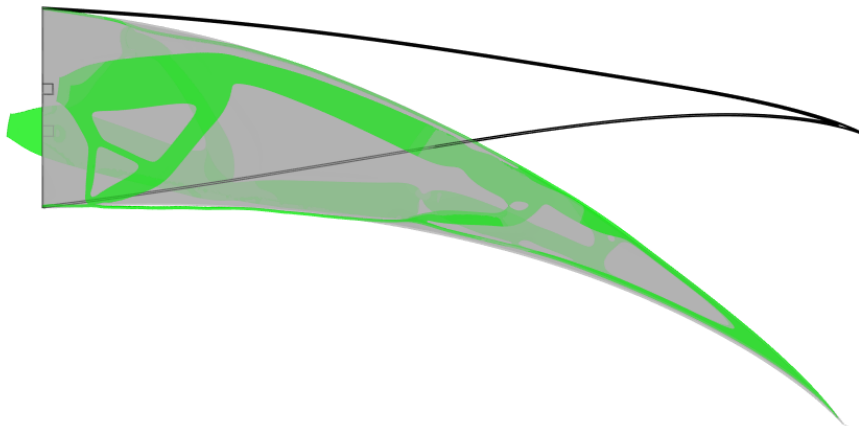


Fig. 3.20: Deformed shapes of multi-layered compliant flap under individual load in Case 2: Lift maximized morphing shape.



(a) Morphing flap model in 3D



(b) Deformation

Fig. 3.21: Three dimensional model and deformation analysis of multi-layered compliant flap.

変形解析結果を図 3.21(b) に示す。図中灰色で示すのは、図 3.8(a) の目標形状である。変形形状を見ると、目標形状とほぼ一致しており、2次元モデル化による変形形状とよく似通っている。

Table 3.2: Comparison of objective function value between three-dimensional and two-dimensional structural model.

Three dimensional		Two dimensional
Layer 1	Layer 2	0.00939
0.0293	0.0294	

3次元解析と2次元解析による変形形状のRMS誤差を表3.2で比較する。3次元解析においては、層1、層2の厚みに対する中間位置での翼表皮でそれぞれRMS誤差の値を算出している。層1と層2に対する目的関数値がわずかに異なっている。2次元モデルでは完全に変位が一致すると仮定するが、3次元モデルでは各層を接合する翼表皮が断面の垂直方向に奥行きを持っているためずれが生じ、また、内部構造との接合部分において、翼表皮に局所的に小さなゆがみが生じている。一方、RMS誤差は層1の値を基準としたときに相対誤差0.341%であり十分に小さい。このような局所的なゆがみのために、2次元モデルによる目的関数値に比べて、3次元モデルによる目的関数値は約3倍大きくなっており、このことから、2次元モデルで完全に同じ結果が得られるとは言えない。しかしながら、その変形形状の差は小さくて目標形状とほぼ一致していることから本章で提案する多層モーフィングフラップの設計法は妥当であるといえる。

3.6 数値計算例2：2つの異なる目標形状達成を考慮した多目的最適設計

本節では、2つの異なる目標形状へと変形できる同一の多層構造モーフィングフラップを求める。数値計算例を通して、複数の異なる目標形状へと達成する同一構造形態を示し、トレードオフ分析について議論する。数値計算における諸元は、単目的最適設計問題と同様に、変形解析では線形変形を仮定し、三角形要素によるメッシュサイズを0.6 mmから30 mmの間に設定する。また、空洞領域にはヤング率が材料領域の1/1000倍の材料で埋め尽くされているとする。トポロジー最適化においては、正則化パラメータ η と体積上限値 V_{\max} 、荷重入力位置のバネ定数 k を、それぞれ 1.0×10^{-5} と固定設計領域の40%、 1.0×10^6 N/mとする。

3.6.1 複数の目標形状達成を考えたパレート最適解

パレートフロンティアの概形を探るために、複数の希求水準の値についてパレート解を求める。理想点を $f_1^I = f_2^I = 0$ とすると、得られるパレート解の二つの目的関数の値の比 f_1/f_2 は、希求水準の比 f_1^A/f_2^A と理想的には一致する。ここでは、希求水準を1:5から

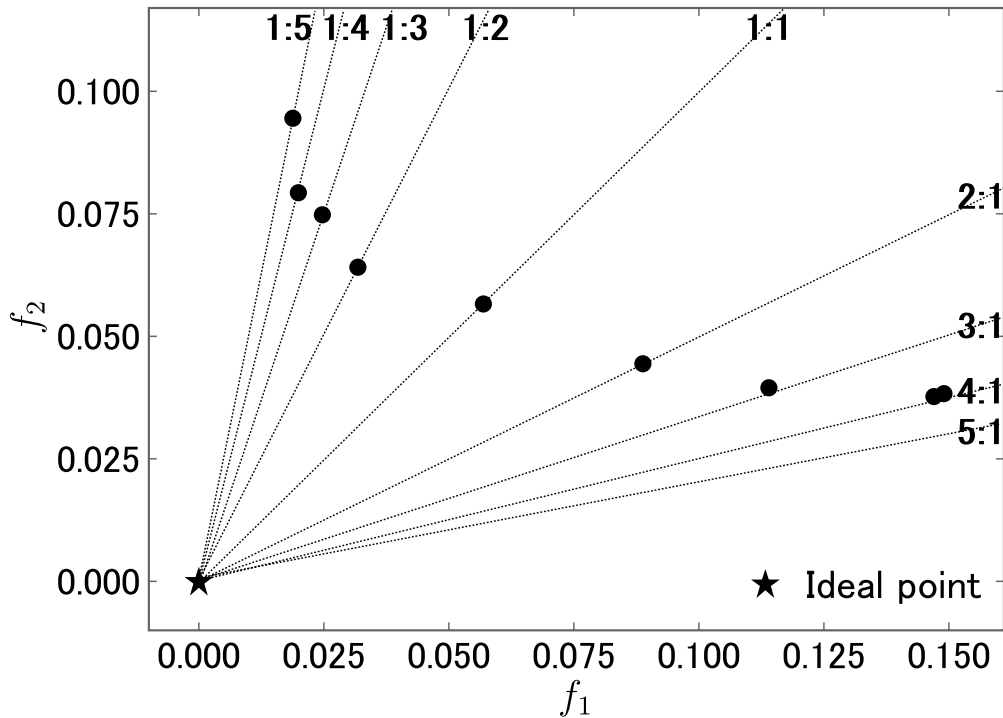


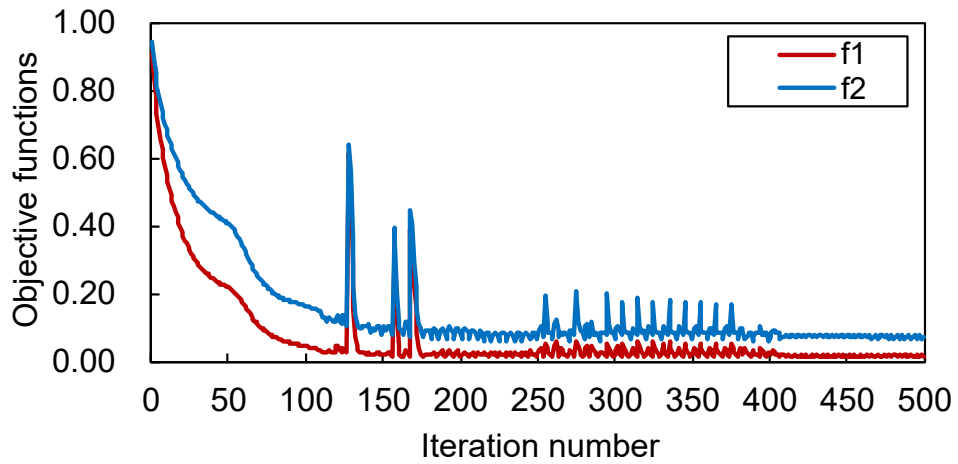
Fig. 3.22: Pareto optimal solution in objective function space.

5 : 1 の間で設定したときの対応するパレート解を調べる。

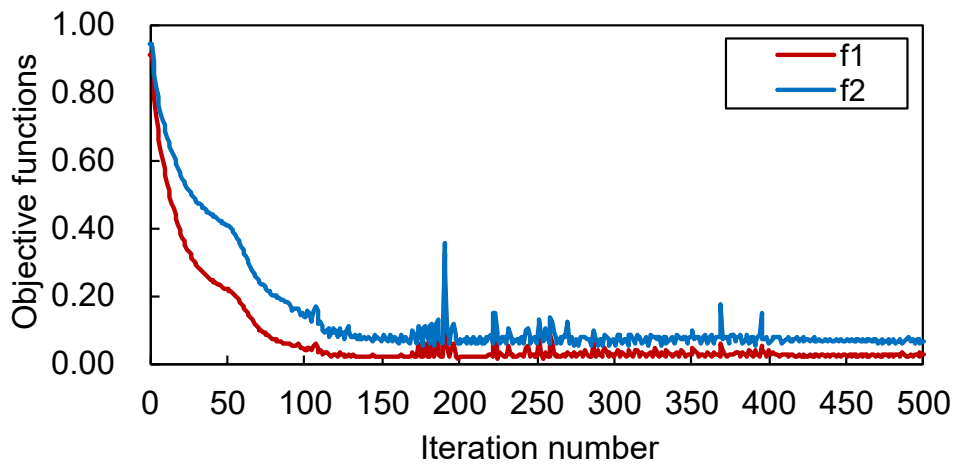
複数の希求水準に対する、パレート最適解を図 3.22 に示す。この図から、2つの目的関数は、一方が改善されるともう一方は改悪されていることから互いにトレードオフの関係にあり、パレートフロンティアは凸の形をしていることが推測できる。得られたパレート解は、 $f_1^A : f_2^A = 5 : 1$ を除いて、希求水準の比に対応する破線上にあるため、最適化計算はよく収束しているといえる。希求水準の比が $f_1^A : f_2^A = 5 : 1$ であるときのパレート解は $f_1^A : f_2^A = 4 : 1$ のパレート解に近いが、これは、 f_2 の最適設計である C_L^{max} 最大化設計に近いからと考えられる。 f_2 の単目的最適化問題として評価すると、最適解は $f_2 = 0.03738$ となり、この値は $f_1^A : f_2^A = 4 : 1$ と $5 : 1$ の場合とほぼ等しい。一方、 f_1 に対する単目的最適化問題の最適値は $f_1 = 0.01379$ であり、この値は、 $f_1^A : f_2^A = 1 : 5$ の場合より約 20 % 小さい。

希求水準の比が $f_1^A : f_2^A = 1 : 4, 1 : 3, 1 : 2, 1 : 1$ と $2 : 1$ であるときの目的関数の収束履歴を図 3.23, 3.23 に示す。場合によっては、最適化の実行中に大きな振動が表れているが、繰り返し回数 400 回目以降では探索幅を調整することで、目的関数がパレート解に収束している。

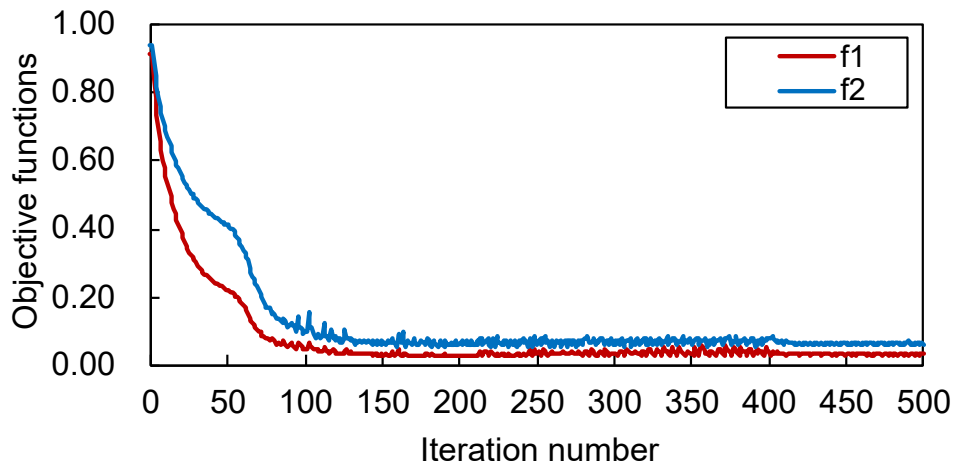
これら、8つのパレート解の変形形状を図 3.24, 3.24 で縦に比較する。ここでは、黒と赤の曲線はそれぞれ、ノミナル形状と実際の変形形状を表し、実際の変形と比較するため目標形状囲われた領域を灰色で塗りつぶしている。中央は希求水準の比 $f_1^A : f_2^A$ を表す。左列の変形は、離陸条件を想定し L/D^{max} 最大化形状へと変形するための動作条件、すなわ



(a) $f_1^A : f_2^A = 1 : 4$



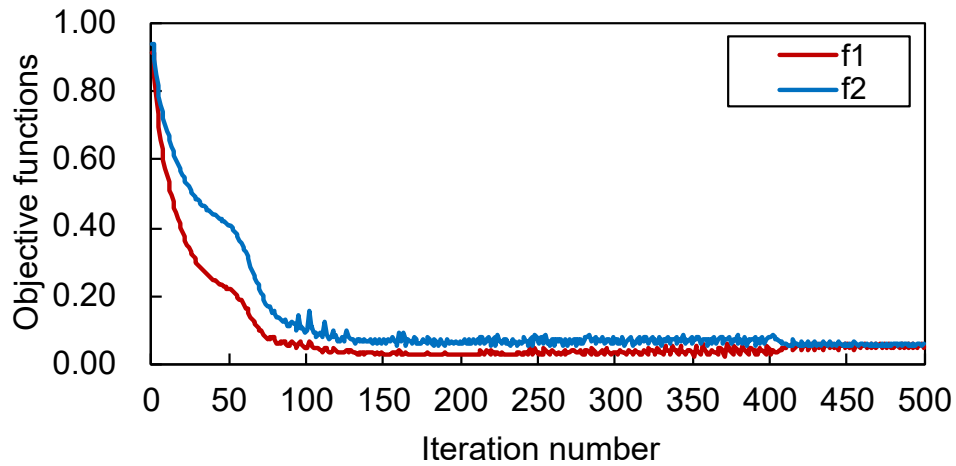
(b) $f_1^A : f_2^A = 1 : 3$



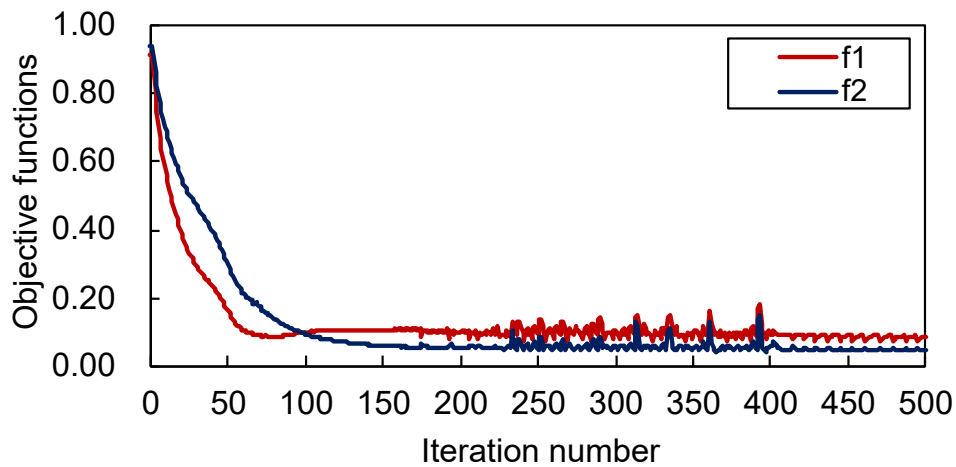
(c) $f_1^A : f_2^A = 1 : 2$

Fig. 3.23: Convergence histories for multi-objective optimization problem (continued).

ち1層目に対して図3.9の点Aに入力荷重を加えたときの变形形状を表す. 右列の变形は, 着陸条件を想定し C_L^{\max} 最大化形状へと变形するための動作条件であり, 1層目に対して図



(d) $f_1^A : f_2^A = 1 : 1$



(e) $f_1^A : f_2^A = 2 : 1$

Fig. 3.23: Convergence histories for multi-objective optimization problem.

3.9の点Bに入力荷重を加えたときの変形形状である。縦に見比べると、パレート解のトレードオフは、左では上に行くほど、右では反対に下に行くほど、赤実線の変形形状と灰色の目標形状とが近づいている。

得られたパレート解は、どれもトレードオフの関係にあり、全てが多目的最適化問題の最適解候補である。本研究では、図3.22と図3.24, 3.24の結果から、どちらの目標形状もバランスよく達成している $f_1^A : f_2^A = 1 : 2$ に対するパレート解を最適解として選好する。

3.6.2 構造形態におけるトレードオフ分析

以下では、得られたパレート解の構造形態の特徴を比較する。8つのパレート解のうち、5つを選定し、構造形態の変形を図3.25に示す。ここで、黒い曲線はノミナル形状、目標形状で囲まれた領域は灰色の領域でそれぞれ表す。また、赤と青の構造形態はそれぞれ、2層構造のうち1と2層目に対応する。左右の列は、前小節と同様に、左は L/D^{\max} 最大化

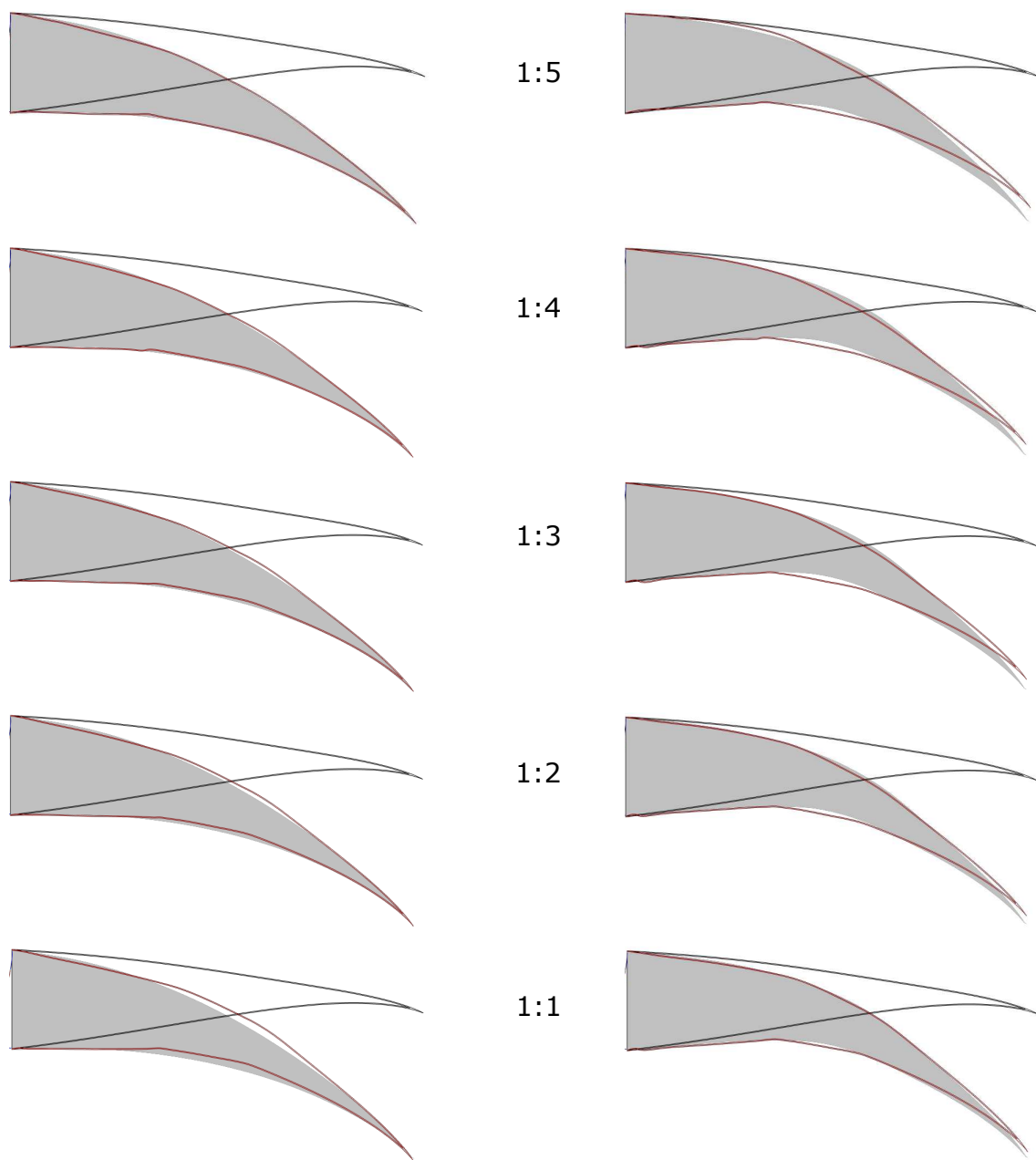


Fig. 3.24: Deformed shapes for Pareto solutions: (left) L/D^{\max} maximized design and (right) C_L^{\max} maximized design (continued).

形状，右は C_L^{\max} 最大化形状へとそれぞれ対応する荷重入力を受けたときの変形である。

前節で選好した $f_1^A : f_2^A = 1 : 2$ に対するパレート解は図 3.25(c) である。図 3.25 の (a) と (b) のパレート解は， f_1 の値が小さいが， f_2 は大きくなり後縁部で C_L^{\max} 最大化形状と変形形状との差が目立っている。他方，(d) と (e) のパレート解は， f_1 の値が大きいが， f_2 が小さくなっている。変形の差は， L/D^{\max} 最大化形状に対して中腹部で大きく見られ，特に (e) の変形形状は，荷重入力位置を切り替えても左右どちらの変形も似通っている。

全てのパレート解は，赤色に示した 1 層目の構造形態において，中腹部の上側部分構造にくびれた弾性ヒンジを有している。点 A に荷重入力を受けると，図 3.25 の (e) を除いて，

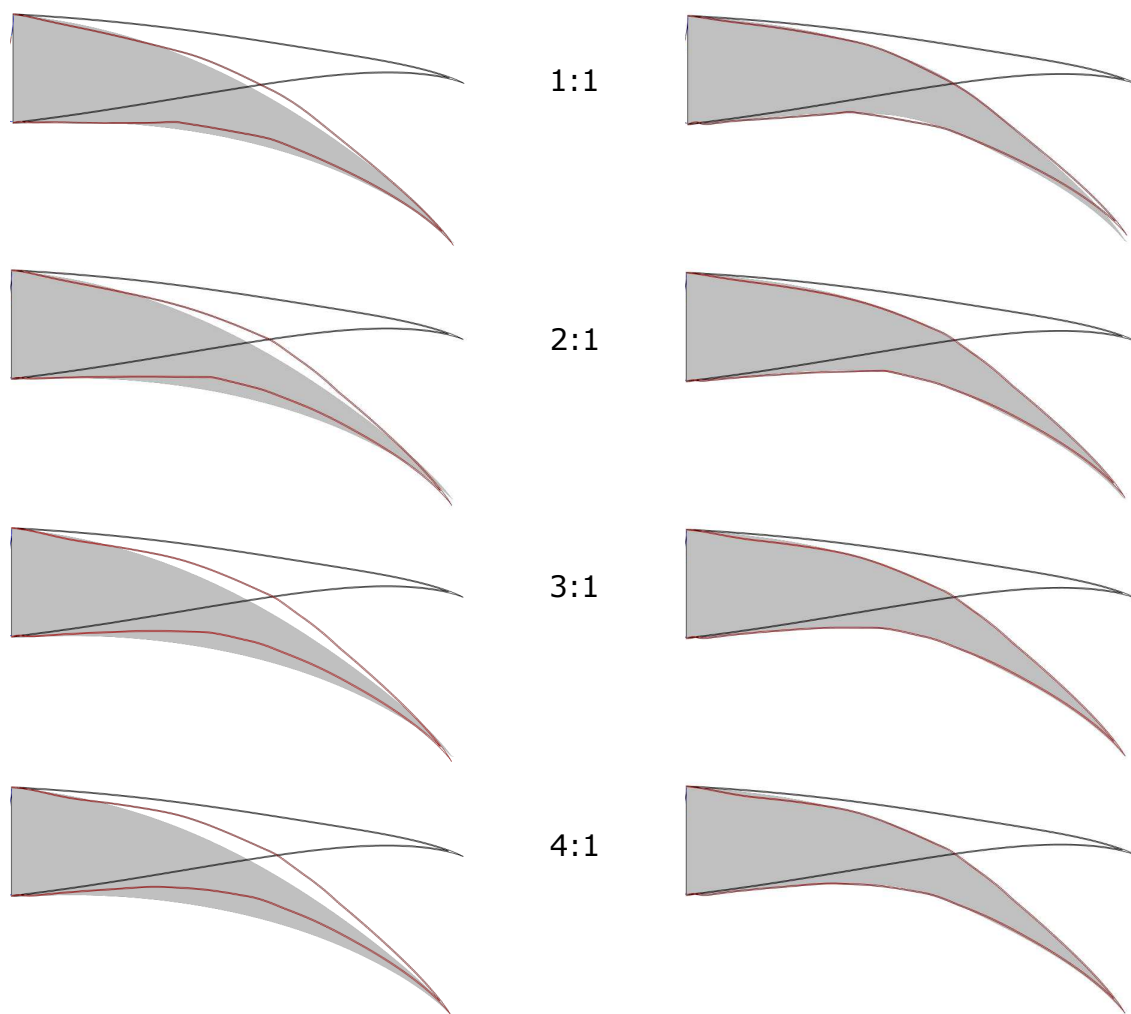
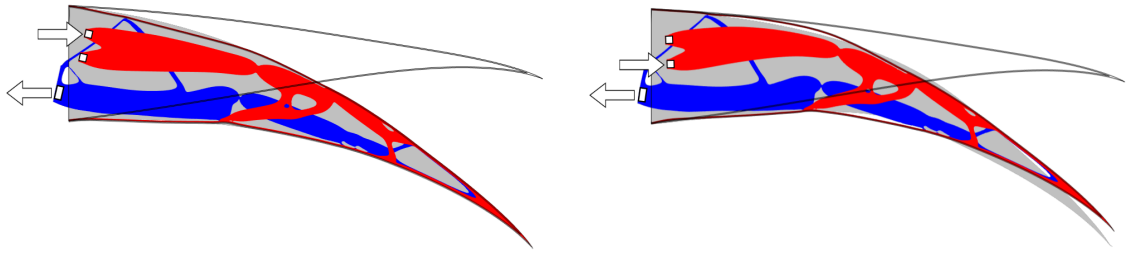


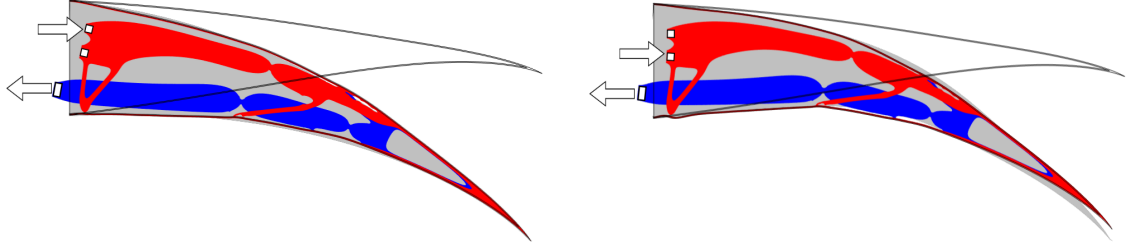
Fig. 3.24: Deformed shapes for Pareto solutions: (left) L/D^{\max} maximized design and (right) C_L^{\max} maximized design.

