<研究ノート>経営意思決定における不確実性の評価

研究ノート

経営意思決定における不確実性の評価

市　橋　英　世

1 は　じ　め　に

経営意思決定の問題は，高宮晋教授もいわれるように，「経営学におけるもっとも新しい，そしてもっとも重要な問題の一つ[(1)]」である。近代経営における技術革新の進行は，生産工程における作業合理化の余地をますます少くし，ディシジョンメーキングの重要性を増大することが指摘せられる[(2)]。最近学界においても，この問題に対する関心がとみに増大してきたようである。しかしこの問題を考察する場合，われわれは統計学の分野で，最近すばらしい発展をみせているいわゆる決定理論（decision theory）の論理的プロセスとその帰結から，多くを学びとる必要があるであろう。

人類は，長い歴史を通じて，「どうすれば，正しい決定ができるか」という問題と，取り組んできた。世の中のできごとの原因が，魔神であると考えた，初期の「**魔神論**（the Dvil theory[(3)]）」についで，「**理性**（Reason）」すなわち，現実世界の事象を物質的ないし，自然的な原因の産物であるとみなし，一組の立言（**公理**）から出発して，他の立言の組（**定理**）を，斉合的なしかたでみちびく規則（**演繹論理**）が，人びとの思考のためのモデルとして用いられた[(4)]。しかし，**齊合性**は真理そのものではない，それは，現実世界から絶縁した論理の問題である。そこで，現象の**観察**（実験，分析，測定）から立言（**帰結**）へと進む帰納論理の方法が導入されるにいたった。 一五〇

（1） 文献〔7〕高宮晋教授序言
（2） 同　〔8〕
（3） 同　〔1〕pp. 11-14
（4） 同　〔1〕pp. 14-16

これによって，その後の輝かしい科学の発展が可能となった。**統計的決定理論**は，このような科学的方法に基づく意思決定の理論と方法である。本論稿は，主として経営意思決定における不確実性の評価の問題を，統計的決定理論にもとづいて，考察したものである。

2　意思決定の基本的モデル

意思決定における本質的な構成因子を離散的な場合について説明すると次の通りである。

1. **代替案**(5) (Alternatives) $a_j(j=1, 2, \cdots\cdots, n)$

可能な計画の間で選択をしなければならない場合に，決定問題が生じてくる。n個の可能な計画（離散的な計画）が考えられるものと仮定する。

2. **情況**(6) (situation) θ_i $(i=1, 2, \cdots\cdots m)$

将来起りうる状態がm個考えられ,（離散的な情況）どれが真の状態であるかが既知の場合と未知の場合がある。

3. **損失表** (loss table) または**利得表** (profit table) $u(\theta_i, a_i)(i=1, 2, \cdots\cdots m;\ j-1, 2, \cdots\cdots, n)$,

情況が θ_i で，計画 a_j を選択した場合の結果 (θ_i, a_j) の効用(7)の損失または利益表である。

4. **情報** (information) x_k $(k=1, 2, \cdots\cdots, l)$

可能な観測値（標本）$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_k, \cdots\cdots x_l$, の 1 つが観測される。各種観測値の現れる確率が既知であるとする。

5. **可能な行動規則**(8) $S_t(t=1, 2, \cdots\cdots, q)$ 情報に対応して，どの行動を選

---

(5) 利用可能な行動 (available actions) ともいう。
文献〔2〕参照

(6) 可能な自然の状態 passible states af nature 文献〔5〕）または将来起りうる状態 (possible futre 文献〔6〕）とも呼ばれる）

(7) 測定可能な効用（基数的効用）で，いわゆる序数的効用（比較可能な効用）とは異る。

(8) 戦略 (strategy) あるいは，決定関数 (decision function) とよばれる。可能な行動の集合を $\boldsymbol{A}$ とすると $\boldsymbol{A}=s(\boldsymbol{X})$ であらわせる s（ただし，$\boldsymbol{X}$ は可能な観測値の集合）が戦略である。

択するべきかの規則である。

次に，意思決定の基本的モデルを θ が**離散的**な場合について示そう。

情況＼代替案	$a_1 \cdots\cdots$	$a_2 \cdots\cdots$	$a_j \cdots\cdots$	a_n
θ_1	$u(\theta_1, a_1)$	$u(\theta_1, a_2)\cdots\cdots\cdots$		$u(\theta_1, a_n)$
θ_2	$u(\theta_2, a_1)$	$u(\theta_2, a_2)$		
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$		
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$		
θ_i	$\cdots\cdots$	$\cdots\cdots$	$u(\theta_i, a_j)$	$\cdots\cdots$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$		
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$		
θ_m	$u(\theta_m, a_1)$	$u(\theta_m, a_2)\cdots\cdots\cdots$		$u(\theta_m, a_n)$

