

貯蔵液体の変動による疲労に関する確率的解析

メタデータ	言語: jpn	
	出版者:	
	公開日: 2013-11-08	
	キーワード (Ja):	
	キーワード (En):	
	作成者: 宮脇, 幸治郎	
	メールアドレス:	
	所属:	
URL	https://doi.org/10.24729/00008114	

貯蔵液体の変動による疲労に関する確率的解析

Probabilistic Analysis with Respect to Fatigue due to Variations of the Stored Liquid

宮 脇 幸治郎*

Kojiro MIYAWAKI**

(昭和52年9月1日 受理)

SYNOPSIS

A fatigue failure due to low cycle variations of the stored liquid with respect to an anneuler plate of the tank was estimated by the second moment method beased on reliability analysis. In this time, the discussions were dealt with that the material has a perfect elastoplastic property and the cumulative damage depends on a linear rule.

The following results were obtained by numerical computation; 1) the coefficient of variation with respect to a critical cumulative damage has an important effect to a safety index, 2) the variation of critical cumulative damage gives a different tendency to a safety index from other variations, 3) the pattern of distributions due to the variation of the stored liquid makes a difference of a safety index.

1. 緒 言

従来の設計の基本的な考え方は,線形理論に基づく構造解析と経験的事実に根拠をおく安全 率を用いた許容応力度法である.これによると(1)構造物の安全性は構造物の限界強さを正し く認識したうえでないと評価できない.(2)材料,構造物の強度は一定不変のものではなく, あるばらつきがある.(3)構造物に作用する荷重にもある種のばらつきがある.(4)構造物が 大型化するに従って剛性が低下したわみ性となる,などの問題点を含むことになる.

いま,一例として大型液体貯蔵タンクのアニュラープレートを対象にして,貯蔵液体の変動 による低サイクルの疲労破壊の安全性の評価を考えてみた.

まず、一般に変動する応力による疲労破壊は多くの基礎的実験事実を基礎とした疲労の機構 あるいは理論によっていくつか明らかにされている¹⁰が、ここでは材料特性が完全弾塑性であ り、塑性部分によってその材料の損傷が進行するとし、そのときの累積損傷度の仮説は簡単の ため Miner¹¹ 型のものを用いた、

つぎに、信頼性理論を土木構造物に導入してきたのは、A.M. Freudenthal ら² であり、 そのときの安全性の尺度としては破壊確率であった.その後、A.H-S. Ang・M. Amin³ は不 確定要因を分析し、客観的不確定要因と主観的不確定要因に大別し、拡張信頼性理論を展開し た.さらに C.A. Cornell⁴ は不確定性を有する変動の確率的性質を、平均値と分散だけで代

^{*}土木工学科 ** Department of Civil Engineering

表させるという2次モーメント法を提案した.これにN.C. Lind[®]らは荷重係数との関係を部 分安全率という考え方でこの2次モーメント法に結びつけた.ここでは, Cornell やLind が確率分布関数を用いずに平均値および分散だけを用いた方法を用い,繰返し載荷による疲労 破壊に対する安全性指標を求めて,安全性を評価した.

なお、求められた安全性指標について具体的に数値計算を行ない、若干の結果が得られた.

2. 繰返し荷重下における信頼性理論の基礎

2.1 アニュラープレート部の曲げ応力

液体が貯蔵された円筒形タンクのアニュラープレートについて考える.アニュラープレート は、側板と底板との接続箇所に設置され、非常に大きな応力を生じる[®].ここでは発生応力は、 以下のように評価することにした.