フラップはほぼ一様に曲げ変形している。一方で、点Bに荷重が入力されると、弾性ヒンジにおける回転が大きく、 C_L^{\max} 最大化形状の様に、中腹部で局所的に大きい曲げ変形が生じている。また、図3.25(a)と(b), (c)の赤色層1の構造形態は、主要な構造部材と翼表皮下面が接続を持っており、この連結により、青色層2の構造形態の変形を層1へと伝達することで、 L/D^{\max} 設計条件の目標形状に追従するのに適した均一な曲げを実現している。一方で、(d)と(e)の設計解にはそのような連結部材が見られず、そのため、 C_L^{\max} 設計は目標形状に適した局所的な曲げ変形を実現している。

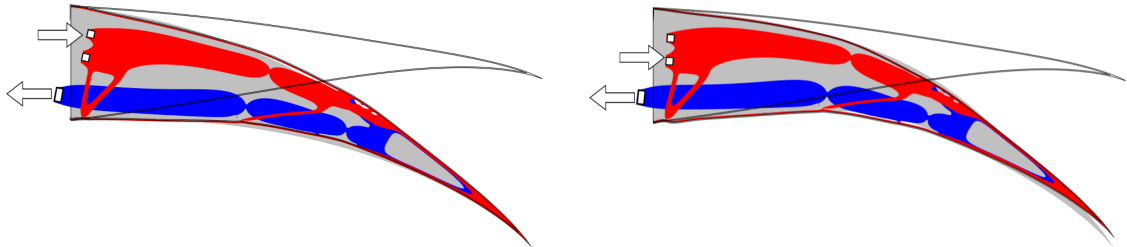
最後に、図3.25に示すパレート解の構造形態では、(a)と(e)の設計解は(c)と大きく異なっている。これらは、荷重条件が異なっても、すなわち、左右で変形状がほとんど同じである。設計解(a)は、層1が翼表皮の下面と2点で接続し、層2は設計領域左側で翼表皮上面と接続を有して、この特徴構造が、 L/D^{\max} 設計条件では都合がよいと考えられる。一方、(e)の設計解は、層1と2の弾性ヒンジ部分を利用して、 C_L^{\max} 設計の局所的な曲げ変形を達成していると考えられる。



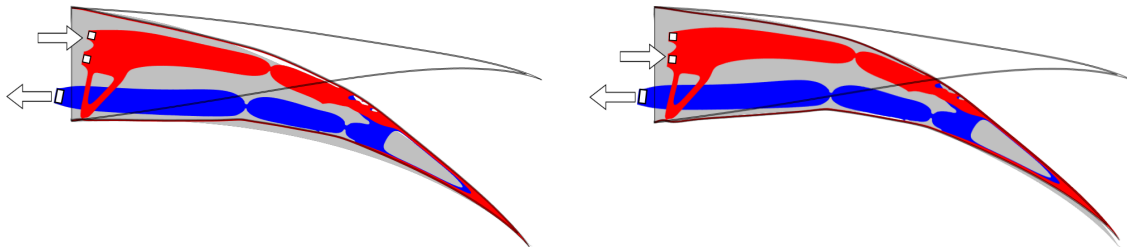
(a) $f_1^A : f_2^A = 1 : 5$



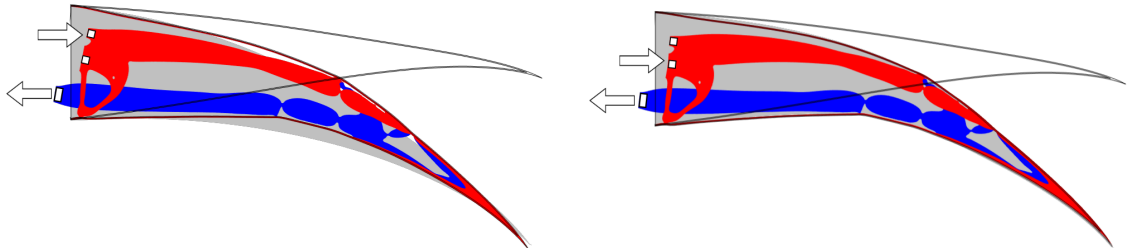
(b) $f_1^A : f_2^A = 1 : 3$



(c) $f_1^A : f_2^A = 1 : 2$

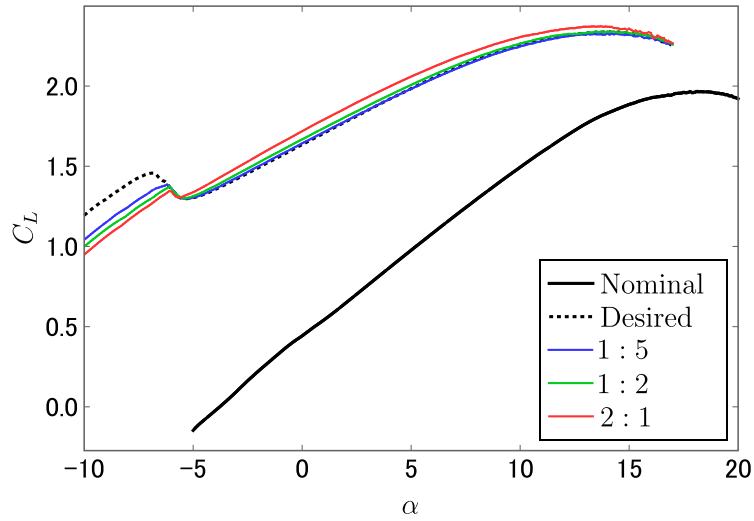


(d) $f_1^A : f_2^A = 1 : 1$

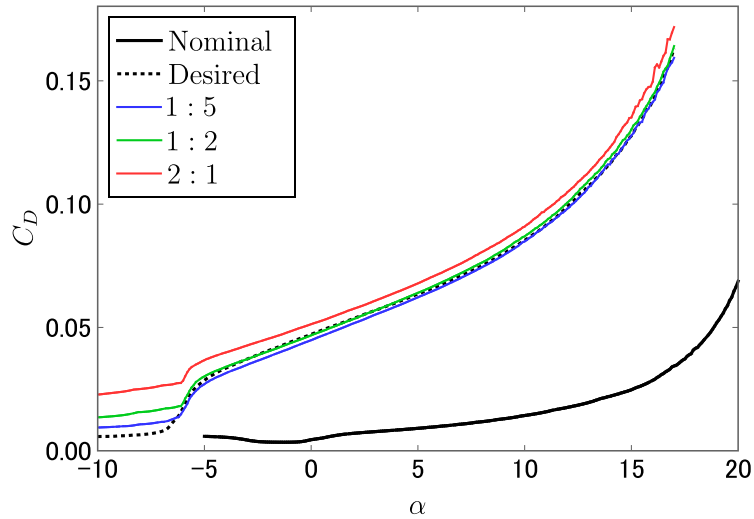


(e) $f_1^A : f_2^A = 2 : 1$

Fig. 3.25: Deformed shapes for Pareto solutions: (left) L/D^{\max} maximized design and (right) C_L^{\max} maximized design.



(a) C_L vs α



(b) C_D vs α

Fig. 3.26: Aerodynamic performance for ideal morphing shape for L/D^{\max} maximized design and deformed shapes for Pareto optimal solutions.

3.6.3 パレート最適解の空力性能

複数のパレート解の変形形状の空力性能を評価することで、目的関数である RMS 誤差の妥当性、すなわち、幾何形状の誤差がどれだけ空力性能の誤差を反映できているかについて調べる。空力解析には 2 次元パネル法に基づく Xfoil [46] を用い、レイノルズ数は単位翼弦長あたり 3.79×10^6 とし、非圧縮粘性流を仮定する。迎え角は、流れの方向とキャンバーラインとのなす角として定義する。このことは、ノミナル状態の迎え角が、 L/D^{\max} 目標形状と 8.0° 異なり、また、 C_L^{\max} 目標形状とは 7.9° 異なることを意味している。なお、二つの目標形状で 0.1° の差があるが、これは無視できるものとする。パレート解の迎え角は、目標形状に対して迎え角が約 1° の差がある。

Table 3.3: Aerodynamic performances of L/D^{\max} maximized designs.

(a) Maximum value in terms of angle of attack.

	L/D^{\max}	C_L	C_D	$\alpha(\text{deg})$
Nominal wing	111	1.22	0.0110	7.3
Ideal shapes	218	1.33	0.00611	-8.7
$f_1^A : f_2^A = 1 : 5$	119	1.20	0.0101	-8.8
$f_1^A : f_2^A = 1 : 2$	77.9	1.14	0.0146	-8.7
$f_1^A : f_2^A = 2 : 1$	48.9	1.35	0.0275	-6.1

(b) $\alpha = 0$ degree

	L/D	C_L	C_D
Nominal wing	98.6	0.443	0.00449
Ideal shapes	34.7	1.635	0.0472
$f_1^A : f_2^A = 1 : 5$	36.6	1.643	0.0448
$f_1^A : f_2^A = 1 : 2$	35.6	1.668	0.0468
$f_1^A : f_2^A = 2 : 1$	33.5	1.719	0.0513

Table 3.4: Value of C_L^{\max} for C_L^{\max} maximized designs.

Airfoil	C_L^{\max}	α (deg)
Nominal wing	1.97	18.1
Ideal shape	2.38	13.9
$f_1^A : f_2^A = 1 : 5$	2.33	14.3
$f_1^A : f_2^A = 1 : 2$	2.35	13.4
$f_1^A : f_2^A = 2 : 1$	2.37	13.8

3つのパレート解 ($f_1^A : f_2^A = 1 : 5$ と $1 : 2$, $2 : 1$) に対して空力性能を評価する. 3つのパレート解が L/D^{\max} 設計条件に対応する変形をした時の $C_L - \alpha$ と $C_D - \alpha$ 曲線とを示す. ここでは, 変形していないノミナル翼型, 目標形状の結果を比較のために示す. 希求水準比が $f_1^A : f_2^A = 1 : 5$ であるときのパレート解の変形形状は, 他2つの設計解よりも目標形状の空力性能曲線に近いことがわかる. ただし, L/D が最大値をとる迎角付近では, その差は大きくなっている. L/D の差が最大値でかなり大きいのは, C_D の差がかなり大きいからである. そこでは, 空力解析に問題があったと考えられる. そこで, 表3.3では, L/D が最大値となる迎え角と 0° との空力性能を比較する. 迎角が 0° のとき, L/D の差は非常に小さい. したがって, 構造変形のみを考慮したパレート解は, 誤差量を最小化することで, 目標形状の空力性能に近い性能を有するといえる.

次に, C_L^{\max} 設計条件におけるパレート解の変形形状の $C_L - \alpha$ 曲線を図3.27に示す. また, 各設計解の C_L^{\max} の値を表3.4で比較する. パレート解の変形形状と目標形状との C_L^{\max} の差は十分に小さいといえる.

最後に, パレート解の変形形状と目標形状の圧力曲線を図3.28に示す. 縦軸が圧力係数, 横軸はコードライン上における座標をコード長さ c で割ることで正規化している. これまで

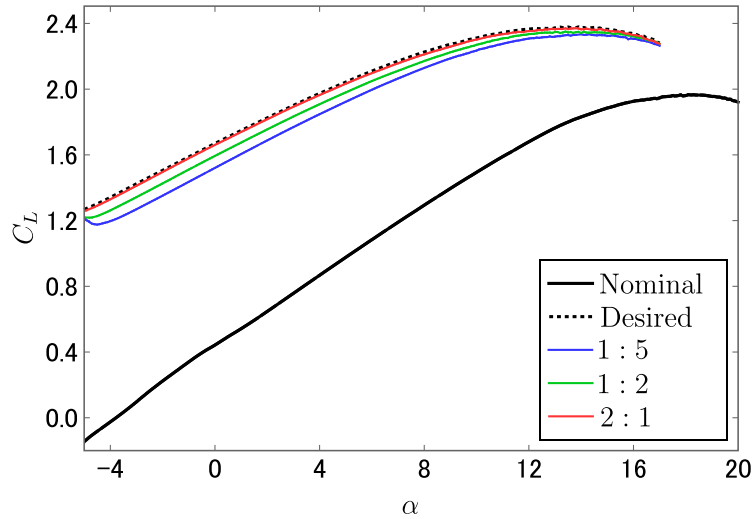


Fig. 3.27: C_L vs α for the ideal morphing shape of the C_L^{\max} maximized design and deformed shapes for Pareto optimal solutions.

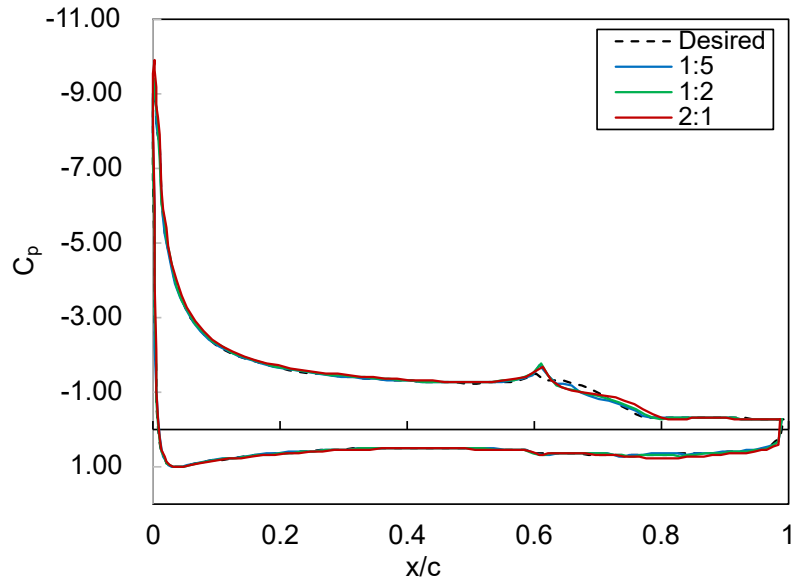
に述べたように、目標形状に対してパレート最適解の変形形状の空力性能は十分に近い値を取っており、圧力分布図 3.28 も同様に十分に差が小さいといえる。モーフィングフラップとして動作するのがコード長 60 % 以降であるため、主に横軸が 0.6 以上の領域で、設計条件によって圧力分布の傾向が異なる。

以上から、パレート解の変形形状は、RMS 誤差を最小化することで、目標形状と近い空力性能を持っている。そのため、RMS 誤差を目的関数とする最適設計が妥当であるといえる。

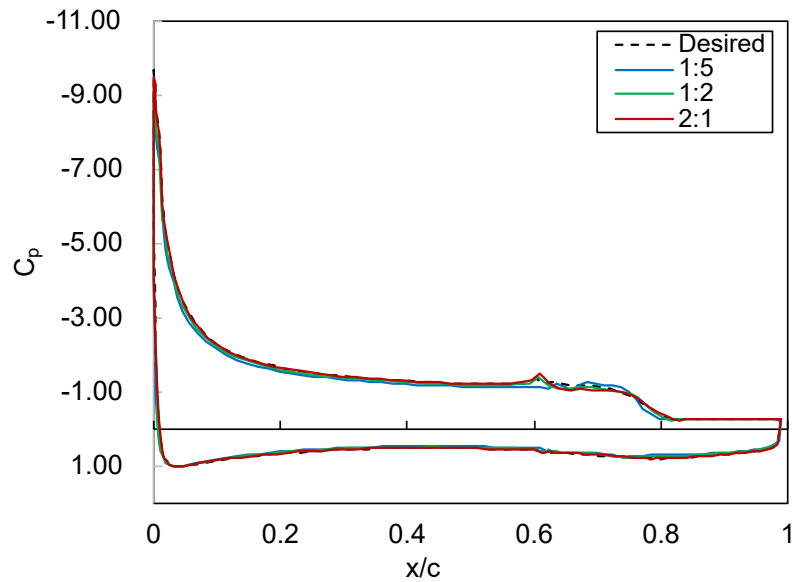
3.7 まとめ

本章では、同一構造でありながら複数の異なる目標形状へと達成するモーフィングフラップを得るため、多入力多出力系を考慮した多目的トポロジー最適設計を構築した。数値計算例を通して、本研究で提案する方法の妥当性を検証した。結果を以下に示す。

1. 変形可能な形状の自由度を向上させるために、複数の異なる構造形態が異なる荷重入力を負荷されて協働する多層構造を提案し、計算効率をよくするため、連成解析を用いることで 2 次元によりモデル化する手法を提案した。
2. 効率よくトレードオフ関係の中からパレート最適解を探索するため、多目的最適設計問題の定式化においては満足化トレードオフ法を採用した。
3. 最適設計問題の定式化では、目標形状へと達成するために RMS 誤差を最小化すべき目的関数と設定した。満足化トレードオフ法に基づき、同一構造が荷重入力の切り替えにより異なる 2 つの目標形状へと達成するための多目的最適設計問題を定式化した。
4. 数値計算例を通して、本章の提案手法の検証を行った。まず、単一の目標形状へと達



(a) L/D^{\max} maximized design



(b) C_L^{\max} maximized design

Fig. 3.28: Pressure distribution with respect to the deformed shape of the Pareto solution and the target shape when the angle of attack is 5 degrees.

成する多層構造モーフィングフラップの最適構造を求め、多層構造化により異なるリブ層が協働する効果と2次元モデル化の妥当性を確認した。それから、2つの異なる目標形状へと達成することを考えた多目的最適設計問題では、複数求めたパレート最適解の中から、荷重条件を切り替えることで同一構造でありながら異なる2つの目標形状を達成する最適解候補を明らかにした。さらに、パレート最適解を比較することで最適解の構造形態に表れるトレードオフ関係について議論し、最後に、空力性能を評価することでRMS誤差による最適設計の妥当性を確認した。

第4章

有限変形を考慮したトポロジー最適設計

4.1 はじめに

本章では、コンプライアントモーフィング翼型の有限変形を考慮できるトポロジー最適設計を提案する。前章では、設計問題を簡単にするため、微小変形理論に基づき変形は線形であるものと仮定した。一方、想定する変形は舵角 20 度を有する目標形状であり、変形挙動をより正確に計算するためには、有限変形理論に基づき変形の変形挙動を考慮する必要がある。一般的に、コンプライアント機構のトポロジー最適設計に関する研究の多くは微小変形に基づいているが、これは代表的な設計例である変位インバーターや変位拡大機構などが、特定の方向へ変位を出力するという定性的な動作要件を満たせばいいからといえる。一方、モーフィングフラップは、その外形形状が空力性能に關与するため、正確に変形挙動を再現することがより重要となる。

コンプライアント機構のトポロジー最適設計において、本研究で焦点を当てている有限変形による幾何学非線形性と一点ヒンジ接続 [45] とが、二つの主な問題とされている [47]。しかしながら、これまでに数多くのコンプライアント機構のトポロジー最適設計が行われてきたが、有限変形を考慮した取り組みは極めて少なく、文献 [48–50] がある。このうち Pedersen ら [48] が述べているように、その理由は、有限変形を計算する際に数値不安定性が発生することである。大半のトポロジー最適設計法では、有限要素解析において疑似的に空洞領域を表現するために、微小なヤング率を持つ材料を用いている。こうした人工的な弱い材料が、非線形構造解析における繰り返し計算過程で過度に大きく変形すると、接線剛性が特異となって構造解析が失敗する。有限変形を考慮したコンプライアントモーフィングフラップのトポロジー最適設計を実行するためには、こうした数値不安定性を回避できるトポロジー最適設計が必要となる。

こうした数値不安定問題の解決に取り組んだ研究に文献 [51–53] があり、大まかに文献 [54] でまとめられている。Buhl ら [51] は、弱い材料が占める空洞領域の構造節点を収束基準から外すことで、数値不安定性を解消し、また、Wang ら [53] は、空洞領域を線形弾性体で

モデル化するための補間方法を提案した。これらは、いずれも、空洞領域の微小な材料は構造的に重要ではないため、その領域で反復計算が収束しなくても無視するという考え方に基づいている。他方、Bendsøeら [55] の分類によれば、もう一つの方法として空洞領域を除去する対策が考えられている。真鍋ら [52] は有限要素法を粒子法により代替することで、有限要素法においては節点要素間の接続があるために煩雑な手続きがとなる空洞領域除去を実現した。一方で、粒子法を用いることで有限要素法と比べて計算コストが膨大なものになってしまう欠点がある。そこで、本研究では、変形挙動をより正確に再現するために、有限変形解析の導入に加え、そこでの数値不安定性と人工的な弱材料による影響を同時に解消できる有限要素法に基づく構造表現手法の構築をめざす。

本研究では、レベルセット法の明瞭な境界を表現できるという利点を活かし、人工的な弱い材料を用いずに厳密に構造・空洞の二相を表現する手法と、有限要素解析とを統合したトポロジー最適設計法を提案する。ここでは、最適化計算過程で変化するレベルセット関数による構造表現に応じて、メッシュアダプテーション法 [56,57] を用いることで設計領域を材料領域と空洞領域に分割する。構造モデル化に関して類似の方法は文献 [58,59] で提案されているが、著者の知る限り、有限変形を考慮するコンプライアント機構の設計問題へは適用されていない。この手法では、分割された設計領域の中から、材料領域のみに属する有限要素を取り出し、有限変形解析による構造変形評価に用いる。このとき、レベルセット関数は、設計領域全域を占めるベース有限要素上で更新されるため、従来と同様に、構造形態の変化は設計領域の全域で許容される。なお、人工的な弱い材料を取り除く厳密な構造表現である本手法では、コンプライアント機構設計問題でよく知られる一点接続ヒンジが生じると、構造形態の分断を招く。そのため、一点ヒンジの発生を抑制するための定式化 [58] を行い、モーフィングフラップの設計問題へと適用する。

4.2 有限変形解析

4.2.1 つり合い式

図 4.1 に示すように、連続体の有限変形を伴った変形前から変形後の状態への変換 ψ を考える。ここで、 Ω と Γ は物体領域と構造物の境界を表し、 Γ_D , Γ_N はそれぞれ、ディリクレ境界条件、ノイマン境界条件を表している。 \mathbf{T} はノイマン境界条件に作用する表面力である。なお、図中、便宜のため上付添え字 0 は変形前の状態を表している。変形前の物体領域 Ω^0 を基準配置とした位置ベクトル \mathbf{X} が、変形後の領域 Ω に対する位置ベクトル \mathbf{x} へと、運動 $\mathbf{x} = \psi(\mathbf{X})$ によって移動されるとき、次式に示すような基準配置からの変位 $\mathbf{u}(\mathbf{X})$ が生じる。

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}) \equiv \psi(\mathbf{X}) - \mathbf{X} = \mathbf{x} - \mathbf{X} \quad (4.1)$$

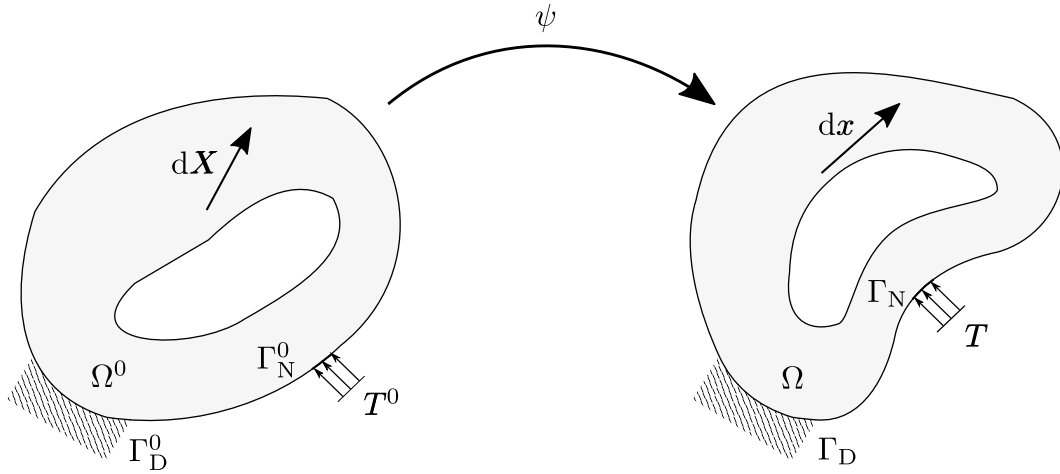


Fig. 4.1: Finite deformation of a continuum body.

このとき、変形勾配 \mathbf{F} は次式のように定義される。

$$\mathbf{F} \equiv \nabla_{\mathbf{X}}\psi(\mathbf{X}) = \nabla_{\mathbf{X}}\mathbf{u}(\mathbf{X}) + \mathbf{I} \quad (4.2)$$

ここで \mathbf{I} は 2 次の単位テンソルである。仮想仕事の原理によれば、支配方程式は次の非線形方程式で表せる。

$$\mathcal{F}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\eta}) = \int_{\Omega} \left(\mathbf{P} : \frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial \mathbf{X}} + k_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\eta} \right) d\Omega - \int_{\Gamma_N} \bar{\mathbf{t}} \cdot \boldsymbol{\eta} d\Gamma + \int_{\Gamma_R} k \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\eta} d\Gamma = 0 \quad (4.3)$$

ここで、 $\boldsymbol{\eta}$ は仮想変位を表し、第 2 項は 4.3.1 節で後述する小さなバネ定数 k_{Ω} による弾性支持を表す。境界 Γ_N に表面力 $\bar{\mathbf{t}}$ を負荷し、 Γ_R はバネ定数 k により弾性支持された境界である。本研究では、 $\bar{\mathbf{t}}$ を変形中に方向が変化しない荷重と仮定する。このとき、第 1、第 2 ピオラ・キルヒホッフ応力テンソルは以下のように表すことができる。

$$\mathbf{P}(\mathbf{X}) = \mathbf{F}\mathbf{S} \quad \text{and} \quad \mathbf{S} = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} \quad (4.4)$$

ここで、弾性ポテンシャル Ψ は材料の構成則によって定められ、本研究では 4.2.3 節で後述する等方性の圧縮性ネオフック体構成則 [60] を用いる。

4.2.2 つり合い式の線形化

本研究では、この非線形支配方程式を最急降下法による反復過程を用いて解く。 $(m+1)$ 回目の変位 \mathbf{u}^{m+1} は、既知の m 回目の変位 \mathbf{u}^m と変位増分 $\Delta \mathbf{u}$ として以下のように定義される。

$$\mathbf{u}^{m+1} = \mathbf{u}^m + \Delta \mathbf{u} \quad (4.5)$$

変位増分 $\Delta \mathbf{u}$ は、一般的な線形化手順 [60] に従う次式の線形化支配方程式の解として表される。

$$\mathcal{F}(\mathbf{u}^m, \boldsymbol{\eta}) + D\mathcal{F}(\mathbf{u}^m, \boldsymbol{\eta})[\Delta \mathbf{u}] = 0 \quad (4.6)$$

ここで、 $DF(\mathbf{u}^m, \boldsymbol{\eta})[\Delta \mathbf{u}]$ はつり合い式 (4.3) の $\Delta \mathbf{u}$ 方向の微分を表し、次式で表される。

$$DF(\mathbf{u}^m, \boldsymbol{\eta})[\Delta \mathbf{u}] = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial \mathbf{X}} : \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{F}} : \frac{\partial (\Delta \mathbf{u})}{\partial \mathbf{X}} + k_{\Omega} \Delta \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\eta} \right) d\Omega + \int_{\Gamma_R} k \Delta \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\eta} d\Gamma \quad (4.7)$$

4.2.3 構成則

本研究では、主に幾何学非線形性を考慮するために、等方性の圧縮性ネオフック体 [60] を構成則に採用する。このモデルは、線形弾性モデルと同様に、ヤング率とポアソン比という2つの材料特性パラメータのみを反映した単純なモデルとして知られている。有限変形を考慮したトポロジー最適化に関する研究はいくつか報告されており [61, 62]、このうち、西野ら [62] は幾何学非線形性を考慮するために本研究と同様に等方性圧縮性ネオフック体を用いている。等方性の圧縮性ネオフック体の構成則は、次式の弾性ポテンシャル Ψ により定義される。

$$\Psi = \frac{\mu}{2}(I_C - 3) - \mu \ln(J) + \frac{\lambda}{2}(\ln(J))^2 \quad (4.8)$$

ここで、 I_C および J は

$$I_C = \text{tr} \mathbf{C} \quad (4.9)$$

$$J = \det \mathbf{F} \quad (4.10)$$

であり、 $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ は右 Cauchy-Green 変形テンソルである。 μ と λ は Lamé の定数であり次式で定義される。

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.11)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (4.12)$$

ここで、 E と ν はヤング率とポアソン比をそれぞれ表す。式 (4.4) に従うと、第2のピオラキルヒホッフ応力テンソル \mathbf{S} は次のように求められる。

$$\mathbf{S} = \mu \mathbf{I} + (\lambda \ln(J) - \mu) \mathbf{C}^{-1} \quad (4.13)$$

圧縮性ネオフック体の相当応力-ひずみ曲線を図 4.2 に示す。ここで、相当応力はミーゼス応力、相当ひずみは次式で定義される。

$$\epsilon^* = \sqrt{\frac{2}{9} \{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2\}} \quad (4.14)$$

ここで、 ϵ_i は次式に示す Hencky ひずみの主ひずみである。

$$\epsilon = \frac{1}{2} \ln[\mathbf{F}^T \mathbf{F}] \quad (4.15)$$

図 4.2 は、応力ひずみ関係が非線形であることを示しているが、ひずみが小さい領域ではほぼ線形である。この圧縮性ネオフック体は、非常に大きなひずみでのゴム材料の挙動を表現できないことがよく知られている [63]。したがって、本研究では、主に幾何学的非線形性を考慮するためにこの構成則を用いる。

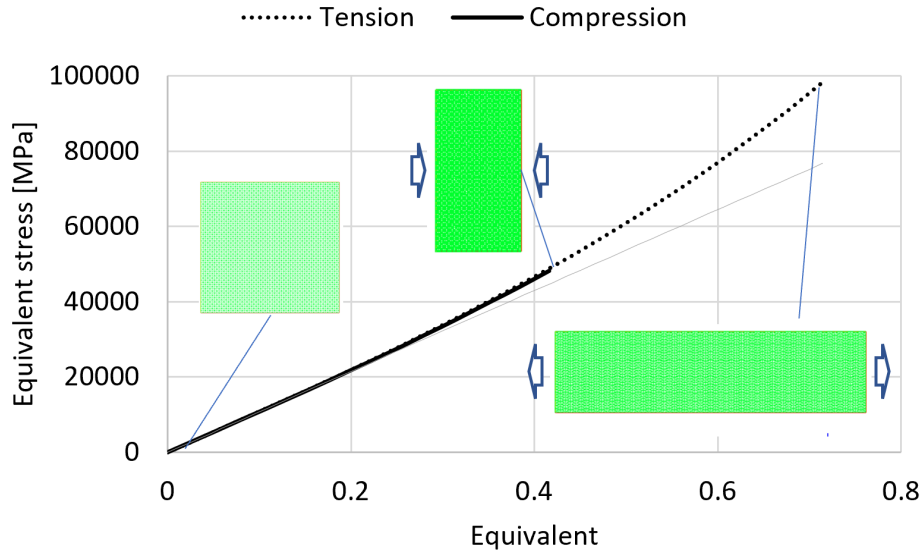


Fig. 4.2: Equivalent stress-strain curve of the compressible neo-Hookean material: Deformation state of a flat plate subjected to compressive and tensile loads, respectively; The material is an aluminum alloy with Young's modulus of $E = 70$ GPa and Poisson's ratio of $\nu = 0.35$.