利用可能な情報のモデル

情報＼情況	x_1	x_2	$x_3 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$	x_l
θ_1	$f(x_1 \mid \theta_1)$	$f(x_2 \mid \theta_1)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$		$f(x_l \mid \theta_1)$
θ_2	$f(x_1 \mid \theta_2)$	$f(x_2 \mid \theta_2)$		
$\cdot$	$\cdots\cdots$	$\cdots\cdots$	$\cdots\cdots$	$\cdots\cdots$
θ_m	$f(x_1 \mid \theta_m)$	$f(x_2 \mid \theta_m)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$		$f(x_l \mid \theta_m)$

（ただし，$f(x_k \mid \theta_i)$ は θ_i が与えられた場合の x_k の条件付確率）

今後起りうる情況 θ は次の性質をもっている。

1. θ は**自然の状態**(9)，および**競走者の行動**(10)を含む，ランダムな**排反事象**(11)である。

2. θ は，**繰り返し可能**な場合(12)と**繰り返し不能**な場合がある。繰り返し

(9) 自然とは，大自然の状態および，個人または集団（たとえば企業）の制御できない社会事象（大企業の株価，国民総需要，景気変動など）を含む。

(10) 対人関係，対競争企業関係の意思決定の場合

(11) $\theta_i(i=1, 2, \cdots m)$ のうち，どれか一つの事象が起れば，他の事象は決して同時に起らない確率事象

(12) 同一条件のもとで，再現可能な場合で，サイコロを振ったり，実験を行なう場合などである。賭けごと以外の社会事象は厳密には，すべて繰り返し不能である。

不能な事象についても，ランダムな事象として取り扱うことができる。(13)

3. θ は**連続的確率事象**(14)の場合と，**離散的確率事象**(15)の場合とがある。

4. θ はどの θ が真であるかが確定している場合（under certainty）と，**先験的確率**(16)（a priory probability）は既知であるが，**偶然性**（randomness）にもとづいて，不確実性の生じる場合（under risk）と θ の先験的確率が未知の場合（under uncertainty）とがある。

5. 偶然性にもとずく不確実性の場合にも，情報の得られる場合と，得られない場合とがある。

6. θ の先験的確率未知の場合にも，情報の得られる場合と，得られない場合とがある。

将来の可能な状態 θ を知るためには，各種の予測方法(17)が用いられる。しかし，予測は**誤差**をまぬがれない。誤差の測定，すなわち不確実性を測定するためには，確率概念が用いられる。(18)

3 不確実性の評価

θ に関する以上の性質を理解した上で，不確実性の評価方法を検討しよう。

(13) 主観的確率を付与して，ランダムな事象と同じように取りあつかうことができる。

(14) 製品の需要量はその例である

(15) ストライキが起る（θ_1）ことと起らない（θ_2）こととは離散的である

(16) サイコロの3の目のでる確率は$\frac{1}{6}$である。このことはサイコロを振らずにサイコロが正しくバランスのとれていることを確かめればわかる。このように事前に付与される確率・

(17) 文献〔1〕(pp. 33–38) は，次の予測方法をあげている

1. 持続的予測——一定期間持続するような特性をみだし将来にも妥当すると考える
2. 弾道的予測——傾向変動の測定
3. 循環的予測——事象の循環の型が安定的である場合に用いる
4. 結合的予測——相関分析
5. 類推的予測——数学的モデルによる理論的予測

(18) 確率予測（probaility prediction）であり，これが本稿の中心テーマである。繰り返し不能な社会事象の確率予測には，主観的確率の概念が重要である。

A．θ の先験的確率が既知で，情報の得られる場合

この場合は，先験的確率 $\boldsymbol{w}(\theta)$ を基礎にして，新しい情報 $\boldsymbol{X}$ を加えた**事後的確率** (a posteriori probaility) $\boldsymbol{W}(\theta)$ を算出するならば，$\boldsymbol{W}(\theta)$に関するベイズ規準[19] (Bayes criterion) により決定可能である。すなわち，無データ問題として，取りあつかうことができる。