まず, Fig.1 のような板厚が一様で下端で固定された側板について, その下端での曲げモー メントは,

ここに,

と表わされる⁷.ここで、 γは貯蔵液体の単位体積重量、 νは側板のポアソン比である.式(1) は、上端での境界条件(すなわち、断面力がゼロである)を満足していない.しかし、

$$\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{R}_{0}} \geq \pi \left\{ \frac{4(1-\nu^{2})}{3} \left(\frac{\mathrm{h}}{\mathrm{R}_{0}} \right)^{2} \right\}^{\frac{1}{4}}$$

を満足するHであれば、下端の影響は無視できるほどになる.さらに、塑性的な疲労を対象と する場合の液高については、上端の境界条件は無視してもさしつかえないと考えられる.また 下端が固定であるという境界条件についても厳密には側板とアニュラープレートと基礎などの 支持条件あるいは接続条件によって相対的な変化をする.しかし、下端固定の条件では、下端 の曲げモーメントは大きめに評価される.







·····(3)

Fig. 2 Model of a ε -S Curve

つぎに、アニュラープレートには、式(1)の曲げモーメントにより曲げ応力が側板下端の位置 に生じると考えれば、

ここで,

と評価できる.なお、tはアニュラープレートの板厚である.

2.2 疲労破壊の評価

(1) N-S曲線

疲労破壊に対する基礎データとしてS-N曲線がよく用いられる.ここではS-N曲線の関 数関係については、つぎのように考えることにした.

まず, Fig.2 に示すように応カーひずみの関係は完全弾塑性を呈し、塑性部分が疲労に寄与 すると考える、すなわち、つぎの関係がある。とする、

ここに、 $\Delta \epsilon_p$: 塑性ひずみ

N:繰返し載荷回数

 α . K: 材料定数

いま、fracture ductility が ϵ_r で、1/4 サイクルで破壊が生ずるとすれば、式(6)より、

 ZZE, ζ : ductility factor

となる.また,全ひずみ量は,Fig.2 より,

となり、式(6)および(8)より、つぎのようなN-Sの関係式が与えられる。

ここに,

 $C = (EK)^{\alpha}$

S。: 耐荷応力

E:弾性定数

αの値は、鋼材に対して普通2の値が用いられる.式(9)は,L.F. Coffin および B.F. Langer® が導いた疲労曲線と同じである.

(2)累積損傷度 D

荷重のレベルが変動するとき疲労の度合は累積損傷度の概念で多くの場合ごく粗い近似的に は評価することができる、すなわち、 Miner の提案した基準則を用いることにすれば、 累積 損傷度 Dnは、次式のように定義される.

式(10)において、N(S,)は応力レベルS,で作用させたとき破壊するまでの載荷回数Nであり、

 e_0 は応力レベル S_0 の載荷回数である.変動荷重に対する疲労破壊実験結果によれば,累積損傷 度 D_n ちようど1に等しいとき疲労するとは限らず,ある大きさのばらつきをもって1のまわ りに分布している.そこで, D_n が限界累積損傷度 D_{cr} を越えるとき破壊が生じるとすれば,破 壊基準は、

•••••(11)

$$\mathbf{D}_n \leq \mathbf{D}_{cr}$$

となる.

2.3 安全性指標

(1)定義

構造物に対してある破壊モードに対応する抵抗強度Rと作用荷重Sが次式のように与えられているとする.

$$\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{S}} = \mathbf{f} \left(\mathbf{X}_{1}, \mathbf{X}_{2}, \dots, \mathbf{X}_{n} \right)$$

$$\underbrace{\mathbf{S}}_{\mathbf{S}} = \mathbf{g} \left(\mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \dots, \mathbf{Y}_{m} \right)$$

ここに、 $X_{\ell}(j=1\sim n)$, $Y_{\ell}(\ell=1\sim m)$ はランダム変数であり、簡単化のため互いに独立であると仮定する.このとき、つぎのような汎関数について考えることにする.すなわち、

上式は、破壊境界面を決める方程式である.また、平均値 ($\mu_{x_1}, x_2, \dots, \mu_{x_n}, \mu_{y_1}, \mu_{y_2}, \dots, \mu_{y_n}$)のまわりに式(13)を Taylor 展開して 1次近似を行うと次式を得る.

ここに, 偏微分されたカッコ付された添字0は平均値での値を示す. ランダム変数 X_i , Y_i の正規化された変数を x_i , y_i とすれば, 式(14)は次式のようになる.