4.3 レベルセット関数に応じた厳密な構造表現

4.3.1 メッシュアダプテーション法を用いた空洞領域を取り除く構造表現

有限要素解析を用いるトポロジー最適化の多くは、設計領域に対して固定されたベースメッシュをあらかじめ生成し、最適化計算過程における構造の変化は代用材料 (Ersatz material) [34] により表現している。そこでは、空洞領域を微小なヤング率を持つ材料で埋め尽くすことで表現され、構造の境界近傍は材料物性が急峻に変化するものとして近似的に表現される。このような人工的な弱い材料が過度に大きな変形を起こすと、接線剛性行列が特異となり、構造解析は収束せずに失敗する。また、一般的なコンプライアント機構の設計では、出力点の特定方向への変位を最大化するといった、定性的な動作要求が考慮されるが、本研究のように、目標形状達成を誤差で定量的に評価する設計課題では、このような弱い材料が、変形形状に無視できない影響を与えうる。

このような人工的な弱材料を使用せずに有限要素解析を行うために、メッシュアダプテーション法 [56,57] に基づき、最適化過程で更新されるレベルセット関数等位面に応じて厳密に構造境界を表現し、かつ、空洞領域は本当に構造が存在しないという、レベルセット関数の定義に厳密に従った構造表現を考える。この手法は、Liら [64] が流体と構造との連成解析のために、その界面を厳密に表現するために用いている。本研究では、この方法を応用することで、構造・空洞の完全な二相表現を行う。

最適化の計算過程で、ゼロレベルセット等位面 $\phi(\mathbf{X}) = 0$ に従い、材料メッシュ T_Ω を生

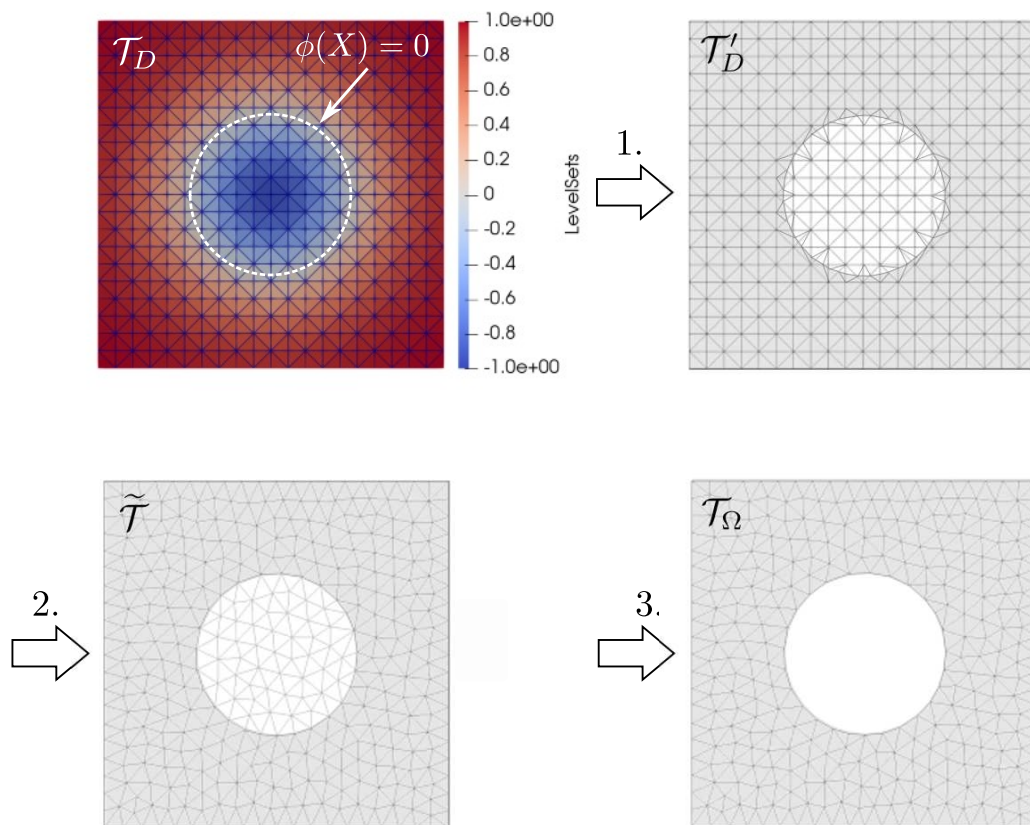


Fig. 4.3: Illustration of finite element mesh construction only for the material domain: 1. Distinguish between the material and void domains according to $\phi(\mathbf{X}) = 0$; 2. Generate FEM mesh for each domain; and 3. Leave the FEM mesh in material domain.

成し，ベースメッシュ \mathcal{T}_D 上で更新する．このモデル化手法の手順の概要を図 4.3 に示し，要約を以下に示す．

1. 固定設計領域 D を分割するベースメッシュ \mathcal{T}_D を設定する．
2. $\phi(\mathbf{X})$ を更新した後に，ゼロレベルセット等位面 $\phi(\mathbf{X}) = 0$ に従って物体領域と駆動領域とを区別する ($\mathcal{T}_D \rightarrow \mathcal{T}'_D$)．
3. それぞれの領域のメッシュを生成する ($\mathcal{T}'_D \rightarrow \tilde{\mathcal{T}}$)．
4. $\tilde{\mathcal{T}}$ から物体メッシュ \mathcal{T}_Ω のみを取り出す．

手順の 1 と 2 を実行する数値実装には，オープンソースライブラリ Mmg [57] を用いている．このライブラリは， \mathcal{T}_D 上のレベルセット関数の節点値に基づいて，以下の手順でメッシュ適応を行う．

- i. ゼロレベルセット等位面と交差するメッシュ要素を区別する．
- ii. ゼロレベルセット等位面と要素境界の交点に新しい点を追加し要素を分割する．
- iii. メッシュアダプテーションアルゴリズムを使用して高品質のメッシュを生成する．

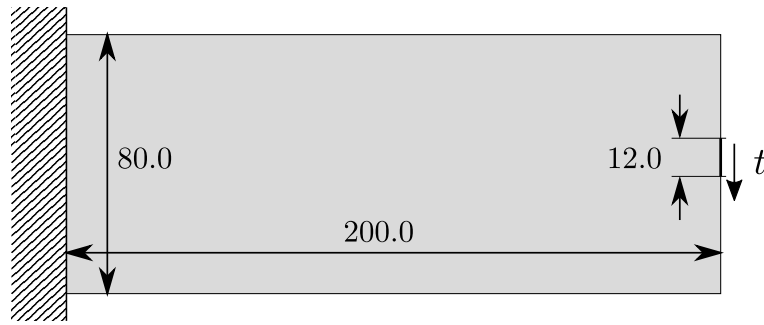


Fig. 4.4: Bending analysis of a cantilever beam.

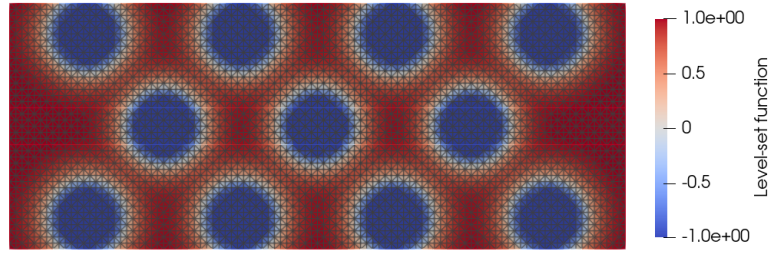
レベルセット関数による構造表現における移動界面によって生じる要素の交差問題はこれらの手順によって解決される．本手法のさらなる詳細については文献 [57] を参照されたい．

周囲の構造部材と接続をもたない孤立した部分構造は，一般的にトポロジー最適化の過程で観察され，これに起因して構造解析失敗が生じる可能性がある．例えば，何も支持をもたない構造に荷重がかかると，解析は失敗し構造探索が実行できない．そこで，本研究では，孤立した部分構造を持った場合でも有限要素解析実行可能とするために，微小なバネ定数 k_{Ω} を持つ人工バネ部材を材料領域 Ω に配置する．これにより，周囲と連続をもたない孤立した部分構造が弾性支持を得て，荷重が負荷された場合でも解析が実行可能となる．なお，周囲と接続をもたない孤立した構造は，ほとんどの場合は最適計算過程で消失する．変形しない場合には体積制約のみを考慮した探索感度をもつからである．なお，この研究では構造部材間で発生しうる接触は無視している．

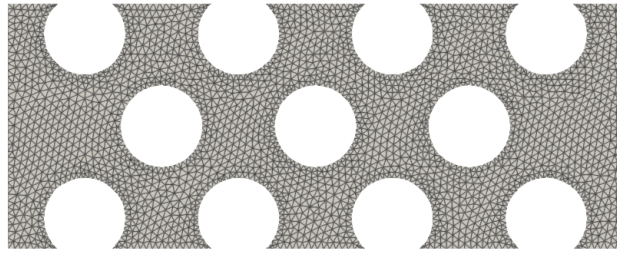
4.3.2 提案構造表現手法の効果の確認

本節では，簡単な数値計算例を通して，本研究で用いる厳密な構造表現の効果について調べる．図 4.4 に示すような，高さが 80.0 mm で横幅が 200.0 mm の片持ち梁を考え，左端境界が固定され，右端中央で幅が 12.0 mm である境界に鉛直下向きに表面力 t N/mm の負荷を受けている．材料定数はヤング率を 1.0 GPa，ポアソン比を 0.4 とし，いま，レベルセット関数によって，この片持ち梁に複数の孔が発生したとすると，従来の Ersatz material による近似構造表現と本研究で提案する厳密な構造表現を，図 4.5(a) と (b) に示す．図 4.5(a) では，レベルセット関数に応じて，赤色領域では母材料に対して比率 1.0 の，青色領域では比率 1.0×10^{-6} のヤング率により，構造と空洞を表現している．一方，(b) の厳密な構造表現では，ゼロレベルセット等位面により構造境界が表現されることで，完全な構造・空洞の二相表現となっている．これら二つの構造表現方法に対して，4.2 節で述べた有限変形解析に基づき変形解析を行う．

鉛直下向き表面力 t を最大 25.0 N/mm とし，5 分割して負荷させるときの荷重・変位図を図 4.6 に，各構造表現方法における解析可能であった最大変位を示す変形形状を図 4.7 にそれぞれ示す．なお，荷重・変位図 4.6 において，変位は片持ち梁の右端境界の中央点の



(a) Conventional method (Ersatz material)



(b) Proposed method

Fig. 4.5: Conventional and proposed structural representation according to level-set function.

鉛直下向きの値とする．結果から，Ersatz material を用いた近似構造モデルは，表面力 t が 15.0 N/mm までしか変形解析ができなかったのに対し，提案する厳密な構造モデルは，想定した最高荷重 $t = 25.0 \text{ N/mm}$ までの変形解析が可能であった．図 4.7 に示す変形図では，ふたつの構造表現による変形挙動はよく似通っている．しかし，(a) では左下の青色領域の微小なヤング率を持つ材料が，圧縮を受けてメッシュ反転を起こしている．結果としてさらに大きな荷重負荷 ($t = 20.0 \text{ N/mm}$) を受けたときに解析が失敗している．また， $t = 15.0 \text{ N/mm}$ における変位の誤差は，近似構造モデルでは -56.4 mm ，厳密構造モデルでは -54.6 mm となっており，相対誤差は 2.93% である．近似構造表現では厳密な表現に対して下向き変位が大きくなっている．これは，構造境界が厳密に表現される提案手法に対し，近似表現ではゼロレベルセット等位面付近において，ヤング率が滑らかに変化するように表現されているからだと考えられる．

以上から，構造のない空洞領域を Ersatz material により近似的に表現するときの問題を再現し，近似を用いずに完全な構造・空洞の二相表現を行うことで，変形の増大に伴うメッシュ反転を回避し，有限変形解析失敗を防ぐことができることを確認した．上記はほんの一例にすぎず，メッシュ反転による解析失敗の発生しやすさは構造形態によって変化する．実際の最適化の計算過程では，より複雑な構造形態の出現が想定される．一方，本手法は，空洞領域を完全に除去することでそこに起因するメッシュ反転を回避することができ，抜

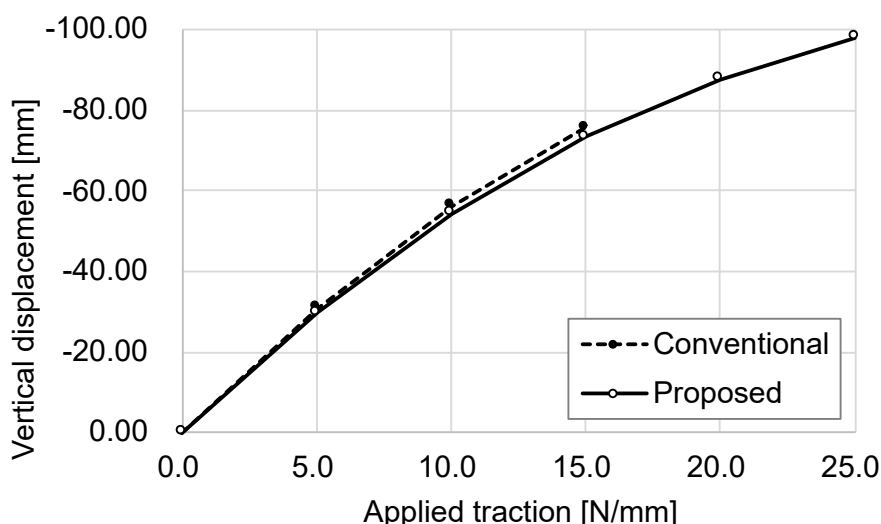


Fig. 4.6: Load-displacement diagram of the cantilever beam analyzed in two different structural representations.

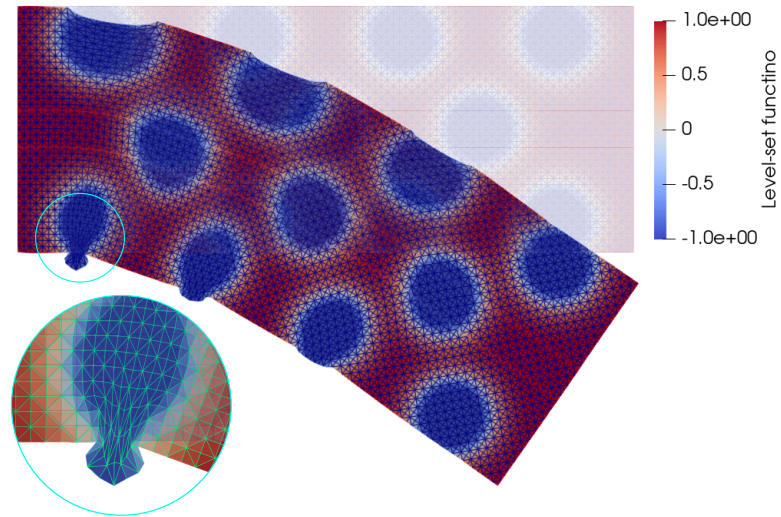
本的に数値不安定性を解消することができる。

4.4 最適設計問題

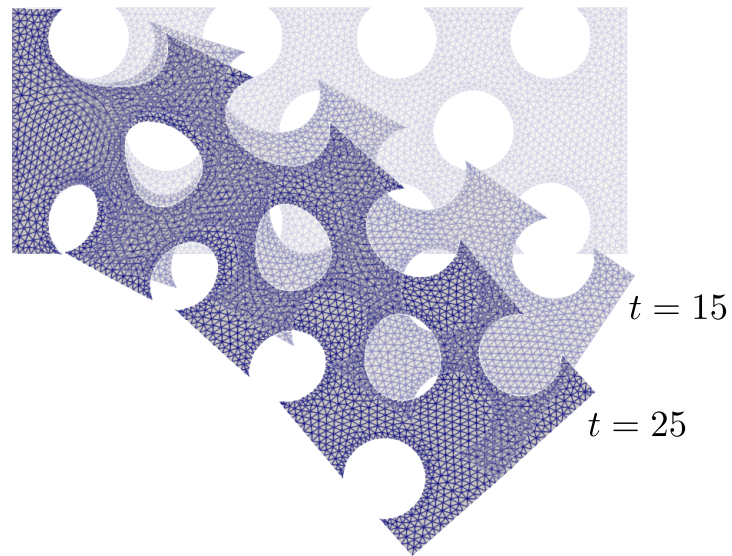
4.4.1 数値計算モデル

コンプライアントモーフィングフラップの設計領域と境界条件を図 4.8 に示す。母翼には NACA0012 翼型を用い、コード長さ 60 %以降の後縁部がモーフィング変形するものとする。翼表皮は、局所的な歪みを抑えるために 3 mm であるものとするが、それ以上の大きさであれば設計領域内で自由に厚みを増すような構造を許容する。また、最後縁部の剛性を確保するためにコード長さ 90 %以降を非設計領域とする。入力荷重はアクチュエータから設計領域内の矩形左端境界 Γ_{in} から作用されるものとする。 Γ_{out} は、変形形状を評価するために用いる翼表皮外形境界である。翼表皮の左端境界は、上側は変位が完全固定され、下側は翼型前方へ滑り入るものとし、 Y 方向の変位は固定で X 方向ではばね定数 k により弾性支持される。

モーフィング翼が連続的に曲がるためには、翼表皮の上面が伸びるか下面が縮む必要がある。本研究では、下面の縮みを前縁方向へ滑り入るように設定する。このとき、ばねによる弾性支持は、フラップが単に付け根である設計領域左端で折れ曲がることなく、連続的な曲げを補助する役割をもち、モーフィングフラップが動作するために必要な入力荷重の大きさや材料定数に応じて調整される設計パラメータである。



(a) Conventional method ($t = 15.0$ N/mm)



(b) Proposed method ($t = 25.0$ N/mm)

Fig. 4.7: The deformed shapes for two different structural representation.

4.4.2 最適設計問題の定式化

本章で扱うコンプライアントモーフィングフラップの最適化問題では、以下の3つの条件が必要となる。

1. 目標形状と変形形状の RMS 誤差を最小化する。
2. 入力荷重の負荷に耐えるためのエンドコンプライアンスを最小化する。

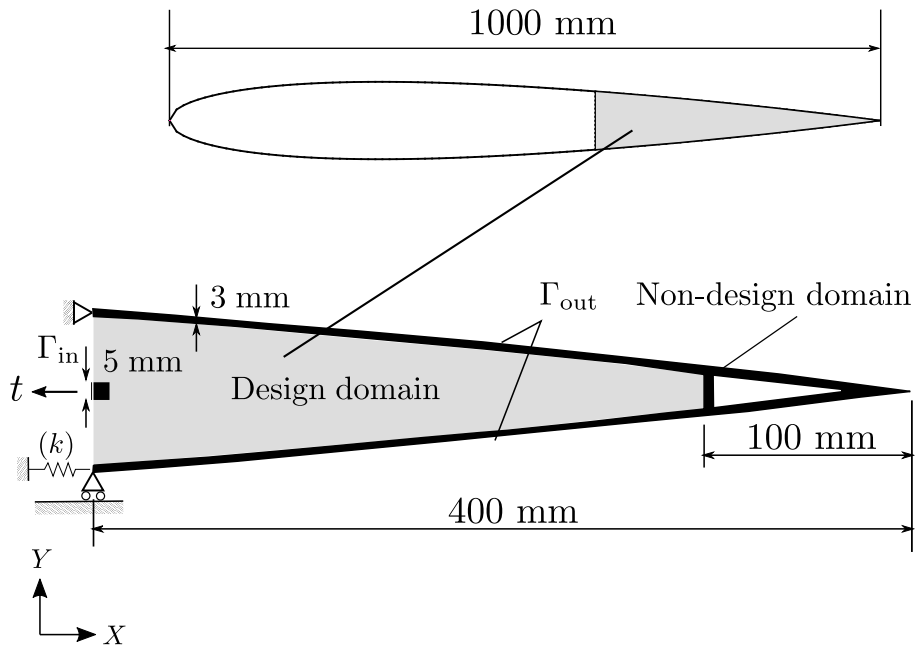


Fig. 4.8: Design domain and boundary conditions of the morphing flap for NACA0012 wing model.

3. 反力荷重の負荷に耐えるためのエンドコンプライアンスを最小化する.

これらの3つの条件は、図4.9に示す解析条件 Case 1と2, 3でそれぞれ評価する. 図4.9(a)の解析では, モーフィングフラップの動作荷重 \bar{t}_1 が作用するとき, モーフィングフラップが目標形状を達成するかを確認する. Case 2と3は, 入力位置から受ける荷重 \bar{t}_2 を出力部へと伝達する剛性と, 反対に出力位置から受ける荷重 \bar{t}_3 を入力部へと伝達するための剛性をそれぞれ評価するための解析条件である. これら2つの条件はモーフィングフラップの動作条件には関係ないが, 一点ヒンジを回避する役割を担っている. 柔軟性を担うヒンジ構造付近では, ひずみエネルギー密度が急激に変化するのに対し, コンプライアンス最小化, すなわち, 剛性最大化により得られた最適構造はひずみエネルギー密度は一様に近くなる. このため, ひずみエネルギー密度が急激に変化を抑制することで, ヒンジ構造の出現を回避することができる. また, k_{in} と k_{out} を導入することで, 荷重の負荷を受ける境界 (入力部, 出力部) が変位を抑えるために, 固定境界だけでなく, 他方の弾性支持と接続を有することで, 入力部と出力部との構造接続が確保できる. k_{in} と k_{out} は大きいほど入出力部の接続を促すための設計パラメータと解釈できる.

これら3つの条件を考慮すると, 最適設計問題は次式のように定義できる.

$$\inf_{\phi} \quad f = \left(\sum_{i=1}^3 w_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^3 w_i f_i \quad (4.16)$$

$$\text{subject to: } G = \frac{\int_{\Omega} d\Omega}{\int_D d\Omega} - V_{\max} \leq 0 \quad (4.17)$$

ここで, f と G はそれぞれ目的関数と制約関数であり, w_i は重み係数, V_{\max} は体積分率の

上限値である．全段落で述べた3つの条件に対応して， f_i ($i = 1, 2, 3$) は次のように定義される．

$$f_1 = \left(\frac{\int_{\Gamma_{\text{out}}} \|\mathbf{u}_1 - \mathbf{U}\|^2 d\Gamma}{\int_{\Gamma_{\text{out}}} \|\mathbf{U}\|^2 d\Gamma} \right)^{1/2} \quad (4.18)$$

$$f_2 = \frac{\int_{\Gamma_{\text{in}}} \bar{\mathbf{t}}_2 \cdot \mathbf{u}_2 d\Gamma}{\int_{\Gamma_{\text{in}}} \|\bar{\mathbf{t}}_2\| d\Gamma} \quad (4.19)$$

$$f_3 = \frac{\int_{\Gamma_{\text{out}}} \bar{\mathbf{t}}_3 \cdot \mathbf{u}_3 d\Gamma}{\int_{\Gamma_{\text{out}}} \|\bar{\mathbf{t}}_3\| d\Gamma} \quad (4.20)$$

ここで f_1 は正規化された RMS 誤差であり，変形していないノミナル状態では1，目標形状を完全に達成すると0の値をとる．また， f_2 と f_3 はそれぞれ第2条件と第3条件のエンドコンプライアンス， Γ_{in} は入力荷重が作用する境界， Γ_{out} は翼の外形であり出力変位を評価する境界である． \mathbf{U} は出力境界 Γ_{out} で定義される目標の変位分布であり，4.5節で述べる． \mathbf{u} と $\bar{\mathbf{t}}$ は変位と事前に設定する表面力ベクトルである． \mathbf{u}_i は図4.9における解析条件 i に対応する変位場である．なお，モーフィングフラップが作動する際に翼型表面に作用する空気力は考慮していない．

4.4.3 感度解析

最適な構造形態を探索するために，目的関数の感度を導出する．随伴変数法により，目的関数の感度は以下の様に与えられる．

$$f' = \left(\sum_{i=1}^3 w_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^3 w_i \frac{f'_i \int_D d\Omega}{\int_D \|f'_i\| d\Omega} \quad (4.21)$$

ここで，設計感度 f'_i と f_i ($i = 1, 2, 3$) は次式で得られる [34]．

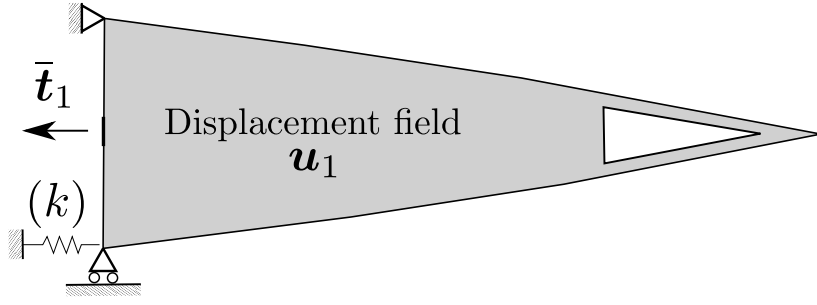
$$f'_i = \mathbf{P}_i : \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}_i}{\partial \mathbf{X}} \quad (4.22)$$

変位場 \mathbf{u}_i ($i = 1, 2, 3$) は次のつり合い式の解である．

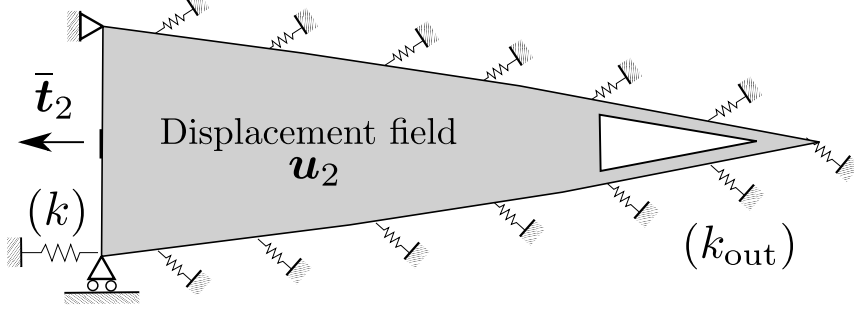
$$\int_{\Omega} \left(\mathbf{P}_1 : \frac{\partial \boldsymbol{\eta}_1}{\partial \mathbf{X}} + k_{\Omega} \mathbf{u}_1 \cdot \boldsymbol{\eta}_1 \right) d\Omega - \int_{\Gamma_{\text{in}}} \bar{\mathbf{t}}_1 \cdot \boldsymbol{\eta}_1 d\Gamma = 0 \quad (4.23)$$

$$\int_{\Omega} \left(\mathbf{P}_2 : \frac{\partial \boldsymbol{\eta}_2}{\partial \mathbf{X}} + k_{\Omega} \mathbf{u}_2 \cdot \boldsymbol{\eta}_2 \right) d\Omega - \int_{\Gamma_{\text{in}}} \bar{\mathbf{t}}_2 \cdot \boldsymbol{\eta}_2 d\Gamma + \int_{\Gamma_{\text{out}}} k_{\text{out}} \mathbf{u}_2 \cdot \boldsymbol{\eta}_2 d\Gamma = 0 \quad (4.24)$$

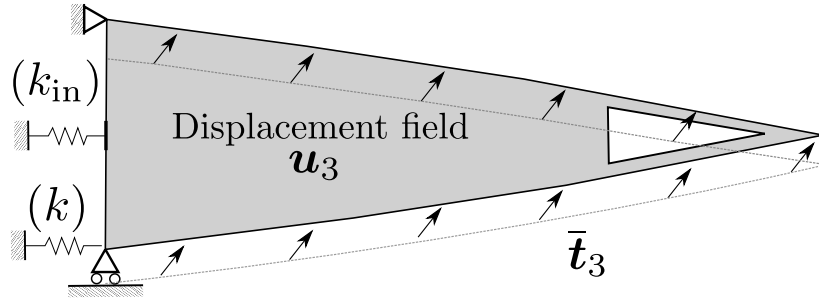
$$\int_{\Omega} \left(\mathbf{P}_3 : \frac{\partial \boldsymbol{\eta}_3}{\partial \mathbf{X}} + k_{\Omega} \mathbf{u}_3 \cdot \boldsymbol{\eta}_3 \right) d\Omega - \int_{\Gamma_{\text{out}}} \bar{\mathbf{t}}_3 \cdot \boldsymbol{\eta}_3 d\Gamma + \int_{\Gamma_{\text{in}}} k_{\text{in}} \mathbf{u}_3 \cdot \boldsymbol{\eta}_3 d\Gamma = 0 \quad (4.25)$$



(a) Case 1: Operating conditions of morphing airfoil.



(b) Case 2: Analytical conditions for the stiffness to transfer the applied force from the input point to the output point.



(c) Case 3: Analytical conditions for the stiffness to transfer the reaction force from the output point to the input point.

Fig. 4.9: Analysis conditions of the compliant morphing flap design.