事後的確率 $\boldsymbol{W}_i$[20] は，Bayes の規則により，

---

(19) トーマス・ベイズ (Thomas Bayes), 英国の牧師，1763年いわゆるベイズの規則 (Bayes Rule) を発表した。先験的確率

$$\overline{w}=(w_1, w_2, \cdots\cdots, w_m)$$

に関するベイズ行動（ベイズ規則ではない）とは，行動 a の期待リグレット

$$B(\overline{w}, a)=w_1 r(\theta_1 a)+w_2 r(\theta_2 a)+\cdots\cdots+w_m r(\theta_m, a)$$

を最小にする行動a のことである。ベイズ行動に対応するベイズ危険(Bayes risk)を $B^*(\overline{w})$ とすると，

$$B^*(\overline{w})=\min_j(B(\overline{w}, a_1), B(\overline{w}, a_2), \cdots\cdots, B(\overline{w}, a_n))$$

(20) 情報 x_k が与えられての事後的確率 $\boldsymbol{W}_i$ の実際計算は次表の通りである。

$\overline{w}$	θ	x_k	$w_i f(x_k\|\theta_i)$
w_1	θ_1	$f(x_k\|\theta_1)$	$w_1 f(x_k\|\theta_2)$
w_2	θ_2	$f(x_k\|\theta_2)$	$w_2 f(x_k\|\theta_1)$
•	•	•	•
w_i	θ_i	$f(x_k\|\theta_i)$	$w_i f(x_k\|\theta_i)$
•	•	•	•
w_m	θ_m	$f(x_k\|\theta_m)$	$w_m f(x_k\|\theta_m)$
		$f(X)$	$\sum_{i=1}^{m} w_i f(x_k\|\theta_i)$
		$\boldsymbol{W}_1$	$\dfrac{w_1 f(x_k\|\theta_1)}{\sum_i^n w_i f(x_k\|\theta_1)}$
		$\boldsymbol{W}_2$	$\dfrac{w_2 f(x_k\|\theta_2)}{\sum_i^n w_1 f(x_k\|\theta_i)}$
		•	•
		•	•
		$\boldsymbol{W}_m$	$\dfrac{w_m f x_k\|\theta_m)}{\sum_i^n w_i f(x_k\|\theta_i)}$

$$\boldsymbol{W}_i=P\{\theta_i|x_k=\frac{P\{\theta_i\cap x_k\}}{P\{x_k\}}$$
$$=\frac{P\{\theta_i\}P\{x_k|\theta_i\}}{P\{\theta_1\cap x_k\}+P\{\theta_2\cap x_k+\cdots\cdots+P\{\theta_m\cap x_k\}}$$
$$=\frac{P\{\theta_i\}P\{x_k|\theta_i\}}{P\{\theta_i\}P\{x_k|\theta_1\}+P\{\theta_2\}P\{x_k|\theta_2\}+\cdots\cdots+P(\theta_m)P\{x_k|\theta_m\}}$$
$$=\frac{w_if(x_k|\theta_i)}{\sum_{i=1}^{m}w_if(x_k|\theta_i)}$$

ただし，$f(x|\theta_{ik})$ は θ の場合の x_k のすでに表にあたえられている条件付確率情報 $X, Y, Z, \cdots\cdots$が，離散的であり，かつ固定した θ に対して，たがいに独立であると仮定すると，事後的確率 W_i は，上と同じように

$$\boldsymbol{W}_i{}^*=\frac{w_if(X, Y, Z, \cdots\cdots, |\theta_i)}{f(X, Y, Z, \cdots\cdots)}$$

で与えられる。[21] いま x に加えて情報 $y, z, \cdots\cdots$が観測された場合を仮定すると，

$$\boldsymbol{W}_i{}^*=\frac{w_if(x, y, z, \cdots\cdots|\theta_i)}{\sum w_if(x, y, z, \cdots, |\theta_i)}$$

(21) $\boldsymbol{W}^*$ の実際計算は次のようにすればよい。

x, y を固定した θ に対し，たがいに独立な観測された 2 つの情報とし，2 つの自然の状態（$\theta_1\theta_2$）を仮定する。

次表はたとえば，θ_1 が真の状態であるとき，その30%が x, 30% y が観測される場合を仮定する。

w	θ	x	y	$w_ig(x\|\theta_i)h(y\|\theta_i)$
$w_1=0.6$	θ_1	0.3	0.3	$0.6\times0.3\times0.3=0.054$
$m_2=0.4$	θ_2	0.6	0.8	$0.4\times0.6\times0.8=0.192$
$\sum_{i=1}^{2}w_ig(x\|\theta_i)h(y\|\theta_i)$				Tot. 0.246
$\boldsymbol{W}_1{}^*$				$\frac{0.054}{0.246}=0.219$
$\boldsymbol{W}_2{}^*$				$\frac{0.192}{0.246}=0.781$

