



## 光学現象シミュレーションソフトウェアの開発

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2013-12-20 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 山添, 祥太郎, 重井, 宣行 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.24729/00007594">https://doi.org/10.24729/00007594</a>

# 光学現象シミュレーションソフトウェアの開発

山添祥太郎\*, 重井直行\*\*

Development of the Optical Simulation Software

Shotaro YAMAZOE\* and Nobuyuki SHIGEI\*\*

## 要 旨

光の回折は光学の分野において基本的な現象であり、その応用は多岐にわたる。しかし、光学実験はコストがかかるため、あらかじめ結果を予測しておくことが望ましい。そこで、光の回折現象をシミュレートするソフトウェアを開発した。また、シミュレーションと同じ条件で光学系による実験を行い、結果を比較することで開発したソフトウェアが正しく動作しているかどうかを検証した。その結果、作成したソフトウェアの妥当性を確認することができた。

**Key Words:** 光学シミュレーション, Fresnel 回折, Fraunhofer 回折, Fourier 変換, 相関係数

## 1. はじめに

光の回折理論はさまざまな光技術の基礎となるものであり、ホログラフィ[1]、微小物体の欠陥検査[2]、光ディスクの情報記録[3]、色収差補正[4]等、多くの分野で応用されている。しかし、一般に光学装置は高価であるため、装置導入の前に期待した結果が得られるかどうかを検証しておくことが重要である。

過去の卒業研究で、高速 Fourier 変換（以下、FFT と略す）を使った回折現象のシミュレーションは行われていた[5]が、シミュレーション結果の精密な検討はなされていなかった。そこで本研究では、シミュレーションソフトウェアの開発と実際の光学系での実験を行った。そして、実験結果とシミュレーション結果の相関係数を計算し、開発したソフトウェアの信憑性を確認した。

## 2. 回折の原理

### 2.1 回折積分

$z$  軸の正の方向に進む平面波が開口面を通り回折したとき、観測面上に現れる回折像について考える。このモデルを図1に示す。

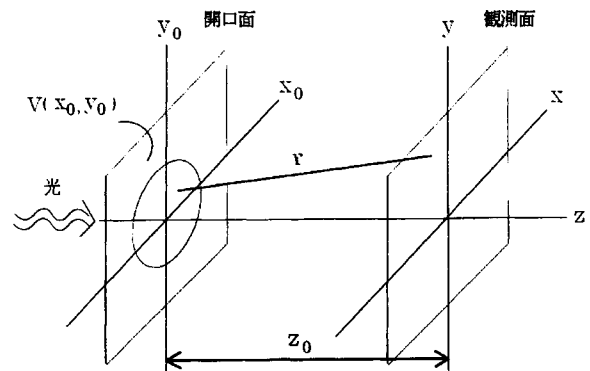


図1 回折モデル

観測面上の点 $(x, y)$ における複素振幅 $A(x, y)$ は、(1)式の回折積分で表される。

$$A(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(x_0, y_0) \frac{\exp(ikr)}{r} dx_0 dy_0 \quad (1)$$

ここで

$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2} \quad (2)$$

は2点 $(x_0, y_0) - (x, y)$ 間の距離、 $V(x_0, y_0)$ は開口では1を、それ以外では0を与える関数、 $i$ は虚数単位、 $k$ は波数である。ただし、(1)式の係数は省略した。

### 2.2 Fresnel 回折と Fraunhofer 回折

回折に関わる重要なパラメータとして Fresnel 数がある。Fresnel 数  $F$  は、開口の半径を  $a$ 、光の波長を  $\lambda$ 、開口面-観測面の距離を  $z_0$  として(3)式で定義され、この値が大きいかいほど回折光の広がりが小さくなる。

2010年8月20日 受理

\* 2009年度総合工学システム学科 電子情報コース卒業生

(Graduation of Industrial Systems Eng. Electrical Eng. and Computer Sci. Course)

\*\* 総合工学システム学科 電子情報コース

(Dept. of Industrial Systems Eng. Electrical Eng. and Computer Sci. Course)

$$F = \frac{a^2}{\lambda z_0} \tag{3}$$

Fresnel 数が  $F > 1$  であるときの回折を Fresnel 回折という。たとえば, 円形開口による Fresnel 回折像は図 2 に見られるような多重リング状のものが得られる[6].