ここで、 $\tilde{\mathbf{u}}_i$ ($i = 1, 2, 3$) は次式の随伴変位場を満たす随伴変位場である。

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial \eta_1}{\partial \mathbf{X}} : \frac{\partial \mathbf{P}_1}{\partial \mathbf{F}_1} : \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}_1}{\partial \mathbf{X}} + k_{\Omega} \tilde{\mathbf{u}}_1 \cdot \boldsymbol{\eta}_1 \right) d\Omega - \int_{\Gamma_{out}} \tilde{\mathbf{t}}_1 \cdot \boldsymbol{\eta}_1 d\Gamma = 0 \quad (4.26)$$

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial \eta_2}{\partial \mathbf{X}} : \frac{\partial \mathbf{P}_2}{\partial \mathbf{F}_2} : \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}_2}{\partial \mathbf{X}} + k_{\Omega} \tilde{\mathbf{u}}_2 \cdot \boldsymbol{\eta}_2 \right) d\Omega - \int_{\Gamma_{in}} \tilde{\mathbf{t}}_2 \cdot \boldsymbol{\eta}_2 d\Gamma + \int_{\Gamma_{out}} k_{out} \tilde{\mathbf{u}}_2 \cdot \boldsymbol{\eta}_2 d\Gamma = 0 \quad (4.27)$$

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial \eta_3}{\partial \mathbf{X}} : \frac{\partial \mathbf{P}_3}{\partial \mathbf{F}_3} : \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}_3}{\partial \mathbf{X}} + k_{\Omega} \tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \boldsymbol{\eta}_3 \right) d\Omega - \int_{\Gamma_{out}} \tilde{\mathbf{t}}_3 \cdot \boldsymbol{\eta}_3 d\Gamma + \int_{\Gamma_{in}} k_{in} \tilde{\mathbf{u}}_3 \cdot \boldsymbol{\eta}_3 d\Gamma = 0 \quad (4.28)$$

Algorithm 1 Level-set-based topology optimization considering geometric nonlinearity.

- 1: Initialize the base mesh \mathcal{T}_D and the level set function ϕ
 - 2: Mmg is performed to obtain $\tilde{\mathcal{T}}_0$ based on ϕ
 - 3: Extract only the material mesh $\mathcal{T}_{\Omega,0}$
 - 4: **for** $it = 0; it < Maxloop; it = it + 1$ **do**
 - 5: Solve the governing equations on $\mathcal{T}_{\Omega,it}$ using the Newton-Raphson method, cf. Eqs. (4.23) to (4.25)
 - 6: Compute the objective function, cf. Eqs. (4.16)
 - 7: **if** convergence **then**
 - 8: break;
 - 9: **else**
 - 10: Solve the adjoint equations on $\mathcal{T}_{\Omega,it}$, cf. Eqs. (4.26) to (4.28)
 - 11: Compute sensitivity with respect to the objective function, cf. Eqs. (5.34)
 - 12: Update the level-set function ϕ_{it} by solving the RDE on \mathcal{T}_D , cf. Eqs. (2.2)
 - 13: Implement Mmg obtain $\tilde{\mathcal{T}}_{it+1}$ based on ϕ_{it}
 - 14: Extract only the material mesh $\mathcal{T}_{\Omega,it+1}$
 - 15: **end if**
 - 16: **end for**
-

ここで、式(4.26)-(4.28)の右辺第1項は式(4.7)の左辺と同じ形になる。式(4.23)-(4.25)を解く過程で $\partial \mathbf{P}_i / \partial \mathbf{F}_i$ が得られるため、線形である随伴方程式を解くための追加の計算コストは無視できるほどである。また、上式において、 $\tilde{\mathbf{t}}_i$ ($i = 1, 2, 3$)は次式で表現できる。

$$\tilde{\mathbf{t}}_1 = \frac{\mathbf{u}_1 - \mathbf{U}}{\left(\int_{\Gamma_{\text{out}}} \|\mathbf{U}\|^2 \, d\Gamma \int_{\Gamma_{\text{out}}} \|\mathbf{u}_1 - \mathbf{U}\|^2 \, d\Gamma \right)^{1/2}} \quad (4.29)$$

$$\tilde{\mathbf{t}}_2 = \frac{\bar{\mathbf{t}}_2}{\int_{\Gamma_{\text{in}}} \|\bar{\mathbf{t}}_2\| \, d\Gamma} \quad (4.30)$$

$$\tilde{\mathbf{t}}_3 = \frac{\bar{\mathbf{t}}_3}{\int_{\Gamma_{\text{out}}} \|\bar{\mathbf{t}}_3\| \, d\Gamma} \quad (4.31)$$

感度解析の詳細については、文献 [34, 39] を参照されたい。

4.4.4 数値実装

メッシュアダプテーション手法と有限変形解析を用いたトポロジー最適化アルゴリズムを Algorithm 1 に示す。

ベースメッシュ \mathcal{T}_D とレベルセット関数を初期化した後、オープンソフトライブラリ Mmg を実行し $\tilde{\mathcal{T}}$ を生成し、構造解析のために材料領域のみのメッシュ \mathcal{T}_Ω を取り出す。その後、最適化計算ループが開始される。まず、有限変形解析を実行して境界値問題を解き、目的

関数を計算する．最適設計問題が収束するか，あるいは，繰り返し計算回数の上限值に達していれば，最適化を終了する．そうでなければ，目的関数に対する感度を計算する．収束基準は，式 (4.32) を n_{opt} 回以上連続して満たしたときに最適化を終了する．

$$\frac{|f_i - f_{i-1}|}{|f_{i-1}|} < \varepsilon_{opt}, \quad G \leq 0 \quad (4.32)$$

その後，レベルセット関数 ϕ_{it} をベースメッシュ \mathcal{T}_D 上で反応拡散方程式を解くことで更新する．そして，Mmg を実行して $\tilde{\mathcal{T}}_{it+1}$ を生成し，次のステップで有限変形解析を実行するための $\mathcal{T}_{\Omega, it+1}$ を得る．

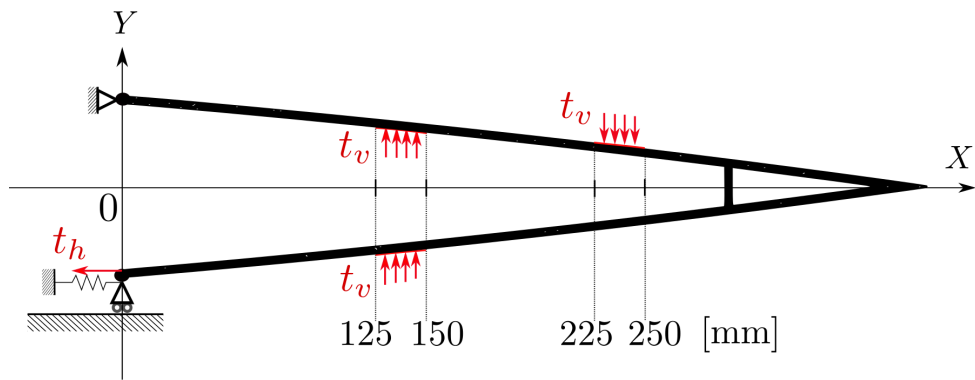
4.5 数値計算例

提案したトポロジー最適設計法の妥当性と有効性を検証するために，線形弾性変形問題と非線形弾性変形問題とのそれぞれに対する最適設計解の2次元数値計算例を求める．全ての計算例では，材料はアルミニウム合金を参考に，ヤング率を $E = 70$ GPa，ポアソン比を $\nu = 0.35$ とする．これらの例では，平面ひずみを仮定し，厚さは単位長さとする．また，有限要素に3節点の三角形要素を利用する．有限要素解析には，汎用有限要素ソフト FreeFem++ [65] を使用する．三角形要素のサイズは1.0から2.0 mmの間で設定する．トポロジー最適設計においては，正則化パラメータと体積分率の上限値をそれぞれ， 5.0×10^{-6} と0.3とする．最適化計算の収束基準は $\varepsilon_{opt} = 3.0 \times 10^{-3}$ と $n_{opt} = 5$ する．周囲と接続をもたない孤立した部分構造が生じることで解析失敗に陥ることを防ぐために用いる微小なバネ定数を $k_{\Omega} = 7.0 \times 10^{-6}$ N/mm とし，材料領域 Ω に配置する．そして，モーフィングフラップの動作条件に対して，必要なバネ定数を $k = 3.5$ N/mm とし，また， $k_{out} = 70 \times (\int_{\Gamma_{in}} d\Gamma / \int_{\Gamma_{out}} d\Gamma)$ N/mm， $k_{in} = 70$ N/mm と設定する．なお，これらのバネ定数は単位境界長さ当たりの値であるものとする

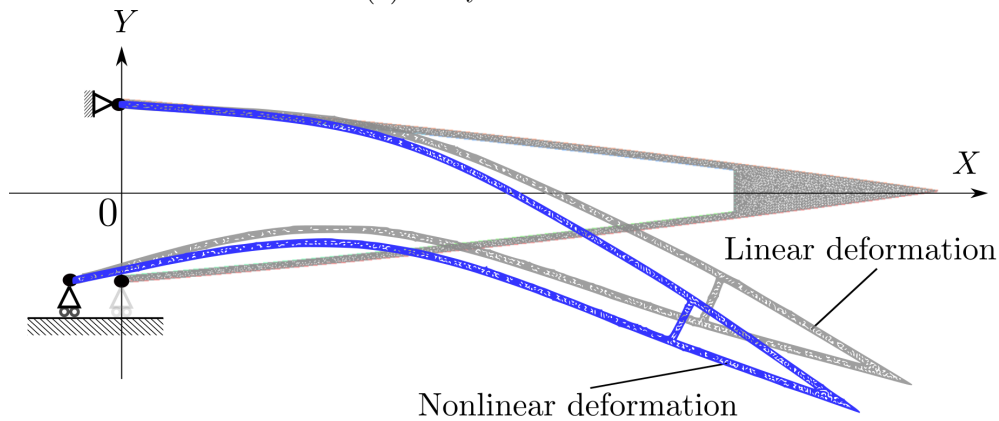
4.5.1 目標形状の設定

線形変形問題と非線形変形問題の目標形状を設定するために，図 4.10(a) に示す境界条件の下で，線形変形解析と非線形変形解析をそれぞれ行った．このとき，鉛直方向と水平方向の表面力は，それぞれ単位長さあたり $t_v = 80$ N と $t_h = 1.0$ N とした．上記の解析条件下で，線形変形解析と非線形変形解析により得られた変形を図 4.10(b) に示す．ここでは，構造的に変形可能な形状として，これらをモーフィングフラップの目標変形形状と設定する．

ここで得られた翼外形境界上の節点変位を \mathbf{U} として，式 (4.18) の RMS 誤差の計算に用いる．なお，RMS 誤差では，共通の節点に対して目標の変位 \mathbf{U} と実際の変位 \mathbf{u} との誤差を計算する．このとき，最適化の計算過程では，メッシュアダプテーション法により実際



(a) Analysis condition.



(b) The two target shapes obtained by linear and nonlinear deformation analyses.

Fig. 4.10: Setting the target shapes.

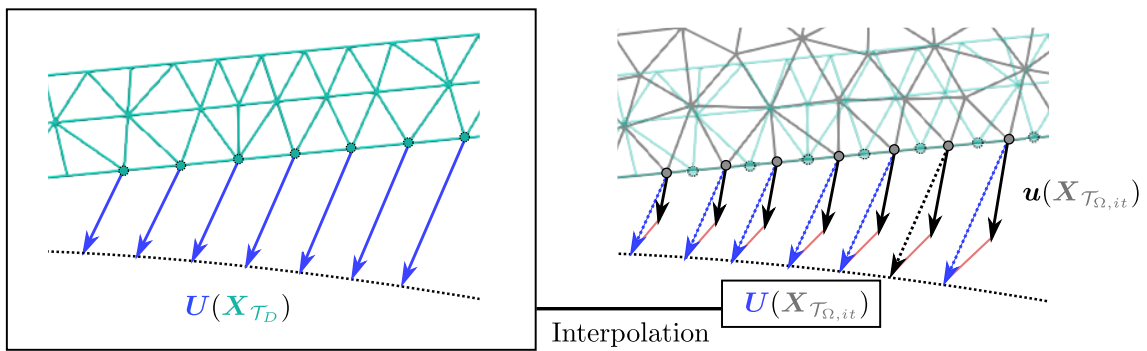


Fig. 4.11: Interpolation of the target displacement \mathbf{U} calculated on base mesh \mathcal{T}_D and the error calculation method between actual displacement \mathbf{u} and \mathbf{U} in the structural mesh $\mathcal{T}_{\Omega, it}$ changing in the optimization process.

の変位場を求めるメッシュが変化するため、あらかじめ \mathbf{U} を目標形状解析に用いる翼表皮外形境界における節点の x 座標で補間しておく。これにより、任意の節点座標に対し、 \mathbf{U} と \mathbf{u} との誤差を計算する (図 4.11)。

次に、目標モーフィングフラップ形状を持つ翼型が、従来のフラップ形状を持つ翼型に

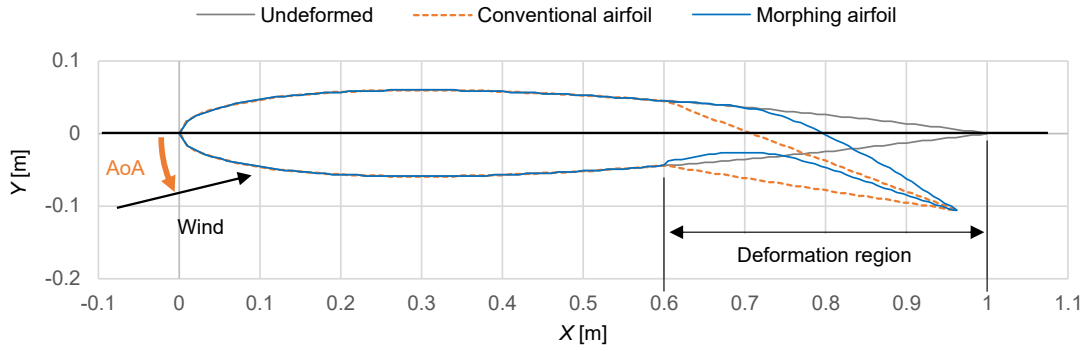


Fig. 4.12: Airfoil used for the aerodynamic analysis and angle of attack (AoA) definition.

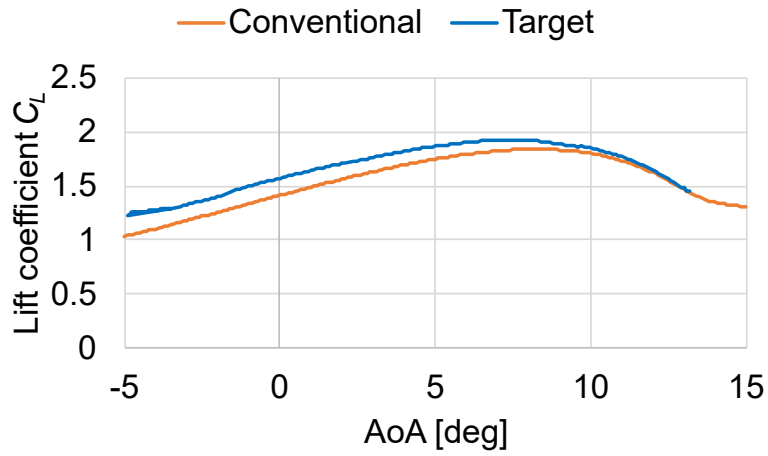
対して持つ空力的な利点を評価する。飛行条件は，従来の高揚力装置が主に作動する離着陸を想定する。さらに，モーフィング翼の空力性能における流れは，文献 [66,67] で用いられているレイノルズ数 $Re = 4.2 \times 10^6$ ，マッハ数 0.167 の非圧縮性流れを仮定する，空力性能の解析には，2次元パネル法に基づく空力解析ソフトウェア Xfoil [46] を用い，解析条件は，遷移基準の臨界 n 値 $N_{crit} = 9$ ，パネル分割数を $N = 150$ とした。この解析条件を用いて，従来のフラップ翼とモーフィングフラップ翼の空力性能を評価する (図 4.10(b) の非線形変形)。迎え角 (AoA) は，流れ方向とノミナル翼型の翼弦線との間の角度として定義される。

空力性能評価に用いる翼型を図 4.12 に示す。ここでは， $X \geq 0.6\text{m}$ の断面領域が変形している。従来のフラップ動作時の翼型は，翼端がモーフィングフラップと一致するように生成した。迎角に対する揚力係数 C_L と抗力係数 C_D の変化と，揚抗比 C_L/C_D の変化を図 4.13 に示す。モーフィングフラップの目標翼型形状は，従来のフラップ翼型と比較して，抗力係数 C_D は同じであるが，揚力係数 C_L が増加し，結果として，揚抗比 C_L/C_D が改善し，性能効率が向上している。一方，モーフィング翼型は滑らかに変形することで，失速迎角は従来の翼型よりも大きくなると想定されているが，ほぼ同じで差がみられない。文献 [67] では，Xfoil は揚力傾斜は実験値を正確に推定できるが，失速迎角に対しては推定精度が良くないことが明らかにされている。失速迎角の比較は Majid と Jo [68] により行われているが，詳細な空力解析手法が必要となるため，本研究では対象外とする。したがって，モーフィングフラップの目標翼型形状は，失速迎角が相対的に改善される可能性がある。

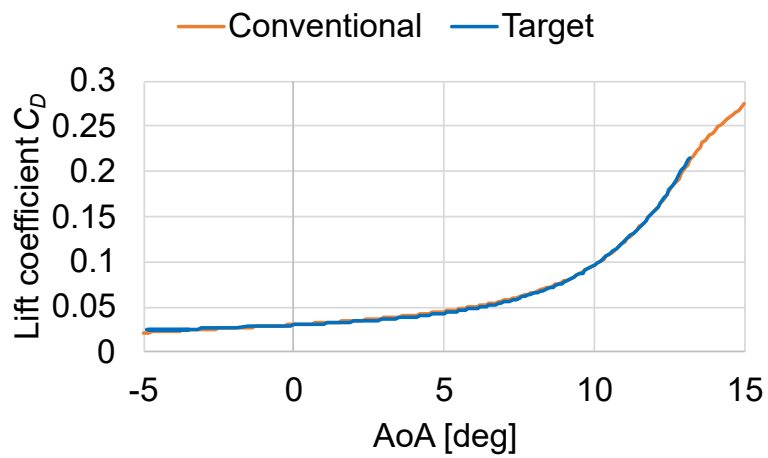
4.5.2 最適設計解

はじめに，表面ベクトルを単位長さ当たり $\bar{\mathbf{t}}_1 = \bar{\mathbf{t}}_2 = (-140, 0) \text{ N}$ とし， $\bar{\mathbf{t}}_3$ を次式で設定した。

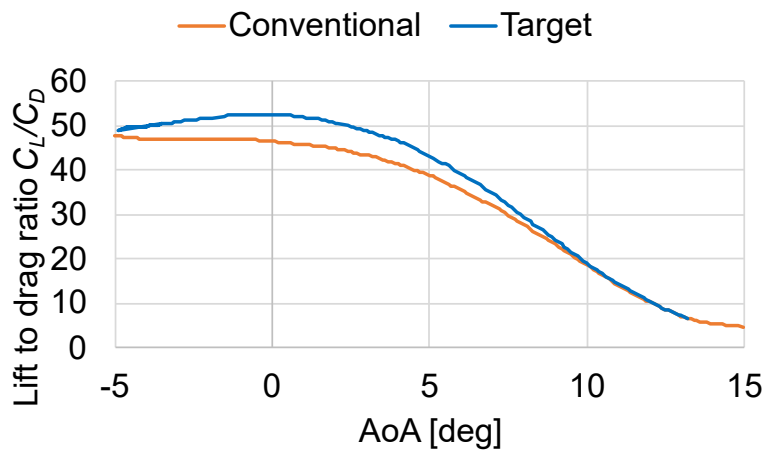
$$\bar{\mathbf{t}}_3 = H \frac{\int_{\Gamma_{\text{in}}} d\Gamma}{\int_{\Gamma_{\text{out}}} d\Gamma} \left(-\frac{\mathbf{U}}{\|\mathbf{U}\|} \right) \quad (4.33)$$



(a) C_L with respect to the AoA.



(b) C_D with respect to the AoA.



(c) C_L/C_D with respect to the AoA.

Fig. 4.13: Improved aerodynamic performances of target deformation.



(a) Linear design



(b) Nonlinear design

Fig. 4.14: Optimal structural configurations for the morphing flap design.

ここで、 \bar{t}_3 は目標変位と反対方向に作用すると仮定し、総力が \bar{t}_1 と \bar{t}_2 に等しくなるよう、境界長さの比を乗じた。さらに、解析条件 Case 3 の境界条件では、Case 1 と 2 と比べると、モーフィングフラップが容易に大きく変形しまう。このため、 H を 0.05 とした。それから、一点ヒンジ接続を避けるため、重み係数を調整し、以下では $(w_1, w_2, w_3) = (1.0, 0.5, 0.2)$ とする。以上の条件から、線形変形解析と非線形変形解析によって得られた最適設計解を示す。

得られた最適解の構造形態を、線形変形問題と非線形変形問題に対してそれぞれ図 4.14(a) と (b) に示す。また、図 4.15(a) と (b) に設計表面力 \bar{t}_1 を負荷した場合の変形形状 (解析条件 Case 1) を示す。図 4.16(a) と (b) では、それぞれの問題に対して、目標形状と変形形状とを比較する。

最適設計解の構造形態は、図 4.14 に示すように、主に荷重入力位置を翼表皮によって特徴づけられている。荷重入力を翼表皮の下面へと伝達するための部分構造と、翼表皮の厚みが水平方向に変化している。図 4.15 は、翼表皮の下面が翼型前縁方向に引き込まれることが変形の駆動力となっており、これに対して翼表皮の厚さが変化することで、曲げ変形の程度が調整され、目標形状への達成度を高めていることがわかる。線形設計解と非線形設計とで、目標形状の実現度はほぼ同じであり (図 4.16)、RMS 誤差はそれぞれ 0.133 と 0.0317 であった。これらの RMS 誤差の値は、目標形状と完全に一致すればゼロとなるため、



(a) Linear design



(b) Nonlinear design

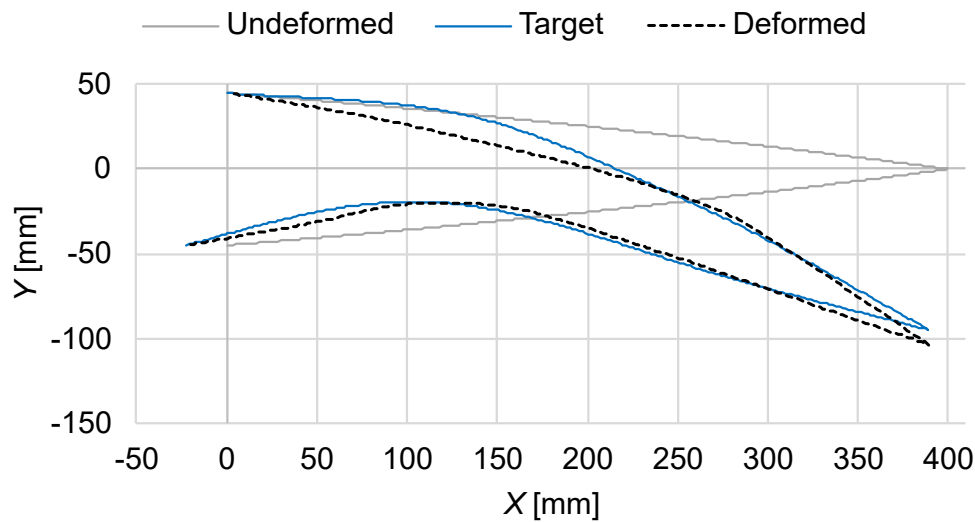
Fig. 4.15: Deformed shapes obtained by analysis (Case 1: operating conditions of morphing airfoil) under each design.

わずかに大きい値であるが、翼の最後縁部、つまり舵角は目標形状とよく一致している。

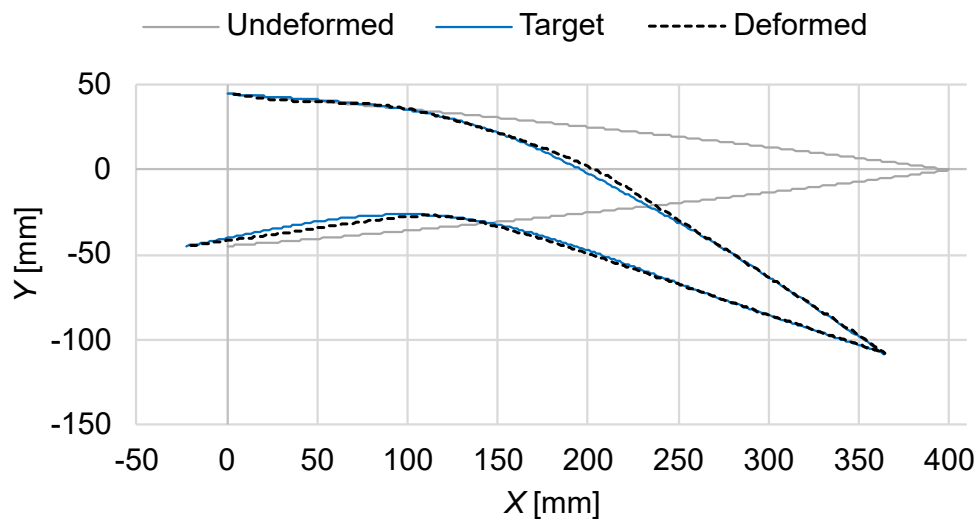
最適化過程における構造形態の変化を図 4.17(a) から (f) に示す。また、非線形設計問題に対する目的関数と制約関数の収束履歴を図 4.18(a) から (d) に示す。図 4.17 に見られるように、最適化の初期段階では、翼の上下面とを分断するように構造形態が消失し、その後、主に荷重入力を翼表皮の下面へと伝達する部分構造、後縁部付近で翼表皮を上下に繋ぐ部分構造が表れている。このような構造形態の変化に応じて、図 4.18 に示す最適化の収束履歴に目立つ振動が生じている。この後、構造形態の探索は細部を中心に行われたため、目的関数の振動は落ち着き、480 回目に収束基準を満たし最適化計算が終了した。なお、このときの体積分率は上限 0.30 に対して 0.273 であり、体積制約を満たしている。

4.5.3 最適設計解の比較

線形設計解と非線形設計解を、線形変形解析によって評価したときの目的関数の値を表 4.1 で、また反対に、両設計解を非線形変形解析によって評価した目的関数の値を表 4.2 で比較する。ここで、RMS 誤差 f_1 を評価するときは、変形解析条件に応じた目標形状との誤差を評価した。すなわち、線形変形解析を実行する表 4.1 では、線形問題の目標形状、非



(a) Linear design



(b) Nonlinear design

Fig. 4.16: Comparison between the deformed shape and the target shape obtained by linear deformation analysis (Case 1: operating conditions of morphing airfoil).

線形変形解析を実行する表 4.1 では、非線形問題の目標形状を RMS 誤差評価に用いた。表 4.1 と 4.2 のどちらにおいても、それぞれの変形解析条件と最適化条件が同一である設計解の方が、優れていることがわかる。

線形設計解の非線形変形解析により得られた変形形状と、非線形設計解の線形変形解析により得られた変形形状を図 4.19 の (a) と (b) に示す。図 4.16(a) に示したように、線形問題では、最適解は目標形状へと 90 % 程度達成している。本研究では接触を考慮していないため、内側の細長い構造部材が翼表皮上面を貫通するが、線形設計解は非線形変形時に目標形状から大きく外れている。4.5.1 節では、同じ荷重条件に対して線形変形と非線形変形

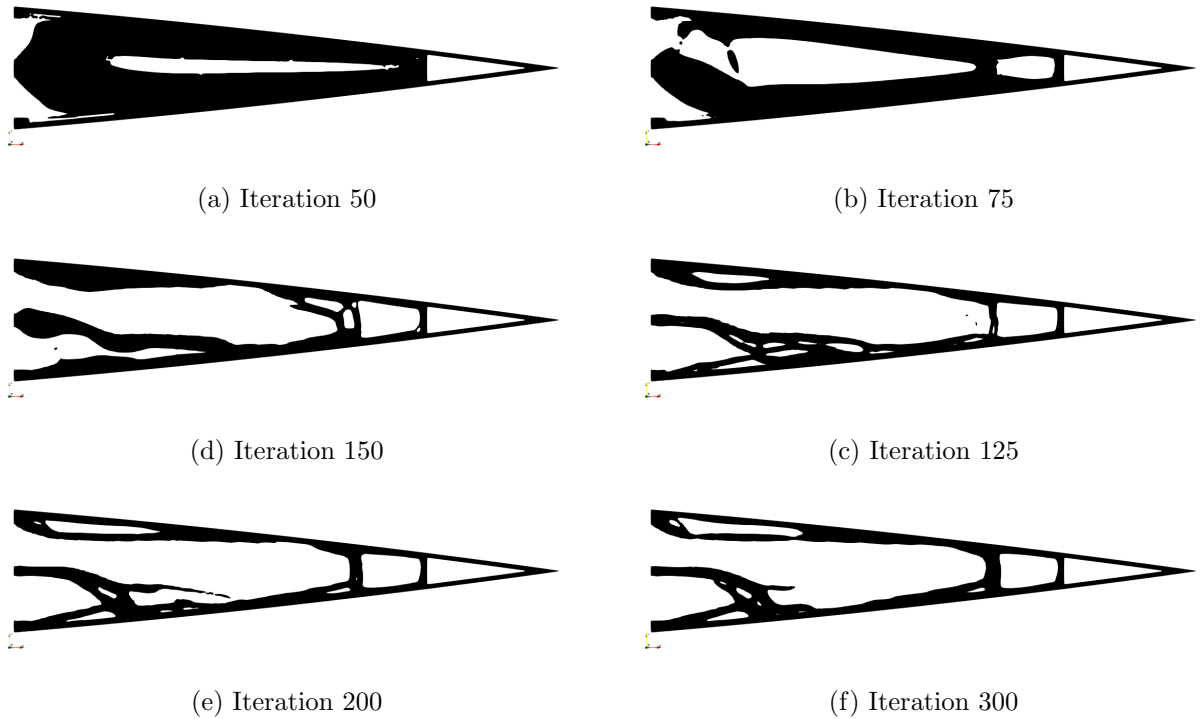


Fig. 4.17: Topology changes at different iterations during optimization.