$\boldsymbol{w}_i$ と $\boldsymbol{W}_i{}^*$ を比較すると，新しい情報による評価の鋭さがいちじるしく増大していることがわかる。もし先験的確率に関する Bayes 行動をとっていたならば，多分望ましくない結果を招いたことであろう。

$$=\frac{w_i g(x|\theta_i)h(y|\theta_i)q(z|\theta_i)\cdots\cdots}{\sum w_i g(x|\theta_i)h(y|\theta_i)q(z|\theta_i)\cdots\cdots}$$

で求まる。このように求まった $\boldsymbol{W}^*$ は情報収集（$X, Y, Z, \cdots\cdots,$ の観測，すなわち，調査または実験）が適切（経済的）なものであれば，$\boldsymbol{W}$ に比し鋭さ（sharpness）を増すはずである。われわれは得られた事後的確率 $\boldsymbol{W}^*$ に関する無データ問題として，Bayes 解を求めることができる。

事後的確率を求めないで，決定にいたることも可能である。すなわち，情報 $\boldsymbol{X}$ に対応した行動規則

$$\boldsymbol{A}=s(\boldsymbol{X})$$

を定め，$f(X|\theta_i)$ によって，s の行動確率をもとめ，それによる期待損失または期待危険について，先験的確率に関するベイズ規準を適用することができる。

以上において情報収集が不確実性の評価を，より正確にするプロセスを述べたが，(註21参照)。一組の調査または実験が，**経済的**であるかどうかは，次の比較計算により判定できる。(22) 情報 X の収集が経済的であるためには次式を満たす必要がある。

$$B^*(\overline{\boldsymbol{w}})-\sum_{k=1}^{l} f(x_k)B^*(\overline{\boldsymbol{W}}_k)>C$$

C は調査または実験の費用である。この式の意味は，先験的確率 w に関する Bayes 危険から，情報 $\boldsymbol{X}=(x_1, x_2\cdots\cdots, x_k\cdots\cdots, x_l)$ を収集して得られ

---

(22) 文献〔5〕pp. 181-2参照。1つの計算例を示すと次の通りである。

1. 情報収集しない場合のベイズ危険

リグレット表

$\boldsymbol{w}$	θ ＼ a	a_1	a_2	a_3
0.36	θ_1	0	1	3
0.64	θ_2	3	1	0
期待リグレット		1.92	1	1.08
ベイズ行動			a_2	
ベイズ危険			1	

2. 情報 $\boldsymbol{X}$ を収集する場合

る事後的確率 $\overline{W}_k=(\overline{W}_1, \overline{W}_2, \overline{W}_3, \cdots \overline{W}_l)$ に関する Bayes 危険 $B^*(\overline{W}_k)$ の加重平均

$f(x_1)B^*(\overline{W}_1)+f(x_2)B^*(\overline{W}_2)+\cdots\cdots+f(x_k)B^*(\overline{W}_k)$ を減じた値が，情報収集費用 C より大きい場合にのみ，情報 X の収集は経済的であることを意味している。

B．θ の先験的確率が既知で，情報の得られない場合

無データ問題であるから先験的確率 $\boldsymbol{W}$ に関する Bayes 規準によって，決定できる。

C．θ の先験的確率が未知で情報の得られる場合

この場合は，さらに 2 つに分けることができる。

イ．無データ問題；$\theta_i(i=1, 2\cdots\cdots, m)$ がすべて同等に確からしいとみなし，先験的確率 $w\theta_i=\dfrac{1}{m}$ にもとづいて，新しい情報を加えた事後的確率 $\overline{W}$ を求め，無データ問題として $\overline{W}$ に関する Bayes 解を求める。

ロ．情報に応ずる行動規則；情報 $\boldsymbol{X}$ に対応して，行動選択の規則 $\boldsymbol{A}=s$

事後的確率の計算

$\tilde{w}$	x_1	x_2	x_3
0.36 0.64	0.3 0.6	0.2 0.2	0.5 0.2
$w_i f(x/\theta)$	0.108 0.384	0.072 0.128	0.180 0.128
$f(x)$	0.492	0.200	0.308
W_k	0.22 0.78	0.36 0.64	0.58 0.42