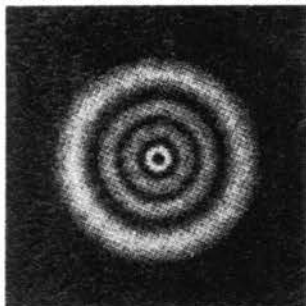


図 2 円形開口による Fresnel 回折像

一方,  $F < 1$  のときの回折を Fraunhofer 回折という。たとえば, 円形開口による Fraunhofer 回折像は図 3 に見られるような形状のものが得られる[6].

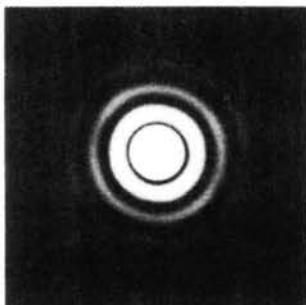


図 3 円形開口による Fraunhofer 回折像

### 3. 回折積分の数値計算方法

#### 3.1 近似計算

(1)式を扱いやすくするためには, 近似操作が有用である。今回は, しばしば利用される近似式として Fresnel 近似を用いた。

Fresnel 近似は, (2)式の  $r$  を Taylor 展開し 2 次の項までを取ることで実現される。この近似を用いて(1)式を変形すると

$$A(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} V(x_0, y_0) \exp\left[\frac{ik}{2z_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \exp[-2\pi i(f_x x_0 + f_y y_0)] dx_0 dy_0 \tag{4}$$

となる。ここで,  $f_x, f_y$  は, 次のようにおいた。

$$f_x = \frac{x}{\lambda z_0}, \quad f_y = \frac{y}{\lambda z_0} \tag{5}$$

### 3.2 離散化と Fourier 変換

(4)式をサンプリング数  $N$  で離散化すると, (6)式のようにになる。

$$A(m\Delta x, n\Delta y) = \sum_{q=-N/2}^{N/2-1} \sum_{p=-N/2}^{N/2-1} V(p\Delta x_a, q\Delta y_a) \exp\left[\frac{ik}{2z_0}\{(p\Delta x_a)^2 + (q\Delta y_a)^2\}\right] \exp\left[-\frac{2\pi i}{N}(mp + nq)\Delta x_a \Delta y_a\right] \tag{6}$$

$$(-N/2-1 < m < N/2, -N/2-1 < n < N/2)$$

ここで,  $\Delta x_a, \Delta y_a$  は開口面のサンプリング間隔,  $\Delta x, \Delta y$  は観測面のサンプリング間隔,  $m, n$  は観測面上のサンプル点の位置を指定するための整数である。また, (7)式の関係式が成り立つ。

$$\frac{N\Delta x_a \Delta x}{\lambda z_0} = \frac{N\Delta y_a \Delta y}{\lambda z_0} = 1 \tag{7}$$

(6)式は 2 次元の離散 Fourier 変換を用いて,

$$A(m\Delta x, n\Delta y) = \mathcal{F}\left[V(p\Delta x_a, q\Delta y_a) \exp\left[\frac{ik}{2z_0}\{(p\Delta x_a)^2 + (q\Delta y_a)^2\}\right]\right] \tag{8}$$

と表せるので, FFT のアルゴリズムを用いて計算できる。

## 4. 光学系での実験

### 4.1 実験装置

今回, 実験に使用した光学系を図 4 に示す。

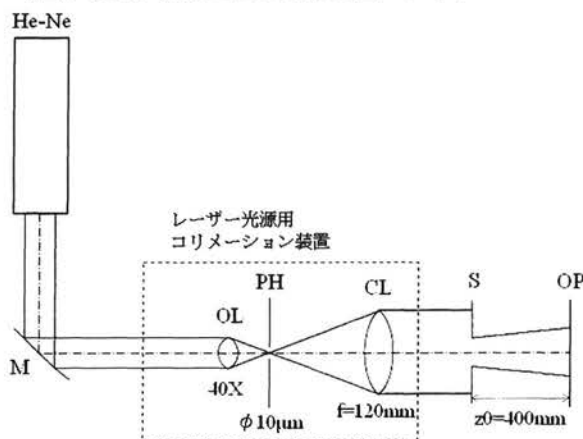


図 4 使用した光学系

この光学系は, He-Ne から出たレーザー光を, レーザー光源用コリメーション装置 (以下, コリメーション装置と略す) を通すことで幅のある平行光に変換している。