をそれぞれ仮定し，得られた変形形状を目標形状とした．最適設計解が目標形状に変形するという事は，内部の構造形態が入力された荷重を，4.5.1節で設定した荷重条件に相当するよう変換すると捉えることができる．しかし，線形設計解は，内部構造の変形に伴う

Table 4.1: Values of objective functions of two optimal solutions verified through linear deformation analysis.

Design case	f_1	f_2	f_3
Linear	0.133	2.97	6.04
Nonlinear	0.335	3.50	4.86
Linear / Nonlinear	0.397	0.849	1.24

Table 4.2: Values of objective functions of two optimal solutions verified through nonlinear deformation analysis.

Design case	f_1	f_2	f_3
Nonlinear	0.0317	2.90	3.89
Linear	0.312	2.63	4.65
Nonlinear / Linear	0.102	1.10	0.837

Table 4.3: Comparison of the calculation times of optimization process [min]: Windows PC with an Intel Core i9-12900KS (3.40 GHz frequency, 16 cores) and 128GB memory is used .

Computational time	Linear problem	Nonlinear problem
Minutes	50	1494

非線形性を考慮していないため、非線形変形解析実行時に変形形状が大きく変化している。このことは、線形問題で適切な目標形状へと達成する線形設計解が得られても、非線形変形解析では同じ荷重条件であったとしても目標形状を達成できないことを示している。また、反対に、非線形設計解は、線形変形では RMS 誤差 f_1 が 0.312 であり目標形状をよく達成していない。以上から、最適化の過程でコンプライアントモーフィング翼型の変形に伴う非線形を考慮する必要があるといえる。一方、変形を忠実に再現した結果として、計算時間は表 4.3 に示すように約 30 倍増加している。

4.5.4 荷重増大に伴う変形応答

非線形設計解の変形過程を確認するため、設計表面力 \bar{t}_1 を単位長さ当たり 28 N 間隔で 5 段階に分割し、解析条件 Case 1 に適用する。入力荷重が増えるにつれて、徐々に大きくなる変形過程の様子を図 4.20 に示す。荷重負荷が大きくなるにつれて、曲げ変形は主に翼上面中央部で大きくなった。そのため、最適設計解の非線形変形特性は翼の表皮の厚さに依存しており、これらの非線形変形の特徴により、非線形変形問題を考慮した最適設計解は目標形状に近づけている。

4.5.5 空力性能解析

最後に、最適設計解の変形形状の空力性能を評価する。4.5.1 節では、RMS 誤差を目標形状に対する達成度の指標として定義し、RMS 誤差が空力性能の変化にどの程度影響するかを調べる。ここでは、4.5.1 節と同じ空力解析条件で、目標モーフィングフラップと従来のフラップ翼型を用いた最適設計解の変形形状を持つ翼型の空力性能の比較を行う。

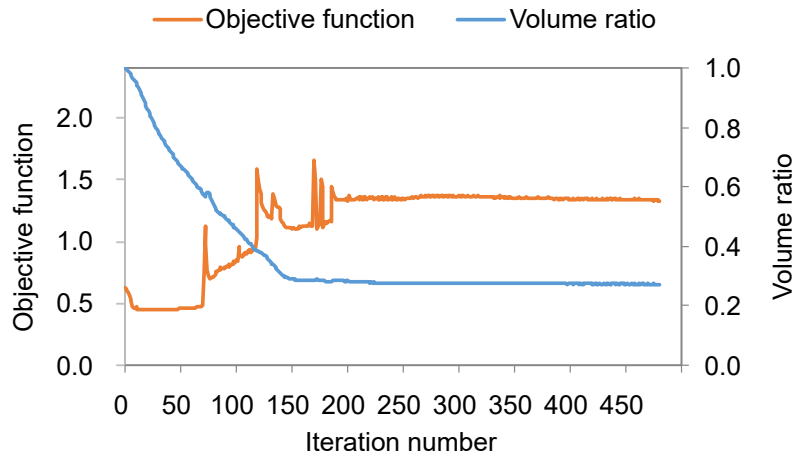
3つの翼型の揚力係数 C_L と抗力係数 C_D の変化と、揚抗比 C_L/C_D の迎角に対する変化を図 4.21 に示す。最適解の変形形状と目標形状との RMS 誤差は 0.0317 と完全に目標形状と一致してはいないが、翼の最後縁部、つまり舵角はほぼ同じである。一方、 C_L/C_D は同じ傾向であったが、 C_L と C_D の値の違いが顕著にみられる。最大 C_L と最大 C_L/C_D は従来のフラップ翼に比べて増加し、空力性能が向上している。ただし、結果として空力性能が向上したとはいえ、空力性能を直接考慮した設計ではないため、意図した結果というわ

けではない。この研究では、空力性能と構造性能は考慮されていないが、モーフィングフラップの設計には、それらを同時に考慮できることが望ましい。

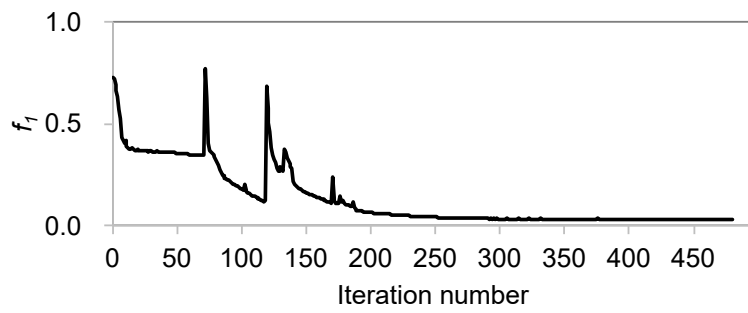
4.6 まとめ

本章では、コンプライアントモーフィングフラップの有限変形を考慮してトポロジー最適設計を行うため、有限変形解析と、数値不安定を回避し、かつ、構造を厳密に表現するための手法とを併せて統合するトポロジー最適設計を提案した。数値計算例を通して、本研究で提案する方法の妥当性を検証した。結果を以下に示す。

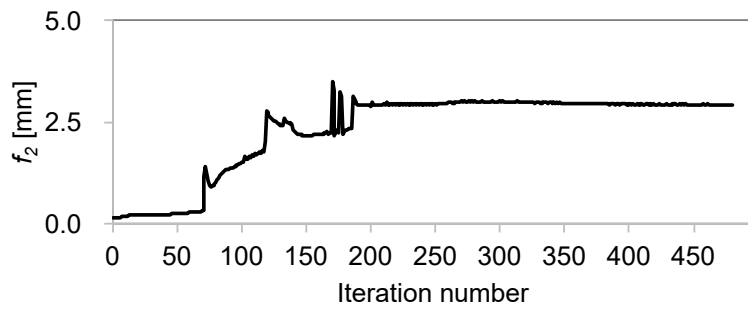
1. コンプライアントモーフィング翼型の有限変形するときの非線形性として、主に幾何学非線形を考慮するために圧縮性ネオフック体の構成則を採用し、有限変形解析の定式化を行った。
2. 数値不安定を回避し、かつ、構造を厳密に表現するために、最適計算の過程で変化するレベルセット関数に応じて構造境界を厳密に表現し、空洞領域を完全に排除するための構造表現手法をメッシュアダプテーション法を応用することで提案した。複数の孔を有する片持ち梁の有限変形解析を通して、数値不安定解消の効果を確認した。
3. 最適設計問題の定式化では、提案構造表現手法により厳密に空洞領域を取り除くことで構造接続の分断を招く一点ヒンジ接続を避けるため、入出力荷重が作用するときのエンドコンプライアンスを同時に考慮する多目的最適設計問題の定式化を行った。感度解析では、有限変形理論に基づく目的関数の設計変数に関する設計感度を導出した。有限変形解析と提案構造表現手法を併せてトポロジー最適設計へと統合する最適化アルゴリズムを構築した。
4. 数値計算例を通して、本研究で提唱する方法論の検証を行った。すなわち、提案構造表現手法により有限変形解析が失敗することなく最適設計解が得られることを示した。また、変形挙動が線形であるときと非線形であるときの最適設計解を比較し、コンプライアントモーフィング翼型の非線形変形を考慮する設計が重要であるとの結論を得た。
5. 数値計算例の最後に、得られた最適設計解の空力性能を評価した。ここでは、事前に設定した目標形状をよく達成したからといって、目標形状が持つ空力性能とよく一致するわけではない。これは、空力性能を直接考慮せずに、目標形状を介して最適解に反映させようとした結果である。空力性能を考慮し、かつ、構造性能を同時に考慮することが、空力・構造ともに優れたコンプライアントモーフィングフラップを設計するためにより有効な一方策となるとの見通しを得た。



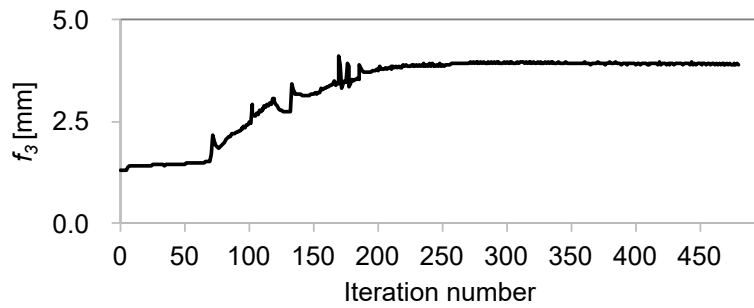
(a) Objective and constraint functions



(b) Normalized RMS error f_1



(c) End compliance f_2 for Case 2



(d) End compliance f_3 for Case 3

Fig. 4.18: History of the objective and constraint functions for the nonlinear morphing flap design.



(a) Nonlinear deformation of the linear design



(b) Linear deformation of the nonlinear design

Fig. 4.19: The deformed shapes of the optimal solutions under unassumed deformation conditions: (a) is Comparison between the deformed shape and the target shape obtained by linear deformation analysis (Case 1: operating conditions of morphing airfoil).

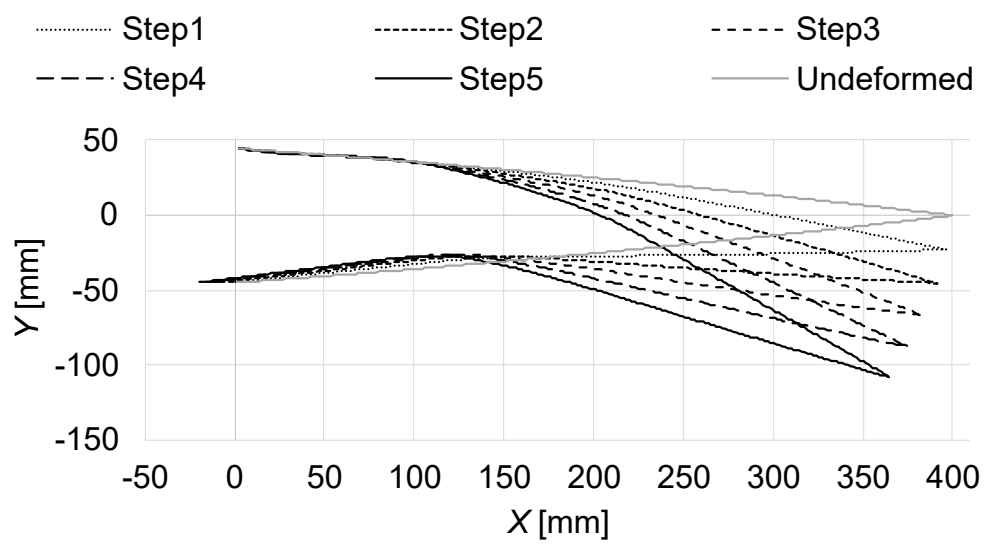
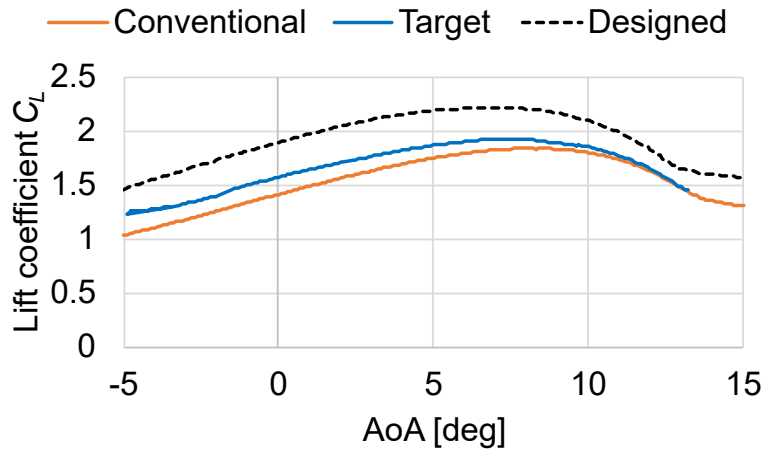
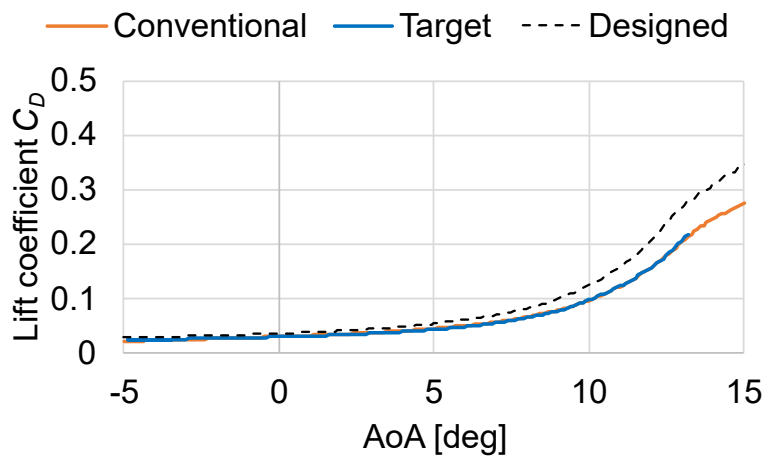


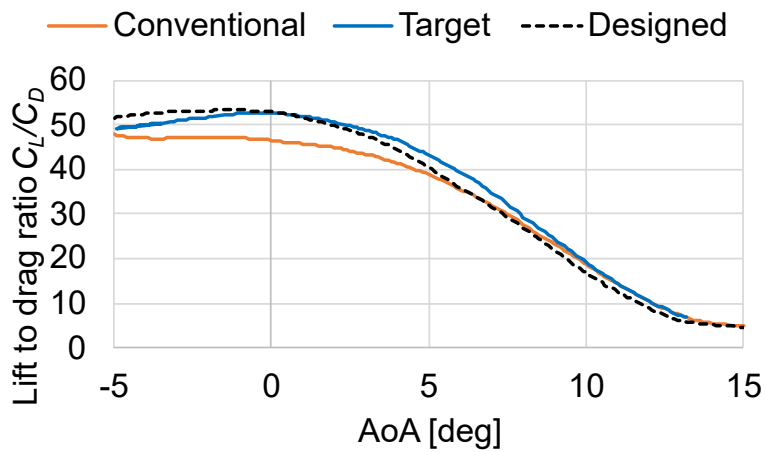
Fig. 4.20: Deformed shapes when the applied design traction \bar{t}_1 was divided into five steps.



(a) C_L with respect to the AoA.



(b) C_D with respect to the AoA.



(c) C_L/C_D with respect to the AoA.

Fig. 4.21: Comparison of aerodynamic performance for the target and deformed shapes of the optimal solution. The conventional (kinked) shape and the target (morphing) shape were shown in Fig. 4.12 and the deformed shape was shown in Fig. 4.16 (b) as the nonlinear design and compared with the target shape.

第5章

空力性能に基づくトポロジー最適設計

5.1 はじめに

本章では、空力性能と構造性能とを同時に最適化するために、モーフィング変形した後の翼型と内部機構を同時に得るトポロジー最適設計手法を提案する。3章と4章の取り組みの様に、既定の目標形状への達成を考える場合、その形状には空力性能が最大となる理想的な形状を選択したとして、構造変形により達成可能かどうかは事前にわからないという問題がある。さらに、最適設計ではその目標形状に近づけるが、形状が近いからと言って空力性能が優れているという保証はなく、また、目標形状達成ばかりを優先することで構造性能が犠牲となる可能性があるという問題もある。これを解決するために、形状から構造への一方通行でなく、変形した結果である翼型形状の空力性能と、その変形を実現するための内部構造性能との双方を同時に向上させる設計手法構築を目指す。

こうした課題に取り組んだ研究に文献 [9, 12] がある。そこでは、翼型形状と内部のコンプライアント機構に加えてアクチュエータを設計変数に含めた最適設計であり、遺伝的アルゴリズムにより確率論的に最適設計解を求めている。一方、これらの研究は、内部構造に梁の配置を考えた離散トポロジー最適化であり、構造表現の自由度に乏しい。本研究では、より構造設計の自由度を向上させるため、連続体トポロジー最適化により、コンプライアントモーフィングフラップを設計する。しかしながら、この連続体の方法は、離散の方法とは異なり、勾配法を基にした構造探索を行うため、空力応答に基づく評価指標を考慮した構造探索の感度を求めることが必要となる。

空力構造最適設計を行った研究には文献 [69–73] がある。Kennedy ら [69] は、パネル法を用いて翼形状と剛性を確保する内部構造を同時に最適設計する手法を提案した。Conlan-Smith ら [70] も同様に、パネル法に基づき空力弾性を考慮した内部構造最適化、翼の外形形状最適化 [71] を行い、Høghøj ら [72] は翼型形状と内部構造をトポロジー最適設計した。Gomes ら [73] は、翼型外形形状と内部構造形態とを同時に最適設計するために、方程式に基づき空力応答を評価し、トポロジー最適化により構造を探索した。これらの多くは空力

解析には数値計算コストを抑えるためにパネル法を用い、作用する空力荷重に対して変形を抑えるために剛性を確保するための設計、あるいは、受動的に変形させられてしまった場合に空力性能を向上させる設計である。このほか調べた限り、モーフィングフラップの様に、能動的に変形した後の翼型の空力性能を考慮した構造最適化は、これまでに報告されていない。

そこで、本研究では、翼型が弾性変形した後のモーフィング形状における空力性能と内部機構の構造性能を同時に最適化できるトポロジー最適設計手法を提案する。空力解析には、コンプライアント翼型が動作する流れは、非圧縮・非粘性のポテンシャル流れを仮定し、忠実度と計算コストを抑えたパネル法を採用しする。そして、これを構造解析に用いる有限要素法と組み合わせることで、空力と構造との間の作用を評価する。この空力と構造との連成解析を行う物理モデルを、従来のトポロジー最適設計に統合する。ここでは、構造から空力への一方向作用のみを考慮し、変形後翼型の空力応答に基づき空力性能を向上させる構造探索指針である感度を導出する。最適設計問題では、コンプライアントモーフィングフラップの空力性能と構造性能とを同時に最適化する定式化を行う。数値計算例を通して、翼型の変形の空力性能と、内部機構の入力エネルギーとを最適化するコンプライアントモーフィングフラップの内部構造を示し、設計手法の妥当性について議論する。

5.2 パネル法を用いた空力性能評価

5.2.1 パネル法を用いた空力解析

本研究では、ポテンシャル流れを仮定し、空力応答を評価するためにソース・ダブレットパネル法 [74] を用いる。この方法では、流れの中におかれた翼型境界を微小なパネルに分割し、各パネル要素に分布するソース σ を既知として与えることで、未知のダブレット μ を求める方法である。翼型境界内部のポテンシャル Φ^{in} が一定で、その表面を通過する流れがないとき次の境界条件式が成立する。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \left[\sigma \frac{1}{r} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right] d\Gamma = 0 \quad (5.1)$$

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\mu} + \mathbf{B}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \quad (5.2)$$

ここで、 \mathbf{C} と \mathbf{B} は空力影響係数行列であり、パネル分割数が N であるとき $N \times N$ 行列となる。その成分である c_{ij} と b_{ij} は次式で定義される。

$$c_{ij} \equiv -\frac{1}{2} \int_{\Gamma_j} \frac{\partial}{\partial n} (\ln r_{ij}) d\Gamma \quad (5.3)$$

$$b_{ij} \equiv \frac{1}{2} \int_{\Gamma_j} (\ln r_{ij}) d\Gamma \quad (5.4)$$

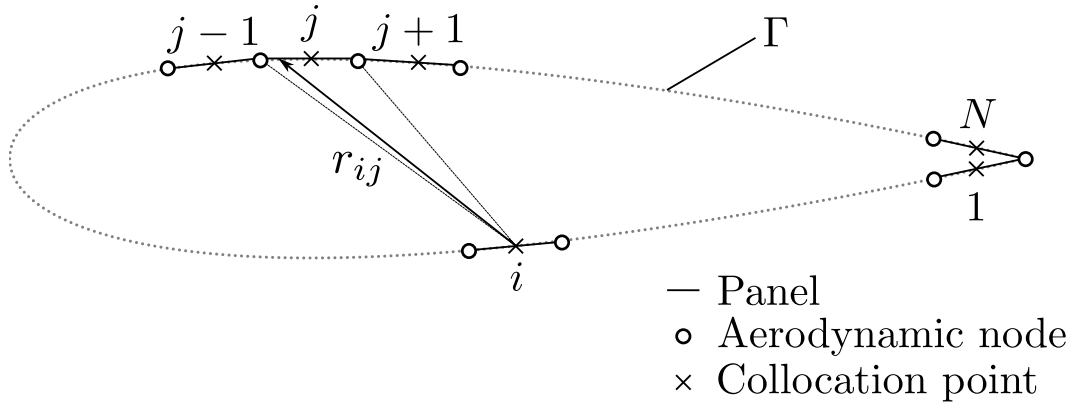


Fig. 5.1: Distance from the i th panel midpoint to the j th panel in the aerodynamic influence coefficient.

ここで、 r_{ij} は、図 5.1 に示すように、 $i(=1 \rightarrow N)$ 番目のパネルの midpoint から j 番目のパネル Γ_j 上の点との距離であり、 n は各パネルの法線方向を表す。各パネルのソース σ_j は、流れの速度 \mathbf{U}_∞ と j 番目のパネルの法線ベクトル \mathbf{n}_j との内積により次式で与えられる。

$$\sigma_j = \mathbf{U}_\infty \cdot \mathbf{n}_j \quad (5.5)$$

ここで、 $\boldsymbol{\mu}$ は次式で定義されるクッタの条件に従わなければならない。

$$(\mu_1 - \mu_N) + \mu_W = 0 \quad (5.6)$$

このとき、 $\boldsymbol{\mu}$ の影響係数 \mathbf{C} は $N+1$ 個目の未知数として後流のダブレット μ_W を考慮する必要があり、式 (5.2) の第一項目は次式となる。

$$\sum_{j=1}^{N+1} c_{ij} \mu_j = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1N} & c_{1W} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2N} & c_{2W} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ c_{N1} & c_{N2} & \cdots & c_{NN} & c_{NW} \\ 1 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \\ \mu_W \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

式 (5.6) から、 μ_W を $\mu_N - \mu_1$ で置き換えると、例えば、上式の第一列目は次式のように書ける。

$$(c_{11} - c_{1W})\mu_1 + c_{12}\mu_2 + \cdots + (c_{1N} + c_{1W})\mu_N \quad (5.8)$$

同様に他の列について考えると、 μ_W のを $\mu_N - \mu_1$ による置き換えにより変化するのは、1

と N 列目だけであり、影響係数行列 C を、次式に従う行列 $A(= a_{ij})$ として書き直す。

$$a_{ij} = c_{ij}, \quad j \neq 1, N \quad (5.9)$$

$$a_{i1} = c_{i1} - c_{iW}, \quad j = 1 \quad (5.10)$$

$$a_{iN} = c_{iN} - c_{iW}, \quad j = N \quad (5.11)$$

したがって、クッタの条件を考慮して、式 (5.2) は、空力応答 μ が満たすべき支配方程式 $r_a = 0$ として次のように書き表せる。

$$r_a = A\mu + B\sigma = 0 \quad (5.12)$$

式 (5.12) と式 (5.3)-(5.5), (5.9)-(5.11) より μ が求められる。

続いて、求められたダブレット μ により、圧力分布と揚力係数を計算する。翼型表面のポテンシャル Φ は、ダブレット μ の定義から、次のように求めることができる。

$$\Phi_j = -\mu_j \quad (5.13)$$

各パネルの接線速度成分 U_t は、速度ポテンシャルの接線方向微分により次式で求められる。

$$U_t = \frac{\partial \Phi}{\partial l} \quad (5.14)$$

ここで、 l は翼型表面の接線を表す。この値を基に、圧力係数は次式で計算できる。

$$C_{pj} = 1 - \frac{U_{tj}^2}{|U_\infty|^2} \quad (5.15)$$

また、局所的な揚力係数分布はパネル j に対する圧力係数により次式で計算できる。

$$\Delta C_{Lj} = -C_{pj} \cos \alpha_j \frac{\Delta l_j}{c} \quad (5.16)$$

ここで、 c は変形後コード長長さである。したがって、翼型全体の揚力係数は次式で計算できる。

$$C_L = \sum_{j=1}^N \Delta C_{Lj} \quad (5.17)$$

5.2.2 変位と荷重の伝達

本研究では、空力と構造の応答を個別の支配方程式を解き、異なる物理挙動間の作用を考える弱連成解析を基に定式化する。このとき、翼型形状において、空力パネルと構造メッシュとで節点が一致しないため、空力と構造のどちらかの節点値をもう一方の異なる節点へと引き渡す必要がある。本研究では、図 5.2 に示すように、空力と構造の一方の節点値を x 座標に対して補間し、もう一方の節点の x 座標に応じて値を再現する。

以下に、構造応答である変位を空力パネル節点へと伝達する手順を示す。

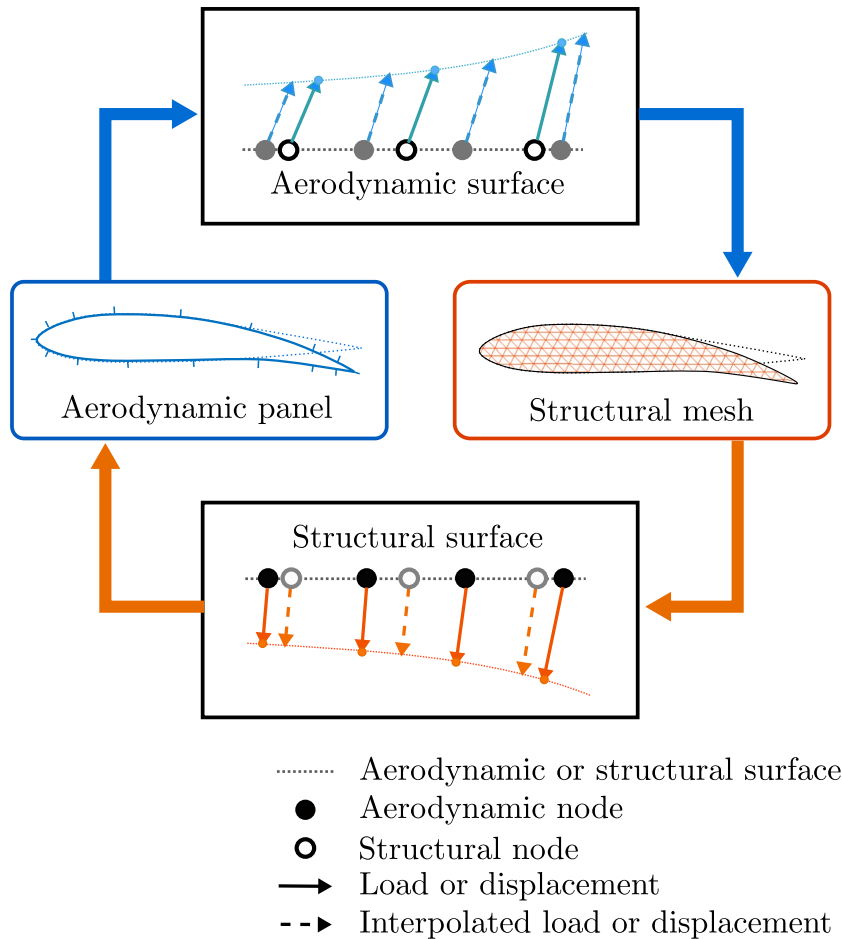


Fig. 5.2: Illustration of the transfer of calculated values between different nodes of the aerodynamic panel and the structural mesh.

1. 構造変位を有限要素解析により求める
2. 構造外形境界上の節点に対してのみ，その節点 x 座標と節点値である変位 \mathbf{u} を取り出す．そして， x に対して変位 \mathbf{u} を補間する (補間関数を $I(x)$ とする)
3. 空力節点の x 座標から補間関数に基づき節点座標 x_{aero} に対応する変位 $I(x_{\text{aero}})$ を再現する
4. 変位を反映した空力節点を用いて空力応答を式 (5.12) により求める

図 5.3 に構造の変位応答を空力パネルへと伝達した計算例について示す。

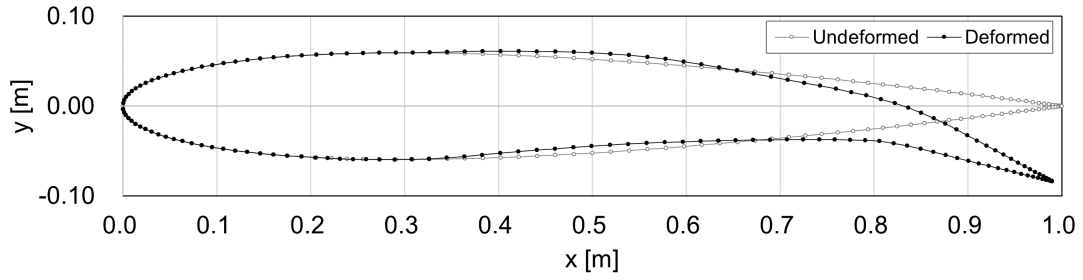


Fig. 5.3: Aerodynamic panel nodes reflecting structural displacements.