∴ 情報 $\boldsymbol{X}$ 収集の許容費用
$=1-0.83272=0.16728$

ベイズ危険の加重平均の計算

$\overline{W}$	θ	a_1	a_2	a_3
0.22	θ_1	0	0.22	0.66
0.78	θ_2	2.34	0.78	0
期待リグレット		2.34	1	0.66
ベイズ危険			0.66	
0.36	θ_1	0	0.36	1.08
0.64	θ_2	1.92	0.64	0
期待リグレット		1.92	1	1.08
ベイズ危険			1	
0.58	θ_1	0	0.58	1.74
0.42	θ_2	1.26	0.42	0
期待リグレット		1.26	1	1.74
ベイズ危険			1	
ベイズ危険の加重平均		0.66×0.492+1×0.2 +1×0.308=0.83272		

($\boldsymbol{X}$) を定める。$f(x|\theta)$ により行動確率を求め，θ の期待損失 $L(\theta, s)$ または期待リグレット $r(\theta, s)$ についての minimax 規準または minimax regret 規準を適用する，すなわち，

$$\min_i \max_t L(\theta_i, S_t)(i=1, 2, \cdots\cdots, \mathrm{m}), (t=1, 2, \cdots\cdots, q)$$

または

$$\min_i \max_t r(\theta_i, S_t)$$

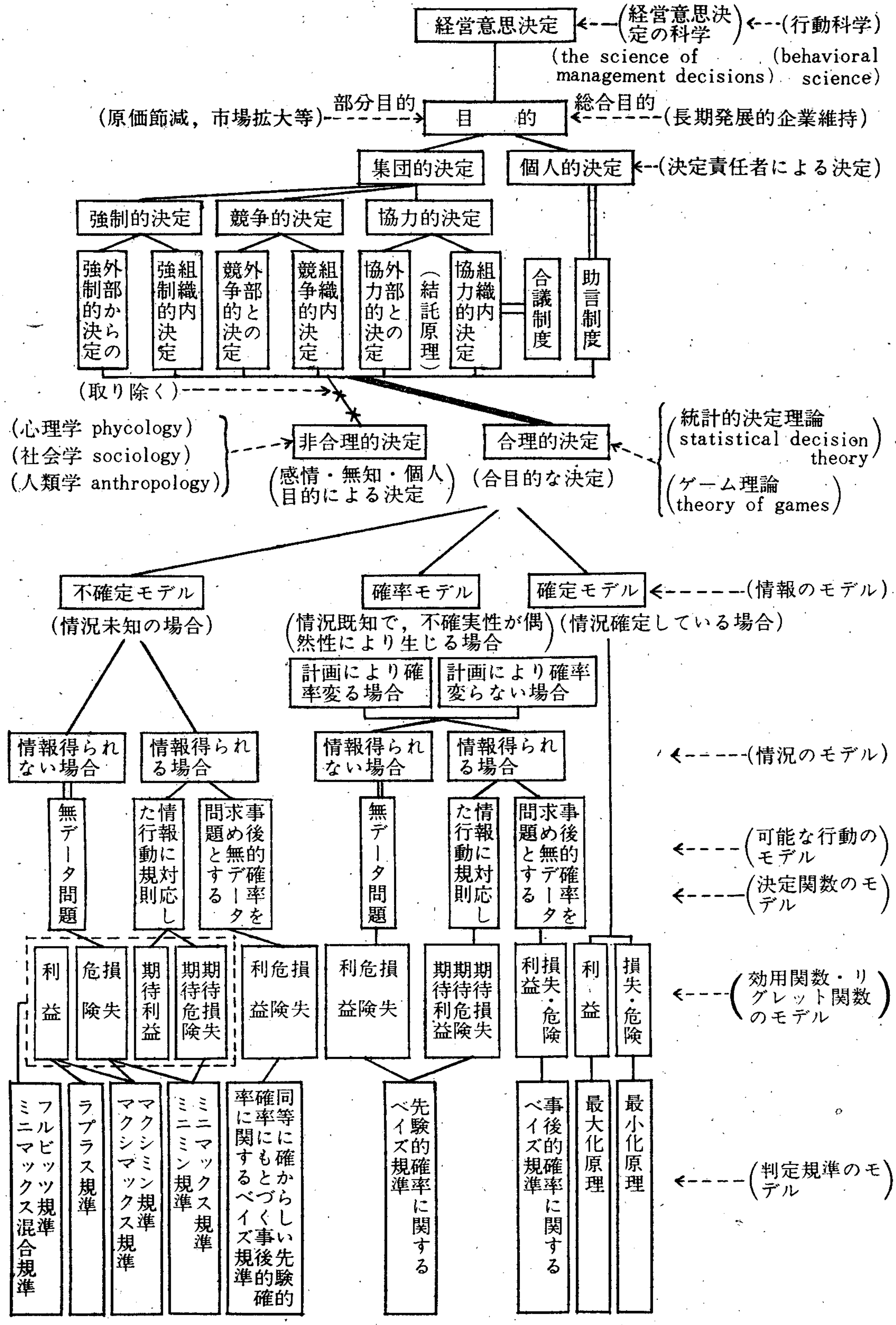
に対応する。行動規則 S_t を選択する。

D. θ の先験的確率未知で，情報の得られない場合

不確実性の評価は不可能であるから，そのまま無データ問題として解けばよい。これらの場合の判定規準は次表に示す通りである。

以上において，経営意思決定における不確実性という困難な問題に対する評価の理論を，決定理論に依拠しながら，これを整理したが，われわれは，さらに経営意思決定の直面する結果の評価の問題，すなわち価値の理論の追求をしなければならない。そこでは多くの未解決な問題が残されている。さらにわれわれは，統計学の分野で未解決な，合理的判定規準の問題，そうした合理性と主観との関連，企業における協力的決定のための組織化の問題等を究明しなければならないであろう。それらについては，稿を改めて論じたいと思う。

経営意思決定の構造図



経営意思決定
(経営意思決定の科学)
(行動科学)
(the science of management decisions)
(behavioral science)
部分目的
(原価節減，市場拡大等)
目　的
総合目的
(長期発展的企業維持)
集団的決定
個人的決定
(決定責任者による決定)
強制的決定
競争的決定
協力的決定
外部からの強制的決定
組織内強制的決定
外部との競争的決定
組織内競争的決定
外部との協力的決定
(結託原理)
組織内協力的決定
合議制度
助言制度
(取り除く)
(心理学 phycology)
(社会学 sociology)