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}_{i}}\right)_{\mathbf{0}} \sigma_{\mathbf{X}_{1}} \mathbf{X}_{i} - \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{Y}_{j}}\right)_{\mathbf{0}} \sigma_{\mathbf{Y}_{j}} \mathbf{y}_{j} + \mathbf{f} (\mathbf{u}_{\mathbf{X}_{1}}, \dots, \mathbf{u}_{\mathbf{X}_{n}}) - \mathbf{g} (\mathbf{u}_{\mathbf{Y}_{1}}, \dots, \mathbf{u}_{\mathbf{Y}_{m}}) = 0 \quad (15)$$

さらに、つぎのような(n+m)次元ベクトルを導入する.

$$\mathbf{z} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_m)$$
$$\mathbf{B} = \left\{ -\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}_1}\right)_{\mathbf{0}} \sigma_{\mathbf{X}_1}, \dots, -\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}_n}\right)_{\mathbf{0}} \sigma_{\mathbf{X}_n}, \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{Y}_1}\right) \sigma_{\mathbf{Y}_1}, \dots, \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{Y}_m}\right) \sigma_{\mathbf{Y}_m} \right\} (16)$$

式(16)を用いれば、式(15)は次式のように表示できる.

ここに,

$$\nu^* = \frac{\mathbf{B}}{\|\mathbf{B}\|} \tag{18}$$

βは, 原点 (μx, ,....., μx, , μy, ,....., μy,) から式(13)で与えられる破壊境界超曲面までの距離

に相当するものを表わし、これを Hasofer - Lind®の安全性指標と称している.

(2)安全性指数と破壊確率との関係

抵抗力 $\underline{\mathbf{R}}$ と荷重 $\underline{\mathbf{S}}$ との差を安全性の余欲 $\underline{\mathbf{M}}$ とすると,その平均値 μ_{M} が破壊をもたらす限界 である $\underline{\mathbf{M}} = 0$ から標準偏差 σ_{M} の何倍 (\mathbf{m}^{*})だけ隔っているかを式(17)は意味している.すなわ ち,破壊確率で表示すれば,次式のようになる.

式(19)で仮定するランダム変数の分布関数形が異なるとき、破壊確率はベクトルBの方向に依存して変化する.すなわち、それぞれのランダム変数の分散の相対的な大小関係によって支配される.ただし、すべてのランダム変数が正規分布に従うと仮定されるとき、破壊確率は β^* のみの関数となり、次元依存性をもたなくなる.すなわち、

で評価し得る.ここに、 erf(q)は誤差関数である.また、Rが正規分布であり、Sが第1種 極値分布である2次元空間において、その破壊確率は、相対的に V_s が V_R に較べて大きい場 合 ($V_s > 0.40$, $V_R = 0.05 \sim 0.20$)、Rのばらつきの影響は少なく、次式のように表示できる、

ここに, γ^* は Euler 定数である.

式(20)および式(21)は工学的にとりうると予想されるパラメータ範囲で安全性指標に基づく破壊 確率 P₂の評価の上下界を示すようである.

(3) 疲労破壊に対する安全性指標

いま荷重レベルSの載荷回数 $\ell(S)$ と表わすとつぎのように累積損傷度 D_n は、式(9)より近似的に評価できる.

ここに、 S, Se, nはそれぞれ荷重レベルS, 耐荷応力Se, 繰返し回数Nの正規化されたラ ンダム変数である. Vs, Vse, VN は, それぞれ S, Se, N の変動係数であり、 VL は繰返し載 荷回数に対する変動係数で次式で与えられる.

ここで、正規化されたランダム変数は、平均値 S, S_e, N に対してどこでも同じ変動量である と評価する.さらに、式(11)より破壊基準式は次式のようになる.