5.3 空力応答に基づく評価指標の構造設計変数に対する感度の導出

以下では、変形した後の翼型形状の空力性能を最適化する構造探索を行うための、構造から空力への一方向作用のみを考慮した最適設計問題の定式化および感度解析を行う。なお、反対に、空力から構造への一方向作用のみを考慮したコンプライアント翼型の剛性最大化問題を付録 B.1 に示す。

5.3.1 空力性能を考慮した構造最適設計問題

本研究では、変形した後の翼型形状の空力性能を最適化する構造探索を行うため、構造から空力への一方向作用のみを考慮する。すなわち、構造の変位により翼型は変形して空力応答は変化するが、逆に、空力によって構造は変形させられないと仮定する。このとき、空力応答に基づく評価指標 $f(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{u})$ は、構造を表す設計変数 ϕ により変化する構造応答 \boldsymbol{u} (変位)、またそれが空力に作用した結果としての空力応答 $\boldsymbol{\mu}$ (ダブルット) によりはじめて評価できる。これらの物理応答 $\boldsymbol{\mu}$ と \boldsymbol{u} が満たすべき支配方程式 $\boldsymbol{r}_a(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{u}) = \mathbf{0}$ と $\boldsymbol{r}_s(\boldsymbol{u}, \phi) = \mathbf{0}$ を制約条件として、最適設計問題は次式のように定式化できる。なおここでは、体積制約や構造性能は定式化に含めず、空力性能に対する感度解析のみに着目する、

$$\text{Maximize : } f(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{u}) \quad (5.18)$$

$$\text{subject to : } \boldsymbol{r}_a(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{u}) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{u}) = \mathbf{0} \quad (5.19)$$

$$\boldsymbol{r}_s(\boldsymbol{u}, \phi) = \boldsymbol{K}(\phi)\boldsymbol{u} - \boldsymbol{t} = \mathbf{0} \quad (5.20)$$

ここで、支配方程式 (5.19) において、空力影響係数 \boldsymbol{A} と \boldsymbol{B} 、ソース $\boldsymbol{\sigma}$ は、翼型形状で決まるため、構造変位の作用を考える本問題では、 \boldsymbol{u} の関数として表される。「構造から空力への一方向作用」は、式 (5.19) は変数に構造に関する物理量の変位 \boldsymbol{u} を含むのに対し、式 (5.20) ではダブルット $\boldsymbol{\mu}$ を含まない点に反映されている。

5.3.2 空力性能の構造設計変数に対する感度解析

随伴変数法では，ラグランジュ関数 F を任意の随伴変数 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ と $\tilde{\boldsymbol{u}}$ を導入することで次式で定義する．

$$F(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{u}, \phi) = f(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{u}) + \tilde{\boldsymbol{\mu}}^T \boldsymbol{r}_a(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{u}) + \tilde{\boldsymbol{u}}^T \boldsymbol{r}_s(\boldsymbol{u}, \phi) \quad (5.21)$$

ラグランジュ関数の設計変数 ϕ に対する勾配は次のように計算できる．

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\phi} &= \tilde{\boldsymbol{u}}^T \frac{\partial \boldsymbol{r}_s}{\partial \phi} + \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\mu}} + \tilde{\boldsymbol{\mu}}^T \frac{\partial \boldsymbol{r}_a}{\partial \boldsymbol{\mu}} \right) \frac{d\boldsymbol{\mu}}{d\phi} + \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{u}} + \tilde{\boldsymbol{\mu}}^T \frac{\partial \boldsymbol{r}_a}{\partial \boldsymbol{u}} + \boldsymbol{\lambda}_s^T \frac{\partial \boldsymbol{r}_s}{\partial \boldsymbol{u}} \right) \frac{d\boldsymbol{u}}{d\phi} \\ &= \tilde{\boldsymbol{u}}^T \frac{\partial \boldsymbol{K}(\phi)}{\partial \phi} \boldsymbol{u} \end{aligned} \quad (5.22)$$

ただし，式 (5.21) から (5.22) への変形では， $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ と $\tilde{\boldsymbol{u}}$ は次式の随伴方程式を満たすものとした．

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\mu}} + \tilde{\boldsymbol{\mu}}^T \frac{\partial \boldsymbol{r}_a}{\partial \boldsymbol{\mu}} = \mathbf{0} \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{u}} + \tilde{\boldsymbol{\mu}}^T \frac{\partial \boldsymbol{r}_a}{\partial \boldsymbol{u}} + \tilde{\boldsymbol{u}}^T \frac{\partial \boldsymbol{r}_s}{\partial \boldsymbol{u}} = \mathbf{0} \quad (5.24)$$

状態方程式 (5.19) と (5.20) を代入して整理すると，随伴方程式は次式に書き直せる．

$$\boldsymbol{A}^T \tilde{\boldsymbol{\mu}} + \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\mu}} \right)^T = \mathbf{0} \quad (5.25)$$

$$\boldsymbol{K}^T \tilde{\boldsymbol{u}} - \tilde{\boldsymbol{t}} = \mathbf{0} \quad (5.26)$$

ここで， $\tilde{\boldsymbol{t}}$ は次式で与えた．

$$\tilde{\boldsymbol{t}} = - \left[\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{u}} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial \boldsymbol{u}} \boldsymbol{\mu} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{u}} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{B} \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{u}} \right)^T \tilde{\boldsymbol{\mu}} \right] \quad (5.27)$$

これらの随伴方程式 (5.25) と (5.26) は，支配方程式 (5.19) と (5.20) と同様に解くことができ，また，式 (5.25) は $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ のみを含むことから，逐次的に解けばよい．そして求められられた $\tilde{\boldsymbol{u}}$ を式 (5.22) に代入したものが設計感度 $dF/d\phi$ となる．

5.4 最適設計問題の定式化

本研究では，前章までに述べた物理モデルと，空力応答評価指標を考慮したトポロジー最適設計に基づき，変形した後の翼型の空力性能と内部機構の構造性能を考慮した最適設計問題を考える．まず，コンプライアントモーフィングフラップモデルについて述べた後，最適設計問題の定式化について述べる．

5.4.1 数値計算モデル

本研究では、図 5.4 に示す、翼弦長 1.0 m の NACA0012 翼型を基にしたコンプライアントモーフィングフラップモデルを考える。コード長さ 30.0 % 以降をモーフィング変形する領域と仮定し、その内部を設計領域とする。翼表皮は非設計領域とし、厚さは翼表皮の局所変形を防ぐために 3 mm で一定とする。また、翼型は x 軸方向 200 から 300 mm の区間に完全変位固定境界 Γ_u をもつものとする。そして、入力荷重は翼型内部のアクチュエータから受けるものとし、入力位置は固定とする。

モーフィングフラップが連続的に曲げ変形をするためには、翼表皮上面の長さが増えるか下面の長さが減るかのどちらかが必要となる。本研究では、後者を想定し、翼表皮下面が翼型前縁方向へ引き込まれる境界条件を設定する。このとき、空力解析の都合上、変位が不連続となり変位伝達を受けた空力パネルが重ならないように留意し、図 5.4 の拡大部に示すような境界条件を設定する。ここで、図中青色の x 軸方向 200 から 350 mm の区間の翼表皮下面は周囲の材料と比べて柔な材料 (ヤング率 E_{soft}) をもつものとする。これは例えば、引き込まれる端部が弾性支持を受ける、あるいは、例えばコルゲート構造など、圧縮変形がしやすい構造材料などを再現するものとして想定する。

5.4.2 最適設計問題の定式化

いま、コンプライアントモーフィング翼型の設計問題を、揚力を向上させたく、かつ、入力エネルギーは抑えたいという要求に基づき定式化する。このとき、空力性能と構造性能としての目的関数を、次式で示される揚力係数 C_L とアクチュエータからの入力エネルギー

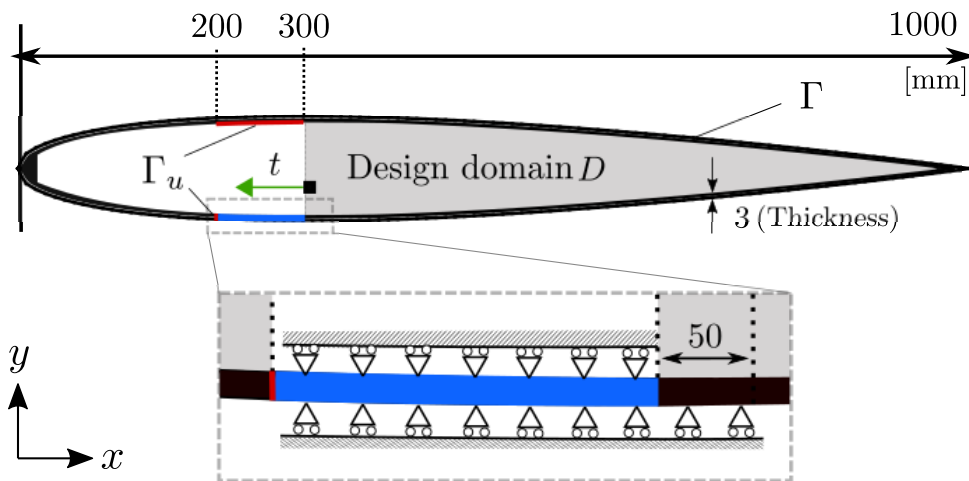


Fig. 5.4: Design domain and boundary conditions.

ギー E_{in} とする.

$$C_L(\boldsymbol{\mu}) = \sum_{j=1}^N -C_{p_j}(\boldsymbol{\mu}) \cos \alpha_j \frac{\Delta l_j}{c} \quad (5.28)$$

$$E_{in}(\mathbf{u}) = \sum_{k=1}^M t_k u_k / t_k u_k^0 \quad (5.29)$$

ここで、 j と N は空力パネル番号とその総数、 k と M は入力荷重が作用した構造メッシュの節点番号とその総数であり、 u^0 は探索初期の変位である。体積分率制約を与え、この空力性能と構造性能を同時に考慮する多目的最適設計問題を、線形和スカラー化により次式で定式化する。

$$\text{Maximize : } f(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}) = C_L(\boldsymbol{\mu}) + w E_{in}(\mathbf{u}) \quad (5.30)$$

$$\text{subject to : } \mathbf{r}_a(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}) = \mathbf{A}(\mathbf{u})\boldsymbol{\mu} + \mathbf{B}(\mathbf{u})\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (5.31)$$

$$\mathbf{r}_s(\mathbf{u}, \phi) = \mathbf{K}(\phi)\mathbf{u} - \mathbf{t} = \mathbf{0} \quad (5.32)$$

$$g(\phi) = \frac{\int_{\Omega} d\Omega}{\int_D d\Omega} - V_{\max} \leq 0 \quad (5.33)$$

ここで、 V_{\max} は体積分率の上限値を表す。 w は重み係数を表し、これは例えば、小さく設定すると、「空力性能を向上させるために入力エネルギーが大きくなってしまっても構わない」という設計者の意図を反映することになる。

5.4.3 感度解析

本節で定式化した空力・構造多目的最適設計問題に対する設計感度を、5.3節で導出した空力性能に対する設計感度を基に導出する。随伴変数法により、目的関数の感度は以下の様に与えられる。

$$f' = \frac{f' \int_D d\Omega}{\int_D \|f'\| d\Omega} \quad (5.34)$$

ここで、設計感度 f' は次式で得られる [34]。

$$f' = \frac{dF}{d\phi} = \tilde{\mathbf{u}}^T \frac{\partial \mathbf{K}(\phi)}{\partial \phi} \mathbf{u} \quad (5.35)$$

随伴変位場 $\tilde{\mathbf{u}}$ は次式の随伴方程式を逐次的に解くことで求められる。

$$\mathbf{A}^T \tilde{\boldsymbol{\mu}} + \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\mu}} \right)^T = \mathbf{0} \quad (5.36)$$

$$\mathbf{K}^T \tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{t}} = \mathbf{0} \quad (5.37)$$

ここで、 $\tilde{\mathbf{t}}$ は次式で与えた。

$$\tilde{\mathbf{t}} = - \left[\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\mu}} + \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{u}} \boldsymbol{\mu} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{u}} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{B} \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \tilde{\boldsymbol{\mu}} \right] + w \left(\frac{\mathbf{t}}{t u^0} \right) \quad (5.38)$$

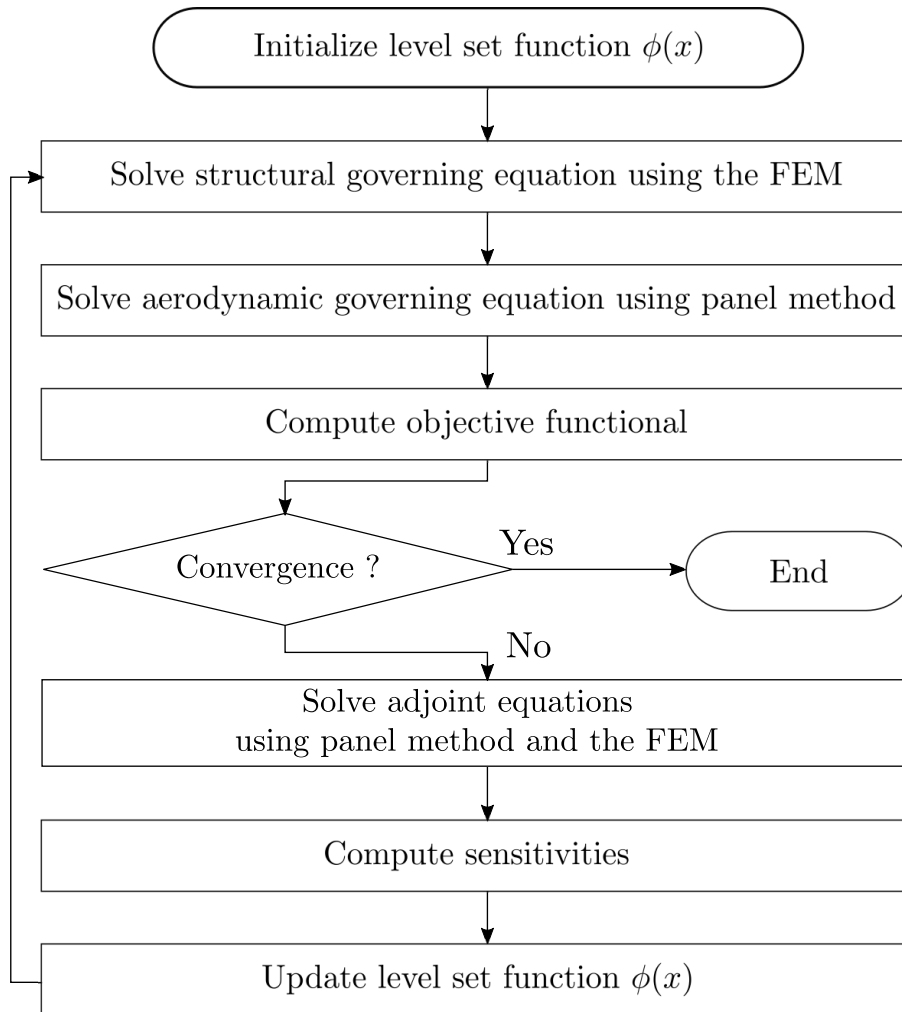


Fig. 5.5: Flowchart of compliant morphing flap design that simultaneously considers aerodynamic and structural performances.

空力性能に加えて構造性能を多目的として考慮することは、上式の右辺第2項目が追加されていることに反映されている。

5.4.4 数値実装

図5.5に提案手法のフローを示す。まず、レベルセット関数を初期化する。次に、構造の支配方程式(5.20)を有限要素法により解き変位場を求める。そして、翼型外形における変位を伝達した空力パネルを用いて空力の支配方程式(5.19)をソース・ダブルレットパネル法により解き、ダブルレット強さを求める。これらから、目的関数を評価する。このとき、収束していなければ、次に、随伴方程式(5.36)と(5.37)を逐次的に解くことで設計感度を求める。そして、その感度に基づいて、各層のレベルセット関数を式(2.5)により更新し、レベルセット関数を更新する。この過程を収束まで繰り返すことで、最適形態を求める、

5.5 数値計算例

空力解析パネルは、ノミナル翼型形状を等角分割法により 180 分割し、構造モデルは設計領域を三角形要素で 37833 分割する。空力モデルに関して流速は $U_\infty = 1.0$ m/s であり、以下の全ての数値計算例では迎角は 0 度を考えるものとする。また、構造モデルに関して材料定数はヤング率 $E = 1.0$ GPa, ポアソン比 $\nu = 0.3$ とし、翼表皮下面の柔な材料は母材に対して比率が $E_{\text{soft}}/E = 0.05$ となるようヤング率を設定する。トポロジー最適化においては、 $K = 1.0$, 正則化係数を $\tau = 1.0 \times 10^{-7}$ と設定し、また、空洞領域の縦弾性係数は物体領域の 10^{-5} 倍と設定する。以降の全ての数値計算例では、体積分率の上限値 V_{max} を 0.25, 入力荷重は水平方向左向きに作用するものとし、表面力 $\mathbf{t} = (-5.0, 0)$ N/mm と設定する。

5.5.1 最適設計解

空力性能と構造性能を考慮したコンプライアントモーフィングフラップの多目的最適設計に対して、複数の最適解候補を求めるために、重み係数を $w = 1.0, 1.5, 2.0, 4.0, 6.0$ としたときの最適化結果を示す。

目的関数と体積分率の履歴を図 5.6 に示す。また、5 つの最適化計算の目的関数に対して、揚力係数 C_L と入力エネルギー E_{in} を図 5.7 に示す。重み係数 w によっては、探索過程で目的関数の収束性が悪く、特に、空力性能である C_L の振動が構造性能 E_{in} の収束履歴と比べて目立っている。そのため、本論文では最適化計算の繰り返し回数が 250 回目の最終回の構造形態を最適解とする。各重み係数に対する最適解の C_L と E_{in} の値を表 5.1 にまとめる。 C_L と E_{in} は w が小さいほどどちらも大きく、また、 w が大きいほど反対にどちらも小さくなっていて、互いに正の相関にあることがわかる。また、最適設計問題において、 C_L は大きくしたく E_{in} は小さくしたいため、これらの関係はトレードオフとなっているといえる。重み係数は、例えば、 w の値が小さいほど「空力性能を良くするかわりに入力エネルギーは大きくなっていい」という設計の意図を反映するため、その通りの結果となっている。

Table 5.1: Lift coefficient C_L and input energy E_{in} of the optimized solutions.

Weighting factor w	Lift coefficient C_L	Input energy E_{in}
(a) $w=1.0$	1.28	16.7
(b) $w=1.5$	0.957	12.7
(c) $w=2.0$	0.749	11.8
(d) $w=4.0$	0.365	5.63
(e) $w=6.0$	0.0473	1.50

続いて、図 5.8, 5.9 に、得られた最適設計解の構造形態とその変形形状を示す。図 5.8 の構造形態を縦に比較すると、上にいくほどより後縁で荷重入力位置から伸びる部分構造が翼表皮と接続をもつ。一方、下に行くほど、入力エネルギーを小さくするために荷重入力部を変位させない構造形態となる。特に設計解 (e) では、入力エネルギー最小化を過度に優先した結果、入力部付近に材料分布が集中することで荷重入力部の変位を最小化しており、出力としての翼型外形の変形も最小限に抑えられている。こうした構造形態の変化により、大まかにみると、下に行くほど翼型の変形を妨げる構造形態となっており、これが結果として揚力係数 C_L と入力エネルギー E_{in} のどちらも減少させている。また、重み係数 $w = 2.0$ の設計解 (c) では、翼型の変形が前縁部から後縁部にかけて逆 S 字となるように、特に最後縁部付近で折れ曲がるような変形が生じている。設計解 (b) と (c) は最後縁部の変位がおおよそ等しく、水平、鉛直方向の変位を u, v とすると、(b) では $(u, v) = (7.45, 93.6)$ 、(c) では $(u, v) = (7.09, 93.5)$ となっており、設計解 (c) を基準とする v の相対誤差は 0.54 % である。一方、 C_L は 0.957 から 0.749 へ約 21.7 % 小さく、また、 E_{in} は 12.7 から 11.8 へ約 7.1 % 小さくなっている。このことは、重み係数を小さくし、荷重入力位置の変位を抑えながら揚力係数を増大させようとした場合、最後縁部の変位は大きくなるが、逆 S 字の様に空力性能の観点からは有害な変形が生じたと考えられる。

5.5.2 変形後の翼型形状と圧力分布

前節で示した複数の最適解のうち $w = 1.0, 2.0, 4.0$ の設計解に対し、変形後の翼型形状を図 5.10 で比較する。ここで、破線は変形前のノミナル翼型、実線は最適解が変形した後の翼型形状である。翼の最後縁部は w が小さいほど鉛直方向に大きく変位しており、前節で触れたように w が 1.5 と 2.0 ではほとんど変わらない。これらの変形後翼型の圧力分布を図 5.11 で比較する。 w が小さいほど、圧力曲線が囲む面積が広がっており、結果的に揚力係数が大きくなっているといえる。

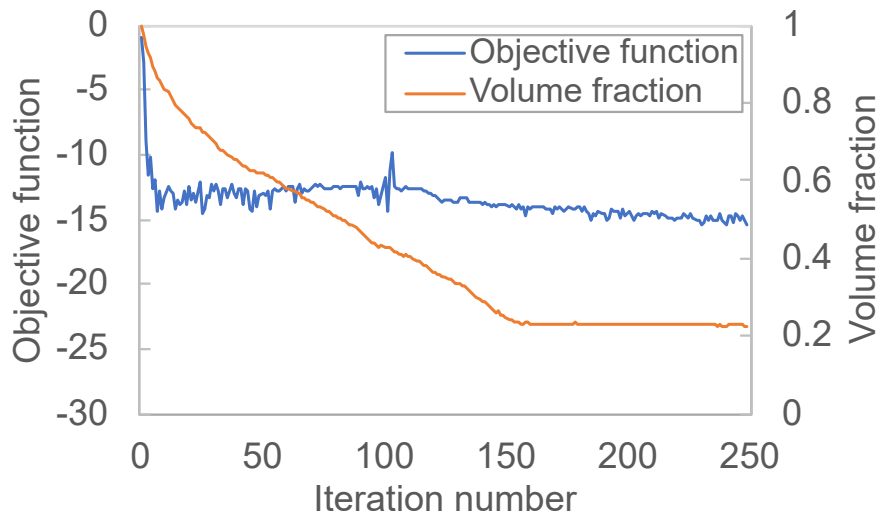
圧力分布は局所的に凹凸が確認が生じていて、例えば、いずれの設計解も x が 0.3 と 0.6 m 付近で負圧が凸となっている。この図では、縦軸を上が負の値を取るよう反転しており、おおよそ曲線の上下が翼型外形の上下面に対応している。そのため、この凸部分は、設計解における設計領域の左端上面と、設計領域中腹部分で翼表皮上面と斜めの構造部材が接続を有している部分、すなわち、局所的に曲げ変形が生じている部分に対応している。こうした圧力分布の凹凸は、完全に滑らか連続的ではないコンプライアント機構として曲げ変形実現に伴う特性といえる。しかしながら、 $w = 1.0$ であるときの圧力曲線は凸があるものの、結果として C_L は 1.28 となる程度に全体として大きな値を取っている。一方、 $w = 2.0$ の設計解では、 x がおおよそ 0.5 m の位置で、圧力曲線が囲む領域が小さくなるような変化を示している。 $w = 2.0$ の変形形状は、 $x = 0.5$ m 付近で、上面では外向きに凹で下面では凸な形状をしていることに起因すると考えられる。こうした変形は、揚力係数を減少させる主な有害変形であるといえる。なお、以上では、圧力分布を確認することで設計解の空

力特性の事後評価を行ったが、設計過程では圧力曲線や形状の幾何特徴については何ら考慮してはいない。よって、本節の数値計算例では、空力性能の観点から有害とみなした変形は、構造性能を優先、すなわち、揚力係数は向上させたいが入力エネルギーは抑えたい設計意図の結果として、空力・構造性能間のトレードオフから生じたと解釈する。

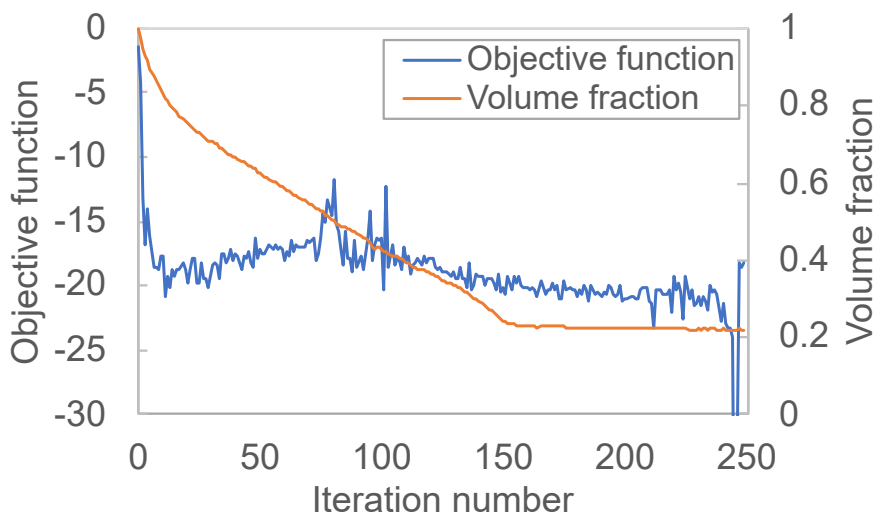
5.6 まとめ

本章では、コンプライアントモーフィング翼型の空力性能と構造性能を同時に向上させるために、空力解析を統合したトポロジー最適設計手法を提案し、空力性能に基づき構造を探索するための感度を導出した。数値計算例を通して、本研究で提案する方法の妥当性を検証した。結果を以下に示す。

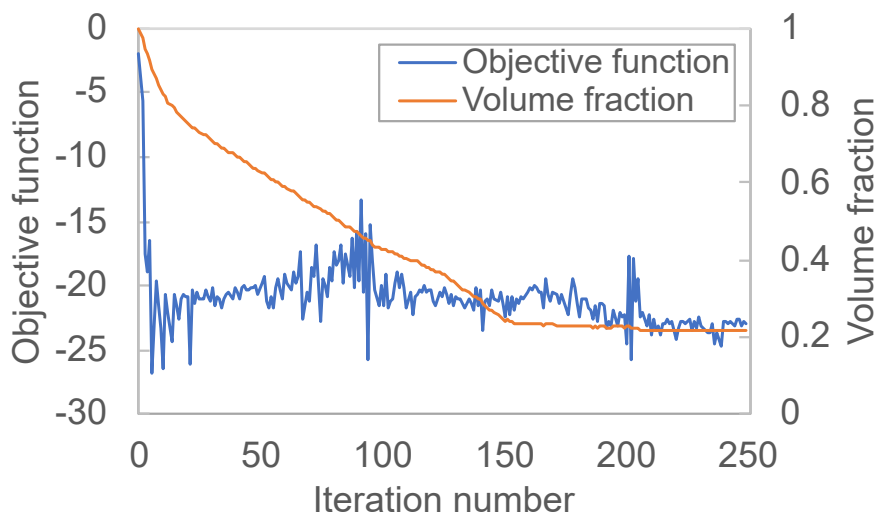
1. 最適設計過程における変形した翼型の空力性能を評価するために、計算コストが安価なポテンシャル流れに基づくソース・ダブルットパネル法を構造解析のための有限要素法と組み合わせることでトポロジー最適設計方へと統合した。
2. 変形した後の翼型の空力性能を向上させるための設計感度を導出した。そこでは、構造から空力への一方向作用のみを仮定し、設計変数により変化する構造応答によりまた変化する翼型空力応答に基づく目的関数に対する設計感度を随伴変数法により求めた。
3. 最適設計問題の定式化では、空力性能には揚力係数、構造性能には入力エネルギーを考え、線形和スカラー化により多目的最適設計問題を定式化した。
4. 数値計算例を通して、本章の提案手法の検証を行った。すなわち、複数の最適解候補を求めることで、空力性能と構造性能とのトレードオフ関係を明らかにした。そこでは、設計意図を反映させる重み係数に応じて、最適設計解の構造形態が変化し、結果としての構造変形が揚力係数を増大させるか、あるいは、入力エネルギーを抑えるかのいずれかを優先させることを確かめた。また、構造性能を優先することで結果的に、有害な変形形状が生じて空力性能が劣ることがわかった。



(a) $w = 1.0$

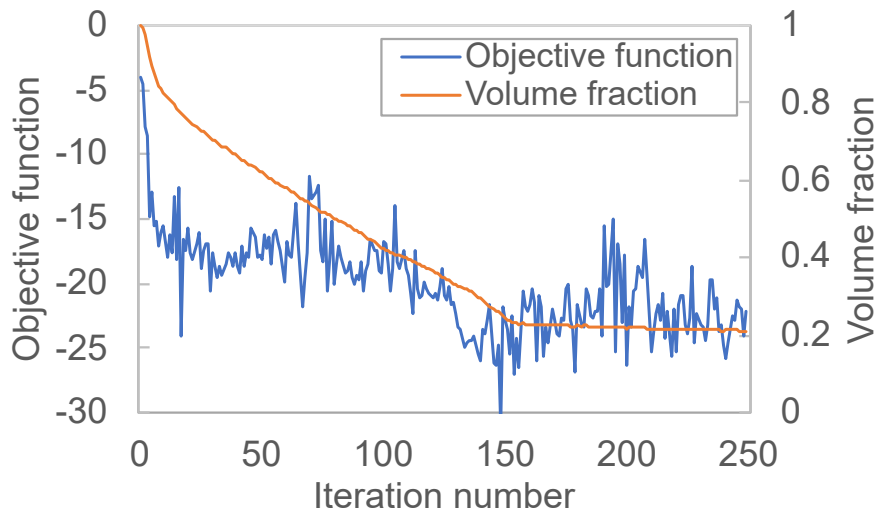


(b) $w = 1.5$

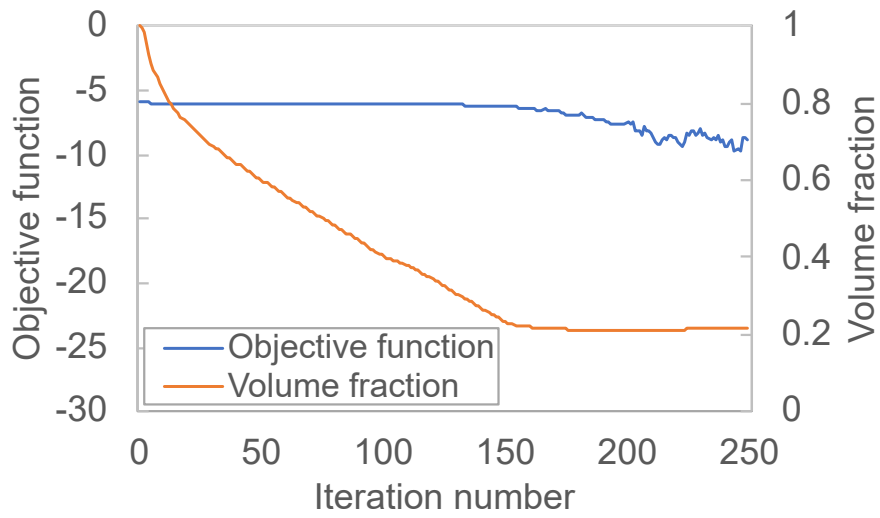


(c) $w = 2.0$

Fig. 5.6: Convergence history of optimization: Objective function and volume fraction (continued).