平行光は円形開口 S を通る際に回折され、観測面 OP に配置された CMOS カメラに記録される。なお、コリメーション装置内部は、対物レンズ OL、ピンホール PH、コリメーターレンズ CL からなっており、雑音の除去とビーム幅の調整を行っている。

コリメーション装置から出力される平行光の直径  $d$  は、He-Ne の波長を  $\lambda$ 、PH の半径を  $\rho$ 、CL の焦点距離を  $f$  として次式で表される。

$$d = \frac{2\lambda f}{\rho} \quad (9)$$

ここで、 $\lambda=632.8[\text{nm}]$ 、 $\rho=5[\mu\text{m}]$ 、 $f=120[\text{mm}]$ であったので、これらを(9)式に代入すると、 $d=30.4[\text{mm}]$ となる。今回使用する開口のサイズは、最大で  $\phi 3.00[\text{mm}]$  であるから、この光学系は実験の要件を満たしている。

#### 4.2 実験条件

図4の光学系を用いて、表1の2つの条件について回折像を観測し、得られた画像を CMOS カメラで撮影した。ここで、 $\delta$  は円形開口の直径を、 $z_0$  は開口から観測面までの距離を、 $\lambda$  は光源の波長を、 $F$  は(3)式で定義される Fresnel 数を表している。表2には、使用した CMOS カメラの仕様を示す。

表1 実験条件

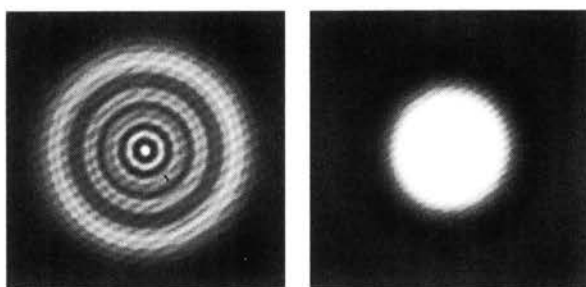
	$\delta$ [mm]	$z_0$ [mm]	$\lambda$ [nm]	$F$
条件1	3.00	400	632.8	8.89
条件2	0.20	400	632.8	0.040

表2 CMOS カメラの仕様

画素数 [pixel]	1024×1024
画素サイズ [ $\mu\text{m}^2$ ]	5.2×5.2
階調数	256

#### 4.3 干渉縞の除去方法

実験結果の画像は図5のようになった。



(a) 条件1 (b) 条件2

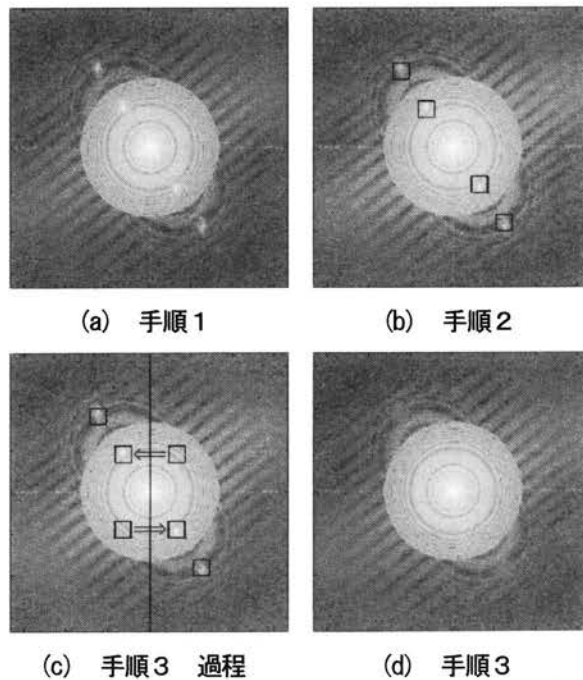
図5 実験結果画像

回折像の様子を見やすくするために、図5(b)は実際に得られたものよりも明るくしてある。

実験結果には意図しない明暗の縞が混入しており、シミュレーション結果と比較するには不相当である。この縞は、撮像素子表面の保護ガラスによる反射が原因で起こる干渉縞であることがわかっている[7]が、光学系で除去することが困難であったため、コンピュータ上で除去することを試みた。