(人類学 anthropology)
非合理的決定
(感情・無知・個人目的による決定)
合理的決定
(合目的な決定)
(統計的決定理論 statistical decision theory)
(ゲーム理論 theory of games)
不確定モデル
(情況未知の場合)
確率モデル
(情況既知で，不確実性が偶然性により生じる場合)
確定モデル
(情況確定している場合)
(情報のモデル)
計画により確率変る場合
計画により確率変らない場合
情報得られない場合
情報得られる場合
情報得られない場合
情報得られる場合
(情況のモデル)
無データ問題
情報に対応した行動規則
事後的確率を求めるデータ無と問題する
無データ問題
情報に対応した行動規則
事後的確率を求めるデータ無と問題する
(可能な行動のモデル)
(決定関数のモデル)
利益
損失危険
期待利益
期待損失期待危険
損失危険利益
損失危険利益
期待損失期待危険期待利益
損失・危険利益
利益
損失・危険
(効用関数・リグレット関数のモデル)
フルビッツ規準ミニマックス混合規準
ラプラス規準
マクシミン規準マクシマックス規準
ミニマックス規準ミニミン規準
同等に確からしい先験的確率にもとづく事後的確率に関するベイズ規準
先験的確率に関するベイズ規準
事後的確率に関するベイズ規準
最大化原理
最小化原理
(判定規準のモデル)

【参　考　文　献】

〔1〕 Irwin, D. J· Bross, *Design for decision*, The Macmillan Company, New York, 1953, fourth printing 1957.
（竹内清訳　決定と計画　みすず書房　1960.）
〔2〕 Savage, L. J., *The Foundations of Statistics*, John Wiley and Sons, New York, 1954.
〔3〕 Blackwell, David, and M. A. Girshik, *Theory of Games and Statistical Decisions*, John Wiley and Sons, New York, 1954.
〔4〕 Luce, R. D., and Howard Raiffa, *Games and Decisions*, John Wiley and Sons, New York, 1957.
〔5〕 Chernoff, H. & Moses, L. E. *Elementary Decision Theory*, John Wiley and Sons, 1959.
（宮沢光一訳　決定理論入門）
〔6〕 Morris, W. T. *Enginering economy*, Richard D. Irwin, Inc. Homewood, Illinois 1960.
〔7〕 J．ハーティ著，野村・小林訳,「日本の経営と意思決定」ダイヤモンド社, 1961,
〔8〕 占部都美「経営管理の新展開」経済評論昭和37年10月号
〔9〕 石田武雄「無確定的意思決定」青山経済論集第14巻第2号昭和37年9月号