(d) $w = 4.0$



(e) $w = 6.0$

Fig. 5.6: Convergence history of optimization: Objective function and volume fraction.

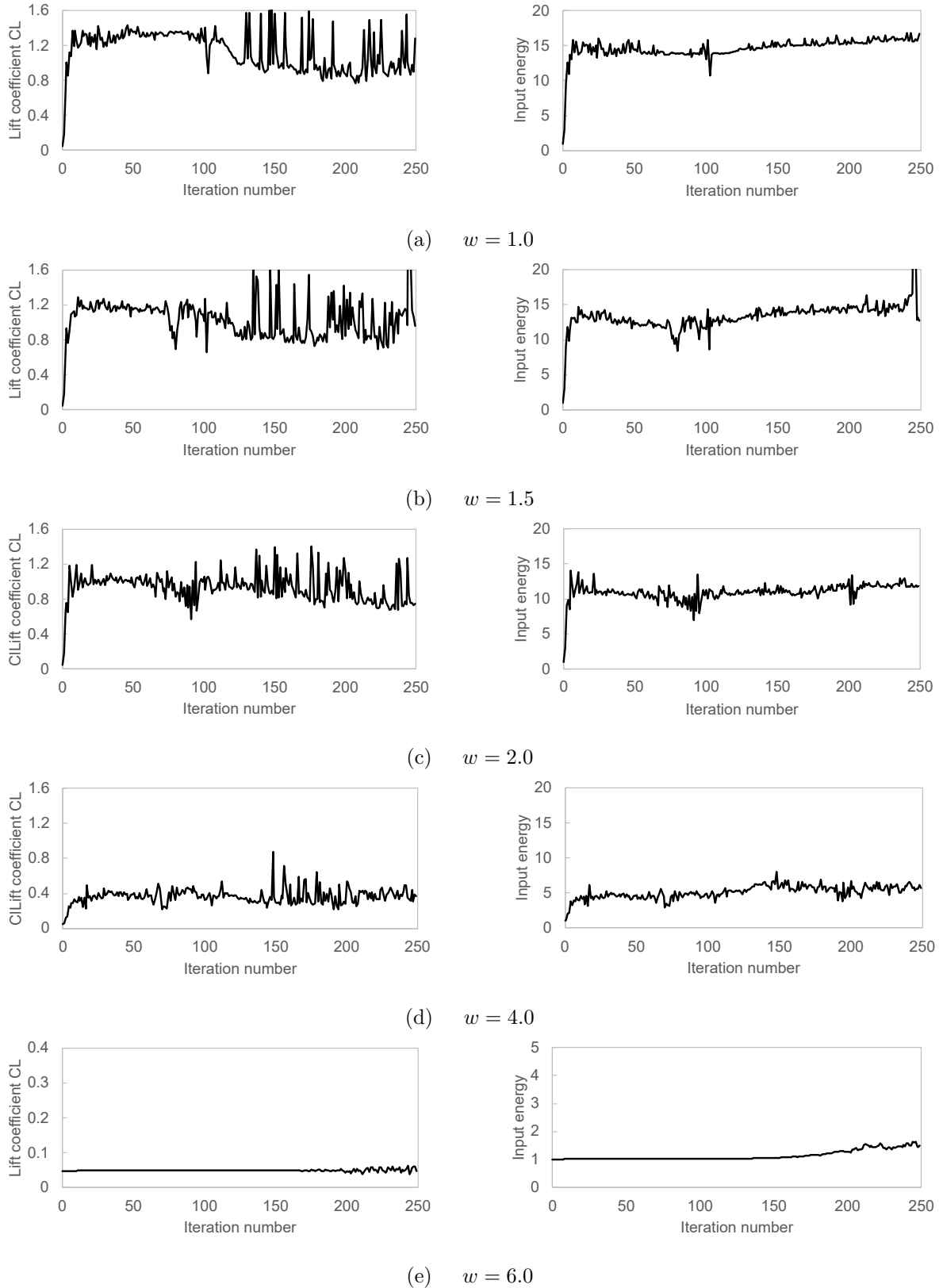


Fig. 5.7: Convergence history of optimization calculations: (Left) Lift coefficient C_L ; (Right) Input energy E_{in} .



(a) $w = 1.0$



(b) $w = 1.5$



(c) $w = 2.0$



(d) $w = 4.0$

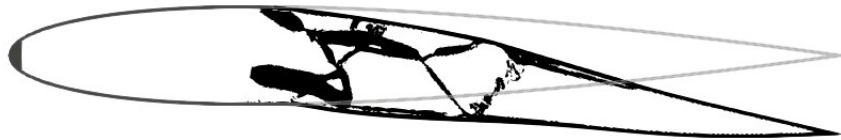


(e) $w = 6.0$

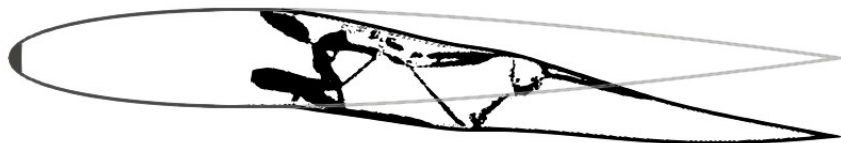
Fig. 5.8: Structural configurations of the optimized solutions.



(a) $w = 1.0$



(b) $w = 1.5$



(c) $w = 2.0$



(d) $w = 4.0$



(e) $w = 6.0$

Fig. 5.9: The deformed shapes of the optimized solutions.

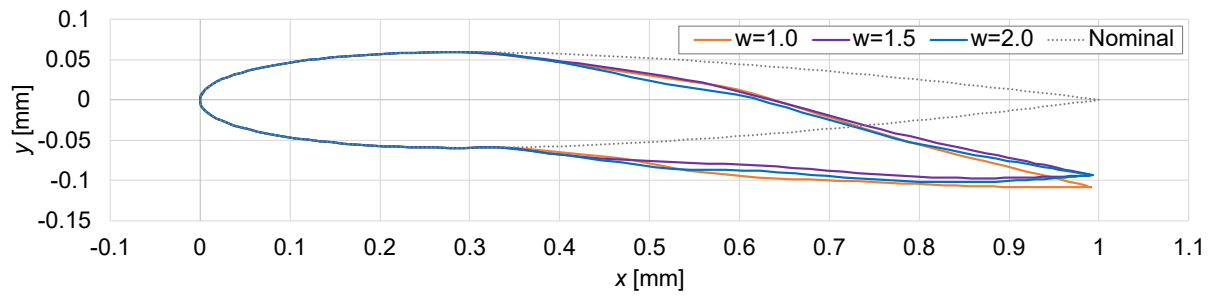


Fig. 5.10: Comparison of the deformed airfoil shape of the optimized solutions.

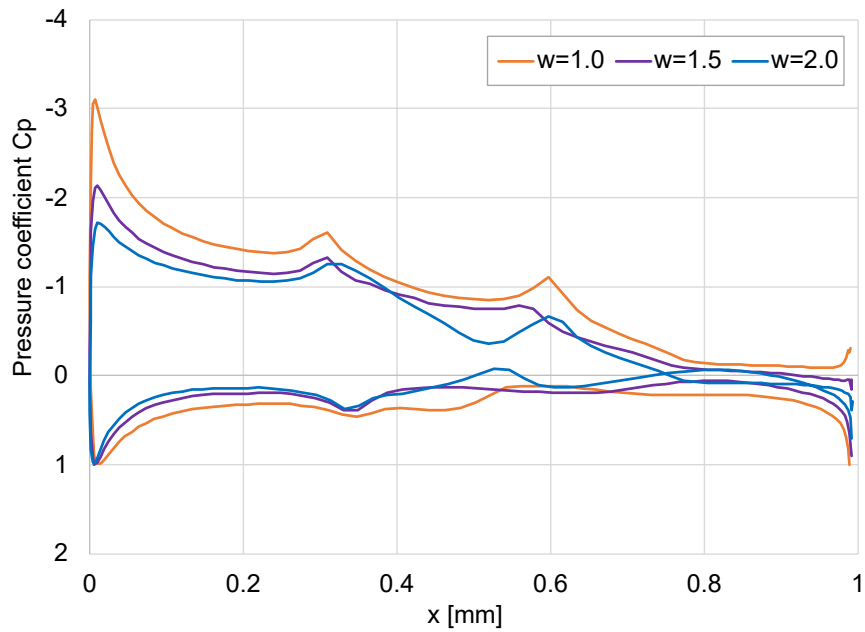


Fig. 5.11: Comparison of pressure distribution of the deformed airfoil shape of the optimized solutions.

第6章

結論

6.1 結論

本論文では、コンプライアントモーフィング翼型の最適構造形態をトポロジー最適設計により明らかにすることを目的とした研究を行った。

以下に、各章で得られた知見を整理する。

第3章

本章では、同一構造でありながら複数の異なる目標形状へと達成するモーフィングフラップを得るため、多入力多出力系を考慮した多目的トポロジー最適設計を構築した。数値計算例を通して、本研究で提案する方法の妥当性を検証した。結果を以下に示す。

1. 変形可能な形状の自由度を向上させるために、複数の異なる構造形態が異なる荷重入力を負荷されて協働する多層構造を提案し、計算効率を良くするため、連成解析を用いることで2次元によりモデル化する手法を提案した。
2. 効率よくトレードオフ関係の中からパレート最適解を探索するため、多目的最適設計問題の定式化においては満足化トレードオフ法を採用した。
3. 最適設計問題の定式化では、目標形状へと達成するためにRMS誤差を最小化すべき目的関数と設定した。満足化トレードオフ法に基づき、同一構造が荷重入力の切り替えにより異なる2つの目標形状へと達成するための多目的最適設計問題を定式化した。
4. 数値計算例を通して、本章の提案手法の検証を行った。まず、単一の目標形状へと達成する多層構造モーフィングフラップの最適構造を求め、多層構造化により異なるリブ層が協働する効果と2次元モデル化の妥当性を確認した。それから、2つの異なる目標形状へと達成することを考えた多目的最適設計問題では、複数求めたパレート最適解の中から、荷重条件を切り替えることで同一構造でありながら異なる2つの目標形状を達成する最適解候補を明らかにした。さらに、パレート最適解を比較することで最適解の構造形態に表れるトレードオフ関係について議論し、最後に、空力性能を

評価することでRMS誤差による最適設計の妥当性を確認した。

第4章

本章では、コンプライアントモーフィングフラップの有限変形を考慮してトポロジー最適設計を行うため、有限変形解析と、数値不安定を回避し、かつ、構造を厳密に表現するための手法とを併せて統合するトポロジー最適設計を提案した。数値計算例を通して、本研究で提案する方法の妥当性を検証した。結果を以下に示す。

1. コンプライアントモーフィング翼型の有限変形するときの非線形性として、主に幾何学非線形を考慮するために圧縮性ネオフック体の構成則を採用し、有限変形解析の定式化を行った。
2. 数値不安定を回避し、かつ、構造を厳密に表現するために、最適計算の過程で変化するレベルセット関数に応じて構造境界を厳密に表現し、空洞領域を完全に取り除くための構造表現手法をメッシュアダプテーション法を応用することで提案した。複数の孔を有する片持ち梁の有限変形解析を通して、数値不安定解消の効果を確認した。
3. 最適設計問題の定式化では、提案構造表現手法により厳密に空洞領域を取り除くことで構造接続の分断を招く一点ヒンジ接続を避けるため、入出力荷重が作用するときのエンドコンプライアンスを同時に考慮する多目的最適設計問題の定式化を行った。感度解析では、有限変形理論に基づく目的関数の設計変数に関する設計感度を導出した。有限変形解析と提案構造表現手法を併せてトポロジー最適設計へと統合する最適化アルゴリズムを構築した。
4. 数値計算例を通して、本研究で提唱する方法論の検証を行った。すなわち、提案構造表現手法により有限変形解析が失敗することなく最適設計解が得られることを示した。また、変形挙動が線形であるときと非線形であるときの最適設計解を比較し、コンプライアントモーフィング翼型の非線形変形を考慮する設計が重要であるとの結論を得た。数値計算例の最後に、得られた最適設計解の空力性能を評価した。ここでは、事前に設定した目標形状をよく達成したからといって、目標形状が持つ空力性能とよく一致するわけではない。これは、空力性能を直接考慮せずに、目標形状を介して最適解に反映させようとした結果である。空力性能を考慮し、かつ、構造性能を同時に考慮することが、空力・構造ともに優れたコンプライアントモーフィングフラップを設計するためにより有効な一方策となるとの見通しを得た。

第5章

本章では、コンプライアントモーフィング翼型の空力性能と構造性能を同時に向上させるために、空力解析を統合したトポロジー最適設計手法を提案し、空力性能に基づき構造

を探索するための感度を導出した。数値計算例を通して、本研究で提案する方法の妥当性を検証した。結果を以下に示す。

1. 最適設計過程における変形した翼型の空力性能を評価するために、計算コストが安価なポテンシャル流れに基づくソース・ダブレットパネル法を構造解析のための有限要素法と組み合わせることでトポロジー最適設計方へと統合した。
2. 変形した後の翼型の空力性能を向上させるための設計感度を導出した。ここでは、構造から空力への一方向作用のみを仮定し、設計変数により変化する構造応答によりまた変化する翼型空力応答に基づく目的関数に対する設計感度を随伴変数法により求めた。
3. 最適設計問題の定式化では、空力性能には揚力係数、構造性能には入力エネルギーを考え、線形和スカラー化により多目的最適設計問題を定式化した。
4. 数値計算例を通して、本章の提案手法の検証を行った。すなわち、複数の最適解候補を求めることで、空力性能と構造性能とのトレードオフ関係を明らかにした。ここでは、設計意図を反映させる重み係数に応じて、最適設計解の構造形態が変化し、結果としての構造変形が揚力係数を増大させるか、あるいは、入力エネルギーを抑えるかのいずれかを優先させることを確かめた。また、構造性能を優先することで結果的に、有害な変形形状が生じて空力性能が劣ることがわかった。

以上より、空力と構造の両観点から優れたコンプライアントモーフィング翼型を明らかにするトポロジー最適設計手法を提案した。多層構造化および2入力2出力系を考慮した多目的最適設計問題を提案し、同一構造で2つの異なる飛行状況に適した目標形状に変形する最適解を明らかにした。また、数値安定性と構造表現の厳密さを兼ね備えた構造表現手法と有限変形解析とを統合したトポロジー最適設計手法を提案し、目標形状へと有限変形を考慮して達成するコンプライアントモーフィング翼型を明らかにした。さらに、従来では必要であった目標形状の事前設定を不要とし、空力性能と構造性能を同時に最適化するトポロジー最適設計手法を提案した。結果としての変形形状とその内部機構とがそれぞれ空力・構造の観点から優れている設計解を明らかにした。これにより、本研究を通して構築した、コンプライアントモーフィング翼型のトポロジー最適化に基づく設計手法の設計自由度の高さの有効性、および設計解の実用性を高められる可能性、空力・構造同時最適化の必要性を示した。

6.2 今後の課題

以下に、今後の課題について示す。

1. 本論文では、第4章で、有限変形を考慮したトポロジー最適設計手法を開発し、コンプライアントモーフィング翼型の設計に対する有効性を示した。一方、ここでは、有限変形解析を用いることによる計算コストの大幅な増加が問題となる。単に数値計算

モデルの忠実度を向上させるだけでなく、同時に計算コストを抑える工夫をすることが今後の課題として挙げられる。

2. 本論文では、第5章で、変形した後の翼型の空力性能を向上させるトポロジー最適設計手法を提案した。そこでは、構造から空力への一方向作用のみを考慮しているが、軽くて柔軟に変形できるコンプライアントモーフィング翼型を得ようとする、空力から受ける空力を考慮することも必要となってくる。空力からの作用を考慮した結果としての翼型変形がより優れた空力性能を発揮できるために、静的な空力弾性に基づくトポロジー最適設計の開発が、今後の課題として挙げられる。
3. 本研究では、コンプライアントモーフィング翼型をトポロジー最適設計法により明らかにする数理設計手法を提案した。しかしながらそこでは、数理設計に留まっており製造にまでは至っていない。材料の強度や製造方法などを考慮した設計解の実現性評価や最適設計を行うこと、さらには試作による動作検証を行うことが、今後の課題として挙げられる。
4. 本研究では、コンプライアントモーフィング翼型を、空力性能と構造性能に着目し、これらを向上させるためのトポロジー最適設計手法を提案した。しかし、実際の飛行時には、アクチュエータや制御など、航空機システムにおける他の要素との関係の中で、機能することが求められる。こうした他領域を複合して考慮できる数理モデルの構築および最適設計問題への拡張が、今後の課題として挙げられる。

参考文献

- [1] S. Barbarino, O. Bilgen, R. M. Ajaj, M. I. Friswell, D. J. Inman: “A review of morphing aircraft”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, No. 9, pp. 823–877 (2011)
- [2] A. Sofla, S. Meguid, K. Tan, W. Yeo: “Shape morphing of aircraft wing: Status and challenges”, *Materials & Design*, Vol. 31, No. 3, pp. 1284–1292 (2010)
- [3] 玉山雅人: “モーフィングに関する動向”, *ながれ: 日本流体力学会誌*, Vol. 28, No. 4, pp. 277–284 (2009)
- [4] N. Tsushima, M. Tamayama: “Recent researches on morphing aircraft technologies in Japan and other countries”, *Mechanical Engineering Reviews*, Vol. 6, No. 2, pp. 19–00197 (2019)
- [5] S. Kota, R. Osborn, G. Ervin, D. Maric, P. Flick, D. Paul: “Mission adaptive compliant wing—design, fabrication and flight test”, in RTO Applied Vehicle Technology Panel (AVT) Symposium, Vol. 168, pp. 1–18 (2009)
- [6] J. Hetrick, R. Osborn, S. Kota, P. Flick, D. Paul: “Flight testing of mission adaptive compliant wing”, in 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, p. 1709 (2007)
- [7] L. L. Howell: *Compliant mechanisms*, Wiley (2001)
- [8] A. De Gaspari, S. Ricci: “A two-level approach for the optimal design of morphing wings based on compliant structures”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 22, No. 10, pp. 1091–1111 (2011)
- [9] G. Molinari, A. F. Arrieta, P. Ermanni: “Aero-structural optimization of three-dimensional adaptive wings with embedded smart actuators”, *AIAA Journal*, Vol. 52, No. 9, pp. 1940–1951 (2014)
- [10] S. Vasista, A. De Gaspari, S. Ricci, J. Riemenschneider, H. P. Monner, B. van de Kamp: “Compliant structures-based wing and wingtip morphing devices”, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Vol. 88, No. 2, pp. 311–330 (2016)

- [11] V. Cavalieri, A. De Gaspari, S. Ricci: “Optimization of compliant adaptive structures in the design of a morphing droop nose”, *Smart Materials and Structures*, Vol. 29, No. 7, p. 075020 (2020)
- [12] F. Dexl, A. Hauffe, K. Wolf: “Multidisciplinary multi-objective design optimization of an active morphing wing section”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 62, pp. 2423–2440 (2020)
- [13] F. Dexl, A. Hauffe, K. Wolf: “Comparison of structural parameterization methods for the multidisciplinary optimization of active morphing wing sections”, *Computers & Structures*, Vol. 263, p. 106743 (2022)
- [14] P. D. L. Jensen, F. Wang, I. Dimino, O. Sigmund: “Topology optimization of large-scale 3D morphing wing structures”, *Actuators*, Vol. 10, No. 9, p. 217 (2021)
- [15] H. P. Monner: “Realization of an optimized wing camber by using formvariable flap structures”, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 5, No. 7, pp. 445–455 (2001)
- [16] J. D. Bartley-Cho, D. P. Wang, C. A. Martin, J. N. Kudva, M. N. West: “Development of high-rate, adaptive trailing edge control surface for the smart wing phase 2 wind tunnel model”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 15, No. 4, pp. 279–291 (2004)
- [17] B. K. S. Woods, M. I. Friswell: “Preliminary investigation of a fishbone active camber concept”, in *Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems*, Vol. 45103, pp. 555–563 (2012)
- [18] A. Falken, S. Steeger, O. Heintze, R. De Breuker: “From development of multi-material skins to morphing flight hardware production”, in *24th AIAA/AHS Adaptive Structures Conference*, p. 0318 (2016)
- [19] X. Ren, R. Das, P. Tran, T. D. Ngo, Y. M. Xie: “Auxetic metamaterials and structures: a review”, *Smart Materials and Structures*, Vol. 27 (2018)
- [20] P. B. Leal, M. A. Savi: “Shape memory alloy-based mechanism for aeronautical application: Theory, optimization and experiment”, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 76, pp. 155–163 (2018)
- [21] G. Molinari, A. F. Arrieta, M. Guillaume, P. Ermanni: “Aerostructural performance of distributed compliance morphing wings: wind tunnel and flight testing”, *AIAA journal*, Vol. 54, No. 12, pp. 3859–3871 (2016)

- [22] D. Li, S. Zhao, A. Da Ronch, J. Xiang, J. Drofelnik, Y. Li, L. Zhang, Y. Wu, M. Kintscher, H. P. Monner *et al.*: “A review of modelling and analysis of morphing wings”, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 100, pp. 46–62 (2018)
- [23] 小木曾望: “モーフィング翼における最適設計法の活用”, *日本航空宇宙学会誌*, Vol. 64, No. 6, pp. 180–185 (2016)
- [24] G. Nakamura, K. Uehara, N. Kogiso, T. Yokozeki: “Optimum morphing shape design for morphing wing with corrugated structure using RBF network”, in *Advances in Structural and Multidisciplinary Optimization: Proceedings of the 12th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO12)* 12, pp. 916–930 (2018)
- [25] A. Tsuda, N. Kogiso, M. Tamayama, T. Yamada, K. Izui, S. Nishiwaki: “Optimum design of compliant mechanism for morphing wing structure using level set based topology optimization”, in *12th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 262 (2017)
- [26] C. Herrera, N. Spivey, S.-f. Lung, G. Ervin, P. Flick: “Aeroelastic response of the actuator transition section”, in *57th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, p. 0467 (2016)
- [27] A. De Gaspari, L. Riccobene, S. Ricci: “Design, manufacturing and wind tunnel validation of a morphing compliant wing”, *Journal of Aircraft*, Vol. 55, No. 6, pp. 2313–2326 (2018)
- [28] K. Taguchi, K. Fukunishi, S. Takazawa, Y. Sunada, T. Imamura, K. Rinoie, T. Yokozeki: “Experimental study about the deformation and aerodynamic characteristics of the passive morphing airfoil”, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 63, No. 1, pp. 18–23 (2020)
- [29] T. Yokozeki, A. Sugiura, Y. Hirano: “Development of variable camber morphing airfoil using corrugated structure”, *Journal of Aircraft*, Vol. 51, No. 3, pp. 1023–1029 (2014)
- [30] G. Allaire: *Shape Optimization by the Homogenization Method*, Springer (2002)
- [31] M. P. Bendsøe, N. Kikuchi: “Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 197–224 (1988)
- [32] M. P. Bendsøe, O. Sigmund: “Material interpolation schemes in topology optimization”, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 635–654 (1999)

- [33] M. Y. Wang, X. Wang, D. Guo: “A level set method for structural topology optimization”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 192, No. 1-2, pp. 227–246 (2003)
- [34] G. Allaire, F. Jouve, A.-M. Toader: “Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 194, No. 1, pp. 363–393 (2004)
- [35] N. P. Van Dijk, K. Maute, M. Langelaar, F. Van Keulen: “Level-set methods for structural topology optimization: a review”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 48, pp. 437–472 (2013)
- [36] O. Sigmund, K. Maute: “Topology optimization approaches: A comparative review”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 48, No. 6, pp. 1031–1055 (2013)
- [37] Z. Luo, M. Y. Wang, S. Wang, P. Wei: “A level set-based parameterization method for structural shape and topology optimization”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 76, No. 1, pp. 1–26 (2008)
- [38] T. Yamada, K. Izui, S. Nishiwaki, A. Takezawa: “A topology optimization method based on the level set method incorporating a fictitious interface energy”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. 45-48, pp. 2876–2891 (2010)
- [39] M. Otomori, T. Yamada, K. Izui, S. Nishiwaki: “Matlab code for a level set-based topology optimization method using a reaction diffusion equation”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 51, pp. 1159–1172 (2015)
- [40] H. Nakayama, Y. Sawaragi: “Satisficing trade-off method for multiobjective programming and its applications”, *IFAC Proceedings Volumes*, Vol. 17, No. 2, pp. 1345–1350 (1984)
- [41] K. Miettinen: *Nonlinear multiobjective optimization*, Springer Science & Business Media, Vol. 12 (1999)
- [42] 中山弘隆: 多目的最適化と工学設計-しなやかシステム工学アプローチ, 現代図書 (2007)
- [43] COMSOL: “COMSOL multiphysics reference manual, version 5.3.”
- [44] S. Kitayama, K. Yamazaki: “Compromise point incorporating trade-off ratio in multi-objective optimization”, *Applied Soft Computing*, Vol. 12, No. 8, pp. 1959–1964 (2012)

- [45] O. Sigmund: “On the design of compliant mechanisms using topology optimization”, *Journal of Structural Mechanics*, Vol. 25, No. 4, pp. 493–524 (1997)
- [46] M. Drela: “XFOIL: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils”, in *Low Reynolds Number Aerodynamics: Proceedings of the Conference Notre Dame, Indiana, USA, 5–7 June 1989*, pp. 1–12 (1989)
- [47] B. Zhu, X. Zhang, H. Zhang, J. Liang, H. Zang, H. Li, R. Wang: “Design of compliant mechanisms using continuum topology optimization: A review”, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 143, p. 103622 (2020)
- [48] C. B. Pedersen, T. Buhl, O. Sigmund: “Topology synthesis of large-displacement compliant mechanisms”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 50, No. 12, pp. 2683–2705 (2001)
- [49] Y. Wang, Z. Luo, J. Wu, N. Zhang: “Topology optimization of compliant mechanisms using element-free galerkin method”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 85, pp. 61–72 (2015)
- [50] L. Liu, J. Xing, Q. Yang, Y. Luo *et al.*: “Design of large-displacement compliant mechanisms by topology optimization incorporating modified additive hyperelasticity technique”, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2017 (2017)
- [51] T. Buhl, C. B. Pedersen, O. Sigmund: “Stiffness design of geometrically nonlinear structures using topology optimization”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 19, pp. 93–104 (2000)
- [52] 真鍋匡利, 山田崇恭, 泉井一浩, 西脇眞二: “粒子法を用いたレベルセット法による形状表現に基づくトポロジー最適化”, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 77, No. 784, pp. 2054–2066 (2011)
- [53] F. Wang, B. S. Lazarov, O. Sigmund, J. S. Jensen: “Interpolation scheme for fictitious domain techniques and topology optimization of finite strain elastic problems”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 276, pp. 453–472 (2014)
- [54] Q. Chen, X. Zhang, B. Zhu: “A 213-line topology optimization code for geometrically nonlinear structures”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 59, pp. 1863–1879 (2019)
- [55] M. P. Bendsoe, O. Sigmund: *Topology optimization: theory, methods, and applications*, Springer Science & Business Media (2003)