干渉縞を除去する手順を以下に示す。例として図5(a)の画像を用いる。なお、図6の画像はスペクトル強度の対数をとってある。

- 手順1 図5(a)を Fourier 変換する。(図6(a))
- 手順2 図6(a)から、干渉縞のスペクトルに相当する部分を指定する。(図6(b))
- 手順3 手順2で指定した領域内の画素値を上書きする。次の要領で決定する。
  - ・中心から遠い2つのスペクトルについては、指定した領域の境界での画素の平均値をもって領域内の画素値とする。
  - ・中心に近い2つのスペクトルについては、平均値をとる手法では周囲と大きく異なるパターンになり具合が悪いため、画像の中心を通る縦線に対称な位置から画素値をコピーする。(図6(c), (d))
- 手順4 図6(d)を逆 Fourier 変換する。



(c) 手順3 過程 (d) 手順3  
図6 干渉縞除去過程

#### 5. 画像間の比較方法

2枚の画像が似ているかどうかを判定する指標として、

画像間の相関係数を調べる方法がある. サイズ  $M \times N$  の 2 枚の画像について, 座標  $(x, y)$  での画素値をそれぞれ  $f(x, y), g(x, y)$  とすると, 相関係数  $r$  は次の式で与えられる[8].

$$r = \frac{\sum_{y=0}^N \sum_{x=0}^M \{f(x, y) \cdot \bar{g}(x, y)\}}{\sqrt{\sum_{y=0}^N \sum_{x=0}^M \{f(x, y)\}^2} \cdot \sqrt{\sum_{y=0}^N \sum_{x=0}^M \{\bar{g}(x, y)\}^2}} \quad (10)$$

ここで

$$\bar{f}(x, y) = f(x, y) - \frac{1}{MN} \sum_{y=0}^N \sum_{x=0}^M f(x, y) \quad (11)$$

$$\bar{g}(x, y) = g(x, y) - \frac{1}{MN} \sum_{y=0}^N \sum_{x=0}^M g(x, y) \quad (12)$$

さらに, 画像の細かな変化にも対応できるように画像をいくつかの正方形ブロックに分け, それぞれのブロックについて  $r$  を計算した.  $r$  の取りうる範囲は  $-1 \leq r \leq 1$  であり, この値が, 1 に近いほど画素値の変化する傾向が似ていることを, 0 に近いほど変化の傾向がまったく異なることを,  $-1$  に近いほど変化の傾向が逆であることを意味している. また,  $r$  の平均値 ( $\bar{r}$  とする) を計算することで, 2 枚の画像をブロック単位で分割したときに画像全体として似ているかどうかの傾向を知ることができる.

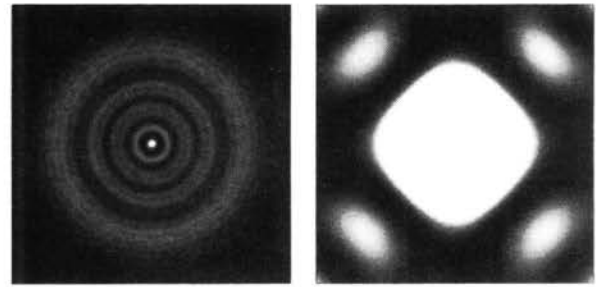
また, 2 枚の画像間の相関係数を計算する前に次の処理を施した. 実験結果画像は画像の中心と回折像の中心が一致していなかったため, これらが一致するように画像を切り抜いた. 切り抜く領域は回折光がちょうど収まる大きさを目安とし, 条件 1 は  $624 \times 624$  [pixel], 条件 2 は  $880 \times 880$  [pixel] とした. シミュレーション結果は, 実験結果画像と同じ条件にするために, 最小値を 0, 最大値を 255 として 256 階調に変換した. そして, 実験結果と同じサイズになるように画像を切り抜いた.

## 6. シミュレーション結果と実験結果の比較

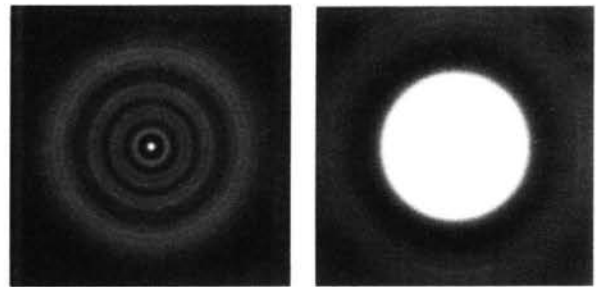
### 6.1 シミュレーション結果

表 1 の実験条件と同条件で回折シミュレーションを行った. 観測面のサンプリング間隔は, 表 2 の画素サイズと等しくなるようにとり, サンプリング数は 1024 と 16384 の 2 種類を扱った.

サンプリング数  $N=1024, 16384$  のシミュレーションで得られた画像を図 7, 8 に示す. なお, 図 7(b), 8(b) は回折像の様子を見やすくするため, 図 5(b) と同様に一律に画像を明るくしてある.



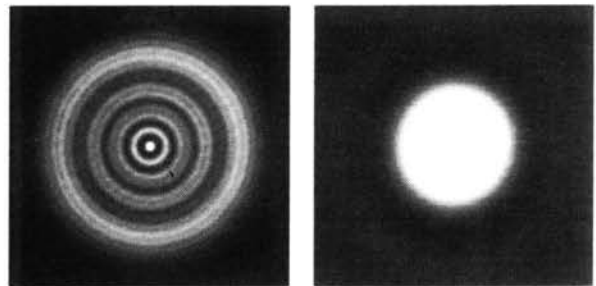
(a) 条件 1 (b) 条件 2  
図 7 シミュレーション結果画像 ( $N=1024$ )



(a) 条件 1 (b) 条件 2  
図 8 シミュレーション結果画像 ( $N=16384$ )

### 6.2 実験結果

表 1 の条件で得られた図 5 の実験画像について, 干渉縞を除去したものを図 9 に示す. なお, 図 9(b) は, 図 7(b) と同様に画像を明るくしてある.



(a) 条件 1 (b) 条件 2  
図 9 実験結果画像(干渉縞除去)

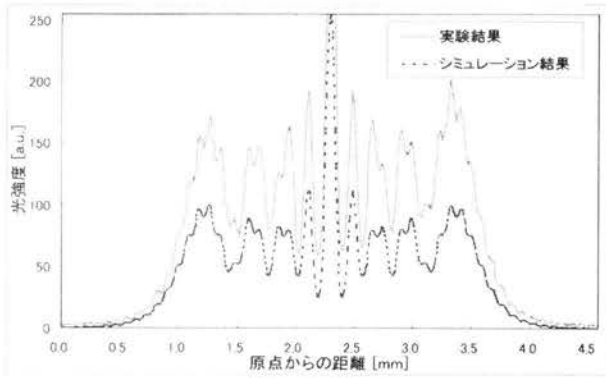
### 6.3 シミュレーション結果と実験結果の断面

図 8 と図 9 の画像を左下から右上にかけて切ったときの断面について, その強度分布を図 10 に示す.

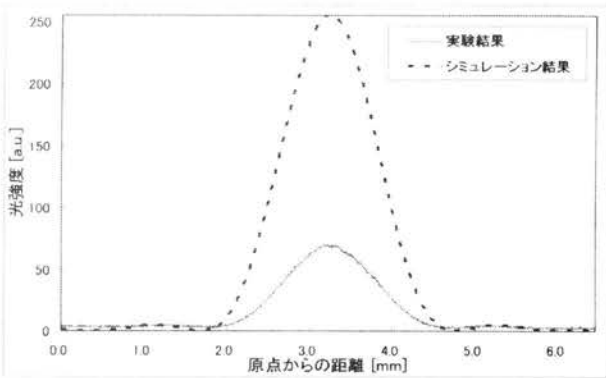
### 6.4 相関係数の計算結果

#### 6.4.1 相関係数の傾向

図 7 と図 9, 図 8 と図 9 のそれぞれについて, 相関係数の平均値をブロックの大きさ  $D$  [pixel] を変えながら計算した. 得られたグラフを図 11 に示す.