- [56] G. Allaire, C. Dapogny, P. Frey: “A mesh evolution algorithm based on the level set method for geometry and topology optimization”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 48, pp. 711–715 (2013)
- [57] C. Dapogny, C. Dobrzynski, P. Frey: “Three-dimensional adaptive domain remeshing, implicit domain meshing, and applications to free and moving boundary problems”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 262, pp. 358–378 (2014)
- [58] Q. Xia, T. Shi: “Topology optimization of compliant mechanism and its support through a level set method”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 305, pp. 359–375 (2016)
- [59] Q. Xia, T. Shi: “Stiffness optimization of geometrically nonlinear structures and the level set based solution”, *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization*, Vol. 7, p. A3 (2016)
- [60] J. Bonet, R. Wood: “Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis”, *2nd edn Cambridge University Press* (2008)
- [61] 松井和己, 寺田賢二郎, 西脇眞二, 石橋慶輝: “有限変形を伴う構造物に対する consistent トポロジー最適化手法”, *日本計算工学会論文集*, Vol. 2001, pp. 20 010 046–20 010 046 (2001)
- [62] 西野崇行, 加藤準治, 京谷孝史: “幾何学的非線形性と荷重条件の不確かさを考慮したトポロジー最適化”, *日本計算工学会論文集*, Vol. 2019, pp. 20 190 004–20 190 004 (2019)
- [63] E. A. de Souza Neto, D. Peric, D. R. Owen: *Computational methods for plasticity: theory and applications*, John Wiley & Sons (2011)
- [64] H. Li, T. Kondoh, P. Jolivet, K. Furuta, T. Yamada, B. Zhu, K. Izui, S. Nishiwaki: “Three-dimensional topology optimization of a fluid–structure system using body-fitted mesh adaption based on the level-set method”, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 101, pp. 276–308 (2022)
- [65] F. Hecht: “New development in freefem++”, *Journal of Numerical Mathematics*, Vol. 20, No. 3-4, pp. 251–266 (2012)
- [66] K. Sato, T. Yokozeki: “Aero-structural evaluation of morphing control surface using corrugated panels”, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan*, Vol. 15, No. APISAT-2016, pp. a7–a15 (2017)
- [67] 曾根田健輔, 横関智弘, 今村太郎: “コルゲート型モーフィング翼の空力構造連成解析の効率化に関する検討”, *日本機械学会論文集*, Vol. 85, No. 878, pp. 19–00 083 (2019)

- [68] T. Majid, B. W. Jo: “Comparative aerodynamic performance analysis of camber morphing and conventional airfoils”, *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 22, p. 10663 (2021)
- [69] G. J. Kennedy, J. R. Martins: “A parallel aerostructural optimization framework for aircraft design studies”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 50, pp. 1079–1101 (2014)
- [70] C. Conlan-Smith, C. Schousboe Andreasen: “Aeroelastic optimization of aircraft wings using a coupled three-dimensional panel-beam model”, *AIAA Journal*, Vol. 59, No. 4, pp. 1374–1386 (2021)
- [71] C. Conlan-Smith, N. Ramos-García, C. Schousboe Andreasen: “Aerodynamic shape optimization of highly nonplanar raised and drooped wings”, *Journal of Aircraft*, Vol. 59, No. 1, pp. 206–218 (2022)
- [72] L. C. Høghøj, C. Conlan-Smith, O. Sigmund, C. S. Andreasen: “Simultaneous shape and topology optimization of wings”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 66, No. 5, p. 116 (2023)
- [73] P. Gomes, R. Palacios: “Aerodynamic-driven topology optimization of compliant airfoils”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 62, pp. 2117–2130 (2020)
- [74] J. Katz, A. Plotkin: *Low-speed aerodynamics*, Cambridge University Press, Vol. 13 (2001)

付録 A

多層構造化したコンプライアント機構の目標形状達成を考慮した感度解析

いま、制約条件として、断面積制約と状態場に関する支配方程式を与える。層1と層2の2つの領域 Ω^1 , Ω^2 を考え、次のように定式化する。

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } F(\Omega(\phi)) &= \sum_{n=1}^2 \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^n - U_i\|^2 d\Gamma \right\}^{1/2} \\ &+ \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^2 - U_i\|^p d\Gamma \right\}^{1/p} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

$$\text{subject to: } G(\Omega^n(\phi)) = \int_{\Omega^n} d\Omega - V_{\max}^n \leq 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\text{div}(C_{ijkl}^n u_{k,l}^n) = 0 \quad \text{on } \Omega^n \quad (\text{A.3})$$

$$u_i^n = \bar{u}_i^n \quad \text{in } \Gamma_u^n \quad (\text{A.4})$$

$$t_i^n = \bar{t}_i^n + k^n u_i^n \quad \text{in } \Gamma_t^n \quad (\text{A.5})$$

$$u_i^1 = u_i^2 \quad \text{in } \Gamma_I \quad (\text{A.6})$$

ここで、上付添字 n は領域の番号であり、各領域に対し、 Γ_u が変位を規定する境界、 Γ_t が荷重を規定する境界、 Γ_I が各層を接続する境界である。ここでは、 Γ_I は翼表皮の表面境界である。 u_i は変位、 $t_i = C_{ijkl} u_{k,l}$ は荷重、 C_{ijkl} は弾性テンソルを表す。 \bar{u}_i , \bar{t}_i は規定された変位、荷重をそれぞれ表す。 t_i は入力荷重を表し、 k は機能1を達成するために導入したばね要素のばね定数である。式 (A.6) が、多層コンプライアント機構における翼表皮での変位規定である。

ここで、ラグランジュ未定乗数法を用いて、上述の最適設計問題を無制約問題に置き換える。すなわち、ラグランジュ未定乗数を $\lambda^1, \lambda^2, \tilde{u}_i^1, \tilde{u}_i^2, \lambda_i$ とすれば、上述の最適化問題は

次式となる.

$$\begin{aligned}
\bar{F} = & \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^1 - U_i\|^p d\Gamma \right\}^{1/p} + \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^2 - U_i\|^p d\Gamma \right\}^{1/p} \\
& + \lambda^1 \left(\int_{\Omega^1} d\Omega - V_{\max}^1 \right) + \lambda^2 \left(\int_{\Omega^2} d\Omega - V_{\max}^2 \right) \\
& + \int_{\Omega^1} \tilde{u}_i^1 \operatorname{div}(C_{ijkl}^1 u_{k,l}^1) d\Omega - \int_{\Gamma_t^1} \tilde{u}_i^1 \{t_i^1 - (\bar{t}_i^1 + k^1 u_i^1)\} d\Gamma \\
& + \int_{\Omega^2} \tilde{u}_i^2 \operatorname{div}(C_{ijkl}^2 u_{k,l}^2) d\Omega - \int_{\Gamma_t^2} \tilde{u}_i^2 \{t_i^2 - (\bar{t}_i^2 + k^2 u_i^2)\} d\Gamma \\
& - \int_{\Gamma_I} \lambda_i (u_i^1 - u_i^2) d\Gamma
\end{aligned} \tag{A.7}$$

グリーンの発散定理より, 上式は以下のように書き直せる.

$$\begin{aligned}
\bar{F} = & \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^1 - U_i\|^p d\Gamma \right\}^{1/p} + \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^2 - U_i\|^p d\Gamma \right\}^{1/p} \\
& + \lambda^1 \left(\int_{\Omega^1} d\Omega - V_{\max}^1 \right) + \lambda^2 \left(\int_{\Omega^2} d\Omega - V_{\max}^2 \right) \\
& + \left(\int_{\Gamma^1} \tilde{u}_i^1 t_i^1 d\Gamma - \int_{\Omega^1} \tilde{u}_{i,j}^1 C_{ijkl}^1 u_{k,l}^1 d\Omega \right) \\
& - \int_{\Gamma_t^1} \tilde{u}_i^1 \{t_i^1 - (\bar{t}_i^1 + k^1 u_i^1)\} d\Gamma \\
& + \left(\int_{\Gamma^2} \tilde{u}_i^2 t_i^2 d\Gamma - \int_{\Omega^2} \tilde{u}_{i,j}^2 C_{ijkl}^2 u_{k,l}^2 d\Omega \right) \\
& - \int_{\Gamma_t^2} \tilde{u}_i^2 \{t_i^2 - (\bar{t}_i^2 + k^2 u_i^2)\} d\Gamma \\
& - \int_{\Gamma_I} \lambda_i (u_i^1 - u_i^2) d\Gamma
\end{aligned} \tag{A.8}$$

トポロジカルデリバティブ \bar{F}' は次式で定義される [39].

$$\bar{F}' = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\delta \bar{F}}{-\pi \varepsilon^2} \tag{A.9}$$

領域 Ω^1 , Ω^2 においてトポロジカルデリバティブはそれぞれ次式となる.

$$\begin{aligned}
\bar{F}' &= -\tilde{u}_{i,j}^1 A_{ijkl}^1 u_{k,l}^1 + \lambda^1 && \text{on } \Omega^1 \\
\bar{F}' &= -\tilde{u}_{i,j}^2 A_{ijkl}^2 u_{k,l}^2 + \lambda^2 && \text{on } \Omega^2
\end{aligned} \tag{A.10}$$

なお, A_{ijkl} は次式で定義される.

$$\begin{aligned}
A_{ijkl} = & \frac{3(1-\nu)}{2(1+\nu)(7-5\nu)} \left\{ \frac{-(1-14\nu+15\nu^2)E}{(1-2\nu)^2} \delta_{ij} \delta_{kl} \right. \\
& \left. + 5E(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \right\}
\end{aligned} \tag{A.11}$$

ここで、 E はヤング率、 ν はポアソン比、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。詳細は文献 [39] を参照されたい。

次に示す随伴場に関する支配方程式を満たす変位場として、随伴変位場 \tilde{u}_i および随伴変位場の境界荷重 \tilde{t}_i を定義する。

$$\operatorname{div}(C_{ijkl}^n \tilde{u}_{k,l}^n) = 0 \quad \text{on } \Omega^n \quad (\text{A.12})$$

$$\tilde{u}_i^n = 0 \quad \text{in } \Gamma_u^n \quad (\text{A.13})$$

$$\tilde{t}_i^n = k_{\text{in}} u_i^n \quad \text{in } \Gamma_t^n \quad (\text{A.14})$$

$$\tilde{t}_i = T_i \quad \text{in } \Gamma_I \quad (\text{A.15})$$

$$\tilde{u}_i^1 = \tilde{u}_i^2 \quad \text{in } \Gamma_I \quad (\text{A.16})$$

このとき $n = 1, 2$ に対して

$$T_i^n = \left\{ \int_{\Gamma_I} \|u_i^n - U_i\|^2 d\Gamma \right\}^{-1/2} (u_i^n - U_i) \quad (\text{A.17})$$

であり、 Γ_I においては $T_i^1 = T_i^2$ が成り立つ。これにより、形態更新のための感度を求めることができる。

なお、数値計算では、実装を容易にするために、式 (A.11) の A_{ijkl} を弾性テンソル C_{ijkl} で近似している。この近似を用いても同等の結果が得られることを事前の多くの検証で確認している。

付録 B

空力作用を考慮したコンプライアント翼型の剛性最大化問題

B.1 最適設計問題の定式化

空力荷重が作用する翼型の剛性を最大化する最適設計問題を考える。ここでは、空力による構造応答 (変位 \mathbf{u}) の変化は十分に小さいものと仮定し、空力から構造への一方向作用、すなわち、空力の翼型への作用 \mathbf{p} は考慮するが、反対に、翼型の変形は空力応答 (ダブルット \mathbf{u}) に影響を与えないものとする。このとき、剛性を最大化するためにコンプライアンス f を最小化するために構造を表す設計変数 (レベルセット関数 ϕ) を探索する最適設計問題は次式で定式化される。

$$\text{Minimize : } f(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}) = \int_{\Gamma} \mathbf{p}(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{u} \, d\Gamma \quad (\text{B.1})$$

$$\text{subject to : } \mathbf{r}_a(\boldsymbol{\mu}) = \mathbf{A}\boldsymbol{\mu} + \mathbf{B}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{r}_s(\phi, \mathbf{u}, \boldsymbol{\mu}) = \mathbf{K}(\phi)\mathbf{u} - \mathbf{p}(\boldsymbol{\mu}) = \mathbf{0} \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\int_{\Omega} d\Gamma}{\int_D d\Gamma} - V_{\max} \leq 0 \quad (\text{B.4})$$

ここで、目的関数 f の設計変数 ϕ に対する目的関数の設計感度を導出する。文献 [38] に従い随伴変数法に基づき、設計感度は最適設計問題のラグランジアン F の設計変数 ϕ に対する感度 F' に等しいものとして次式で求められる。

$$F' = \tilde{\mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{K}(\phi)}{\partial \phi} \mathbf{u} - \lambda \quad (\text{B.5})$$

ここで、 $\tilde{\mathbf{u}}$ と λ はそれぞれ、構造の支配方程式 (B.3) と体積制約式 (B.4) に対するラグランジュ乗数であり、このうち $\tilde{\mathbf{u}}$ は次式の随伴方程式を解くことで得られる。

$$\mathbf{K}(\phi)^T \tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{p}(\boldsymbol{\mu}) = \mathbf{0} \quad (\text{B.6})$$



Fig. B.1: Design domain and boundary conditions for airfoils subjected to aerodynamic forces.

空力から構造への一方向作用のみを考慮する場合，空力応答に対する設計変数の影響を考慮する必要はない．したがって，空力作用下での単純化された剛性最大化問題は，従来と同様に構造の支配方程式 (B.3) と随伴方程式 (B.6) が等しい自己随伴の関係を利用して，設計感度を導出することができる．

B.2 数値計算例

本研究で考えるコンプライアント翼型の材料定数は，アルミニウム合金を参考に，ヤング率 $E=70.0$ GPa、ポアソン比 $\nu = 0.33$ を設定した．空力は，密度が 1.225 kg/m³ で速さ U_∞ が 70.0 m/s である流れから受ける荷重を想定した．トポロジー最適設計に関して，正規化パラメータと体積分率の上限値 V_{max} をそれぞれ 5.0×10^{-6} と 0.4 とした．

コンプライアント翼型の設計問題を図 B.1 に示す．母翼に NACA0012 翼型モデルを採用し，翼弦長は 1000 mm，翼表皮の厚みは 3 mm であるものとした．空力が作用する翼型外形境界を Γ とし，翼前縁から水平方向右向きに 200 から 300 mm の区間に，翼表皮の内側に完全変位固定境界 Γ_u を持つものとした．

最適設計解に対する空力作用の影響を調べるため，以下では，翼型の迎角が 0° と 5° であるときの空力荷重を設定する．このとき翼型表面に作用する圧力分布図 2 で比較する．迎角が 0° では翼の上面と下面の圧力分布は等しく， 5° では上面では主に負圧が，下面では制圧が作用している．この圧力分布からコンプライアント翼型への空力荷重の作用は，迎角が 0° では前縁部が流れの向きく押され，また，翼型の上下面では外側に引っ張られると想定される．一方，迎角 5° では，流れの向きに曲げられるような空力作用を受けると想定される．

迎角が 0° と 5° であるときのコンプライアント翼型最適設計解を図 B.3 に示す．構造形態を比較すると，図 B.3(a) の迎角 0° の最適解では翼の上面と下面をつなぐ構造部材は垂直方向であるのに対し，図 B.3(b) の迎角 5° では斜め方向である．こうした構造形態の特徴が，想定した空力に対して剛性がより優れていることを確認するため，図 B.4 でそれぞれの最適解に対して想定した，想定していなかった空力荷重を作用させたときの変形を比較する．なお，図 B.4 では，変形の大きさは実際の 1.0×10^4 倍に拡大し，また，図中の f

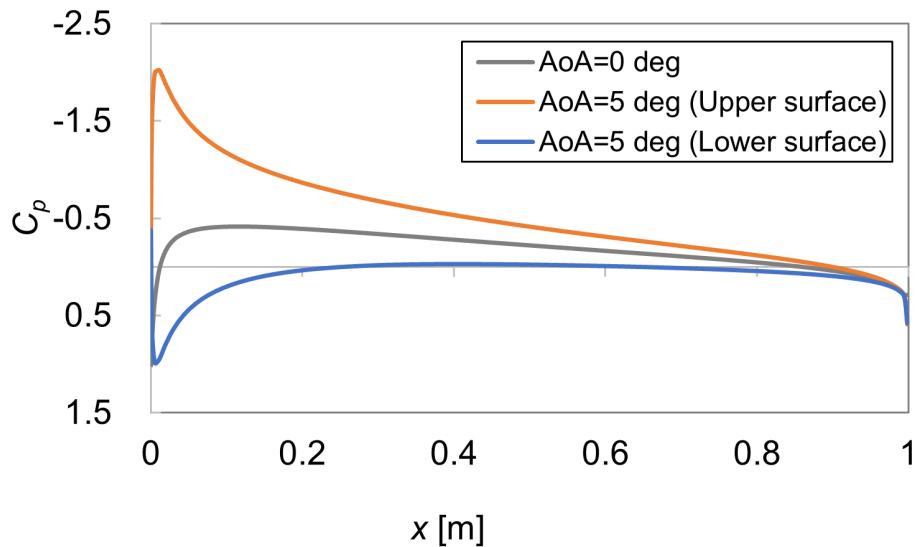


Fig. B.2: Pressure distribution in the x-direction of chord length: The number of panel divisions is 160.

は式 (B.1) の目的関数の値である。図 B.4 中，左上と右下の設計解は最適設計の課程で想定した空力に対する変形形状，反対に，右上と左下の設計解は想定しなかった空力に対する変形形状である。左右で同一の空力荷重に対し変形形状を比較すると，上段の迎角 0° では右の設計解，また，下段の迎角 5° では左の設計解が変形が大きく，かつ，目的関数が悪化することがわかる。以上から，最適解は最適化過程で想定した空力に対してはより剛性が高く優れているといえる。このとき，迎角 0° に対する最適解の構造特徴は，翼表皮が外側に引っ張られる空力荷重に抵抗する役割を持っていると考えられ，また対照的に，迎角 5° の最適解は斜めの部分構造を持ち，これは翼型の曲げ変形に抵抗するためであると考えられる。特に，この後者の構造特徴は，曲げ変形を想定する片持ち梁の剛性を最大化する構造形態によく似ている。

なお，以上の議論では変形を可視化するために 1.0×10^4 倍に拡大したが，実際の変形は最適解の最後縁部の変位が 0.001 mm 以下と十分小さい。このとき，翼型変形前後の C_p の相対誤差もまた，迎角 0° の設計で最大 2.80×10^{-5} ，迎角 5° の設計で最大 6.00×10^{-6} と十分に小さいといえる。したがって，本数値計算例において，最適解構造の空力に対する変形は結果として空力応答の変化が十分に無視できるほど小さく，空力から構造物への一方向作用のみの仮定は妥当であると判断した。

最後に，2通りの最適化に対する探索履歴を図 B.5(a) と (b) に示す。探索履歴から，最適化の初期段階から迎角に応じて構造形態が異なっていることがわかり，最適化の繰り返し回数が 30 回目の構造形態では，先述した垂直か斜めであるかの構造特徴が，どちらの最適化に対してもはっきりと確認できる。その後さらに構造形態は変化し，体積が減少するにつれ目的関数は一旦増加して，その後に最適解に滑らかに収束している。最適解の体積分率の値は，迎角 0° では 0.399 ，迎角 5° では 0.399 であり，いずれもその上限値の 0.4 以

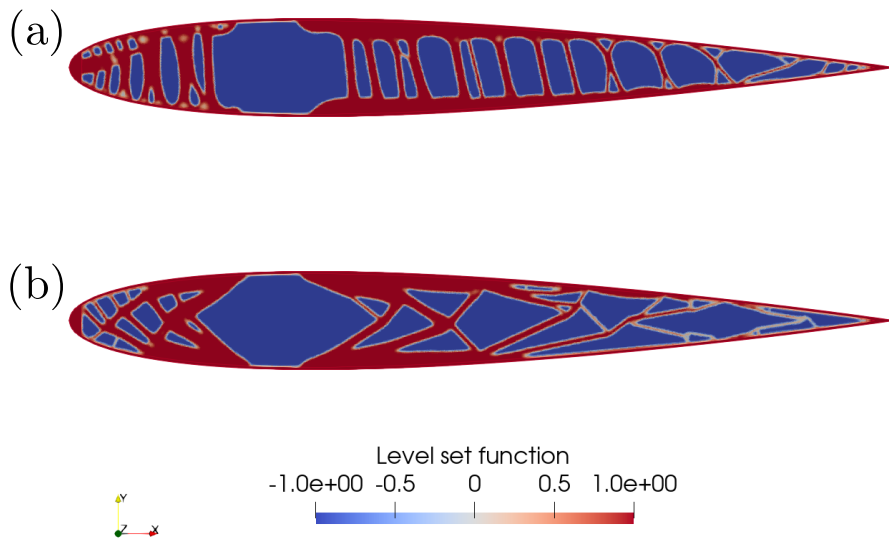


Fig. B.3: Contour plots of the level set functions of the obtained optimal solution structure: (a) AoA=0 deg; (b) AoA=5 deg.

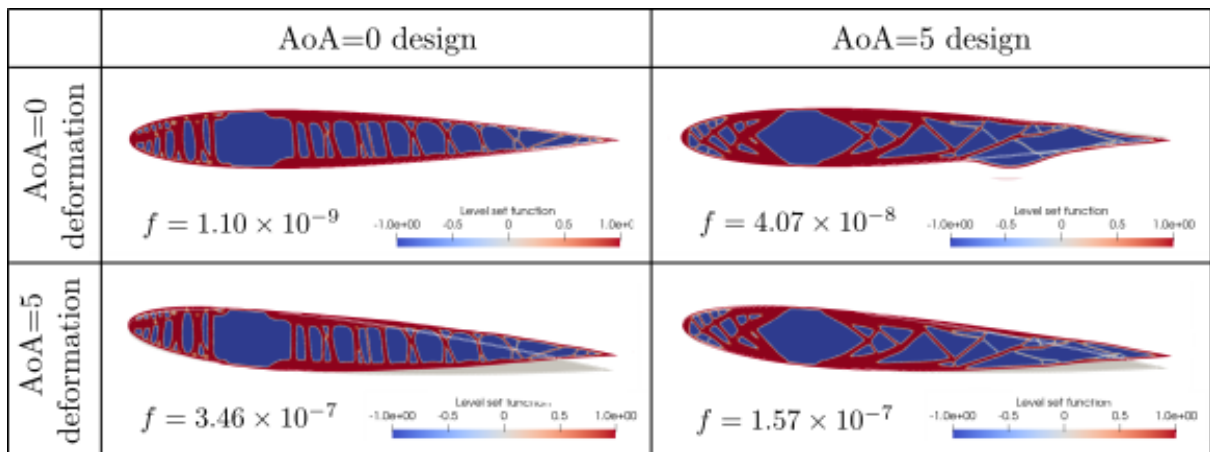
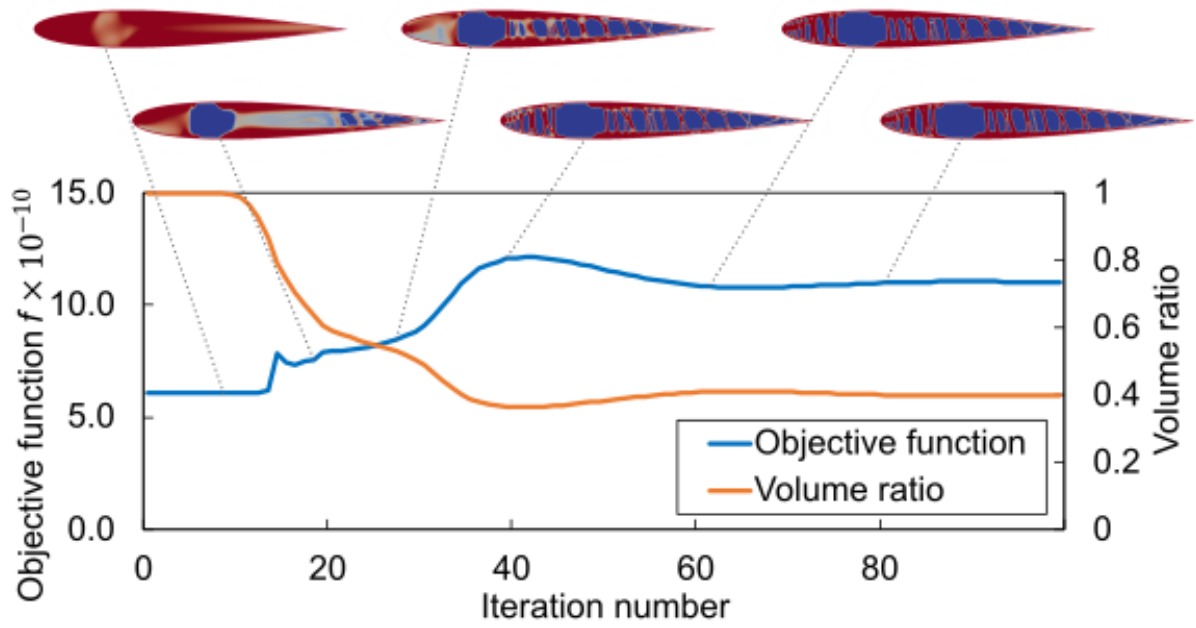
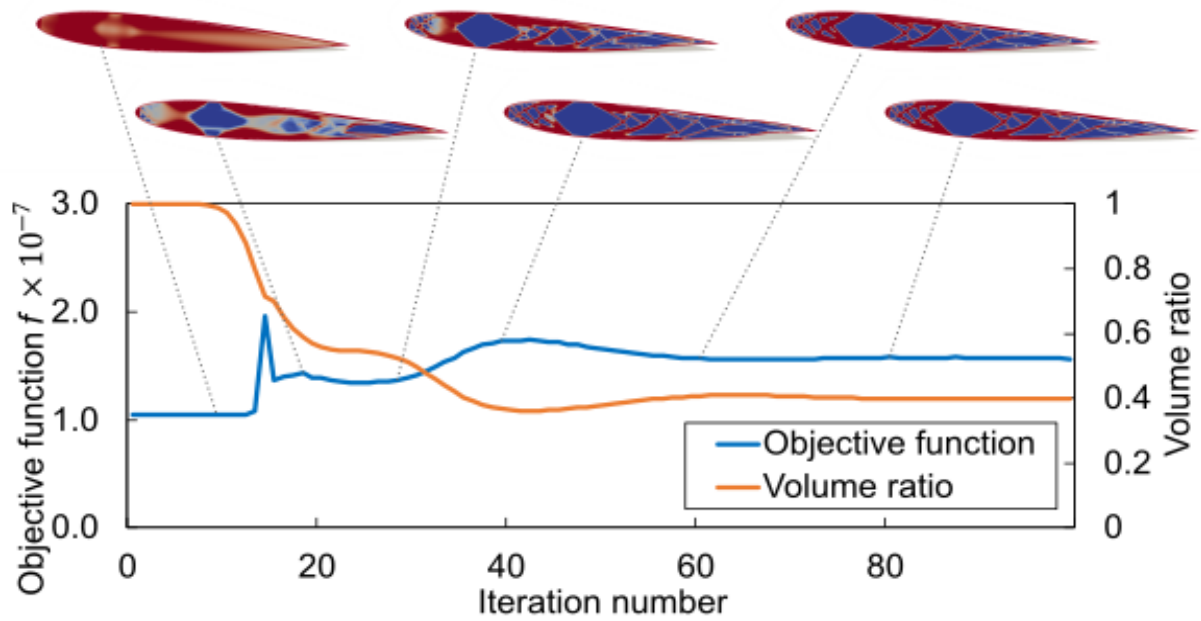


Fig. B.4: The deformed shapes of the optimal solutions under assumed/unassumed aerodynamic forces: the deformation is magnified by a factor of 1.0×10^4 and rotated according to AoA.

下であり制約条件を満たしている。



(a) AoA=0 deg



(b) AoA=5 deg

Fig. B.5: History of the objective and constraint functions and the topology deforming under aerodynamic loads: the deformation is magnified by a factor of 1.0×10^4 and rotated according to AoA.

付録 C

本論文の基礎となる発表論文

本論文の基礎となる発表論文

No.	論文題目	著者名	発表誌名	本論文との対応
1	モーフィング翼の内部構造としての多層構造化コンプライアント機構の提案	上林 恵太 津田 明 小木曾 望 山田 崇恭 泉井 一浩 西脇 眞二 玉山 雅人	航空宇宙技術, Vol. 18 , pp. 151-159 (2019)	第 2 章 第 3 章
2	Multiobjective Topology Optimization for a Multi-layered Morphing Flap Considering Multiple Flight Conditions	K. Kambayashi N. Kogiso T. Yamada K. Izui S. Nishiwaki M. Tamayama	Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 63, No. 3, pp. 90-100 (2020)	第 2 章 第 3 章
3	Topology Optimization of an Internal Compliant Mechanism of Morphing Flap with Finite Deformation	K. Kambayashi N. Kogiso I. Watanabe T. Yamada	Proc. of the 2022 APISAT (Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology), Paper No. S47-1 (Total 7 pages) (Niigata, Japan, 2022)	第 2 章 第 4 章
4	Level-set-based Topology Optimization of a Morphing Flap as a Compliant Mechanism Considering Finite Deformation Analysis	K. Kambayashi N. Kogiso I. Watanabe T. Yamada	Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 66, No. 223 (Total 17 pages) (2023)	第 2 章 第 4 章
5	Fundamental Study on Aerodynamic-driven Topology Optimization of Compliant Morphing Airfoil Using Panel Method	K. Kambayashi N. Kogiso	2023 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology (APISAT 2023) Proceedings - Volume II. Lecture Notes in Electrical Engineering, Springer. (accepted for publication)	第 2 章 第 5 章
6	Simultaneous Aerodynamic and Structural Optimal Design of a Morphing Deformation and an Internal Compliant Mechanism	K. Kambayashi N. Kogiso	Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences. (submitted)	第 2 章 第 5 章