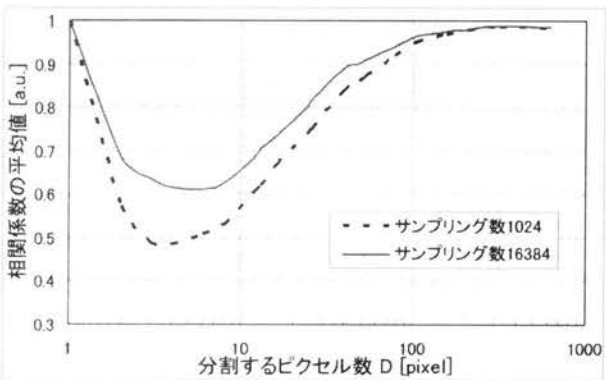


(a) 条件1

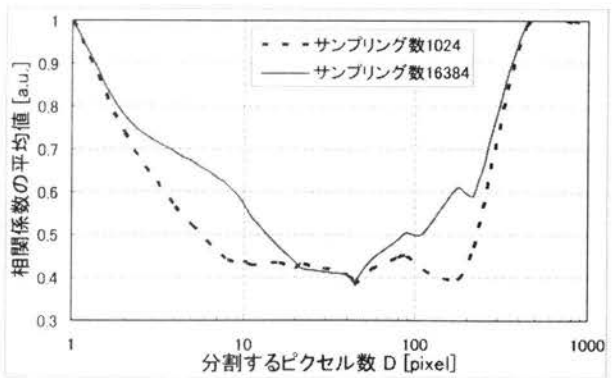


(b) 条件2

図10 回折像の断面分布



(a) 条件1

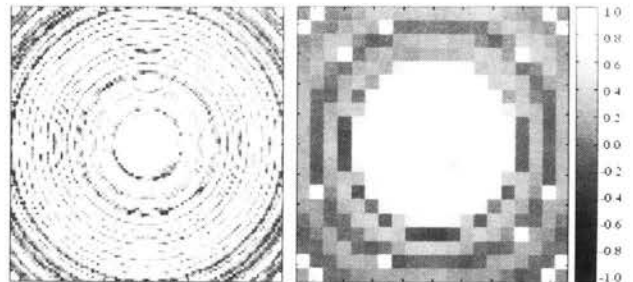


(b) 条件2

図11 相関係数の傾向

#### 6.4.2 相関係数の2次元分布

サンプリング数16384の場合、図11(a)では $D=6$ のとき、図11(b)では $D=44$ のときに特に相関係数が小さくなった。これらの $D$ で分割したときの、相関係数の2次元分布を図12に示す。



(a) 条件1 ( $D=6$ ) (b) 条件2 ( $D=44$ )

図12 相関係数の2次元分布

#### 6.5 開口の公差による回折像の変化

実験に用いた開口の直径は、 $\pm 0.05$ [mm]の公差がある。そこで、サンプリング数を16384とし、直径が3.05[mm]、3.00[mm]、2.95[mm]のときの回折像を計算した。得られた回折像の断面の強度分布を図13に示す。なお、断面の取り方は図10と同様である。

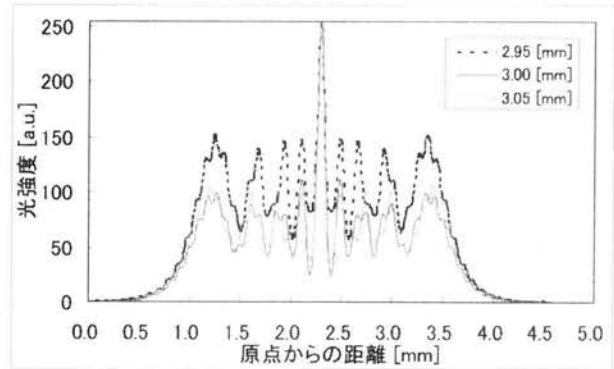


図13 開口サイズ可変時の断面分布

#### 7. 考察

図11から、サンプリング数を増やすと相関係数が大きくなり、より正確なシミュレーションを行えていることがわかる。このことは、図7(b)が正方形に近い形をしているのに対し、図8(b)は真円形をしていることから明らかである。観測面のサンプリング間隔を一定にしたままサンプリング数を増やすと、(7)式より開口面のサンプリング間隔が狭くなる。ゆえに、開口の形状がより真円に近くなり、結果として正確な回折像が再現できたのだと考えられる。

表1の $F$ の値から、条件1はFresnel回折、条件2はFraunhofer回折である。Fresnel回折像とFraunhofer回折像

のいずれの場合も, 図 11 において  $D$  の大きいところではどちらも大きな相関係数が得られている。これは, 画像の概形がよく一致していることを示している。しかし一方で, サンプル数を増やしても相関係数が小さいままになっている部分がある。これについては, Fresnel 回折像と Fraunhofer 回折像でそれぞれ次のようなことが考えられる。

#### ・Fresnel 回折像

図 12(a)を見ると, 同心円状に相関係数の小さい部分が現れていることがわかる。この原因としては, 回折像の強度分布が微妙に異なっていることと, 実験結果に微弱なノイズが含まれていたことの 2 点が挙げられる。前者については, 実験に使用した開口の公差が影響していたのではないかと考えられる。実際,  $\pm 0.05[\text{mm}]$  という公差は, 回折像の強度分布が変化するのに十分な大きさであることが図 13 よりわかる。後者については, 確かに実験結果にノイズが含まれていたことが図 10(a)からもわかる。特に, ノイズは光強度分布のピークの位置と左右両端で顕著に表れているが, このことは図 12(a)の 4 隅で相関係数が小さくなっているという特徴とも一致している。

#### ・Fraunhofer 回折像

図 12(b)によると, 画像の中心にある 0 次回折光については非常に大きな相関係数が得られている。一方で, 0 次回折光以外の部分については相関係数が小さくなっている。この原因としては, 実験時の Fraunhofer 回折像の 1 次回折光が非常に暗いため, ノイズによる光強度変化の影響が相対的に大きくなり, その結果が相関係数に現れたということが考えられる。また, 図 10(a)に比べ図 10(b)に多くノイズが発生しているが, これは画像全体が暗くなっていたためであると考えられる。

結論として, 実験装置の誤差やノイズの影響によって相関係数が小さくなっている部分はあるが, 画像の概形は非常に似ており, 今回開発したシミュレーションソフトウェアは概ね妥当な結果を与えているといえる。

## 8. むすび

本研究では, 光の回折現象をシミュレートするソフトウェアの開発と, 光学系での実験を行った。そして, 画像間の相関係数を計算することでシミュレーション結果の評価を行った。その結果, 開発したシミュレーションソフトウェアの妥当性を確認することができた。また, サンプル数を増やすことでより正確な回折像が得られることがわかった。

## 謝辞

本システムの開発にあたって, コリメーション装置の購入を承認していただいた電子情報コース教員の皆様に御礼申し上げます。また, 本装置の光学調整に御協力いただいた昭和サイエンス白句直樹氏に, この場をお借りして御礼申し上げます。

## 参考文献

- [1] 村田和美: ホログラフィー入門 (朝倉書店, 東京, 1976) pp. 32-35.
- [2] 谷田貝豊彦: 応用光学 光計測入門 (丸善, 東京, 1988) p. 176.
- [3] 中島平太郎, 小川博司: コンパクトディスク読本, (オーム社, 東京, 1996) p. 18.
- [4] 丸山ほか: 光磁気ディスク用回折色収差補正対物レンズ, 第 41 回応物関係連合講演会 29aL11 (1994)
- [5] 佐藤兼太郎: MATLAB による光波のシミュレーション, 大阪府立工業高等専門学校, 電子情報工学科卒業論文 (2006)
- [6] E. HECHT: OPTICS, 3rd ed. (Addison Wesley Longman, United States, 1998) p. 463,484.
- [7] 浜松ホトニクス株式会社: 特開平 7-239220.
- [8] 酒井幸市: デジタル画像処理入門 (コロナ社, 東京, 1997) pp. 69-74.