式(24)に式(22)を代入すれば,

$$\int_{0}^{\infty} \frac{\ell \, \bar{S}}{\bar{N}(\bar{S})} \, d\bar{S} - \Big(\int_{0}^{\infty} \frac{\ell (\bar{S})}{\bar{N}(\bar{S})} V_{N} \, d\bar{S} \Big) n - \Big(\int_{0}^{\infty} \frac{\ell (\bar{S})}{\bar{N}(\bar{S})} V_{se} \, d\bar{S} \Big)_{Se}$$

ここに、 λ は限界累積損傷度の正規化されたランダム変数である. となる. Hasofer-Lind による安全性指標の定義より、

ところでV_sは,荷重レベルSに対する変動係数であるが,対象としているタンクに対しては, 式(4)より求められる、すなわち,式(4)をその平均値のまわりに1次の Taylor 展開すると次 式が求められる.

ここに、-が付されていない小文字は、添字の変動量に対する正規化されたランダム数変で あり、大文字Vは、添字の変動量に対する変動係数を表わしている.したがって式20より、

$$\mathbf{V}_{s} = \frac{\overline{\mathbf{b}}}{\overline{\mathbf{w}}} \sqrt{\left(\mathbf{H}\mathbf{V}_{N}\right)^{2} + \left\{2\mathbf{V}_{t}\left(\overline{\mathbf{H}} + \frac{1}{\overline{\mathbf{b}}}\right)\right\}^{2} + \left\{\mathbf{V}_{r}\left(\overline{\mathbf{H}} + \frac{1}{\overline{\mathbf{b}}}\right)\right\}^{2} + \left\{\mathbf{V}_{R}\left(\overline{\mathbf{H}} + \frac{3}{2\mathbf{b}}\right)\right\}^{2}} + \left\{\mathbf{V}_{R}\left(\overline{\mathbf{H}} + \frac{3}{2\mathbf{b}}\right)\right\}^{2} + \left\{$$

と求められる.

3. 数値計算

3.1 諸 元

対象とするタンクのアニュラープレートに対し、式(26)によって評価された安全性指標がどの

		and the second
Height of Tank	Ho (m)	20
Radius of Tank	Ro (m)	50
Thickness of Shell	h (mm)	40
Poisson's Ratio	ν	0.3
Thickness of Plate	t (mm)	15, 20, 25
Modulus of Elasticity	$E (kg/mm^2)$	2.1x10 ⁴
Endurance Stress	Se (kg/mm ²)	30
Unit weight of Liquid	γ (kg/m ³)	980

Table 1 Dimensions of Tank and Liquid

ような特性をもつか数値計算を行って検討するため、以下に各諸元を用いた.

まず,対象のタンクおよび液体の諸元は Table 1 に示すものを用いた.

対象とする変動係数の値は、数多くの強度試験の結果¹¹を参照にして、つぎのような値を用いいた. すなわち、 V_{γ} , V_{h} , V_{t} , $V_{s e}$ については、0.01 に固定し、 V_{R} , V_{N} , V_{H} , V_{cr} については、0.01、0.05、0.10、0.20 の値を用いた.

つぎに、貯蔵液体の変動パターンは実際のデータに対して取り扱えるが、ここでは Fig.3 の ような 4種の変動分布に対して数値計算を行った.すなわち、 Type I は、一様分布であり、 Type II は、三角形分布であり、 Type III は、逆三角形分布であり、 Type IV は、放物 線分布である. 図中の ℓ_0 は各分布の全回数であり、 $10^2 \sim 10^6$ の値を数値計算に用いて検討を行 った.いま、貯蔵液体の供給および貯蔵のための操作が 1 日平均約5 回程度と見積れば、5年 で約 10^4 回のオーダとなるので、 ℓ_0 が $10^2 \sim 10^6$ の範囲の検討で十分と考えられる.



Fig. 3 Types of Distributions due to Liquid Variations

3.2 計算結果および検討

(1)安全性指標と破壊確率

安全性指標と破壊確率との関係は、すでに述べたように変動量の確率分布関数によって結び つけられるが、式(20)および式(21)が、P+の上下界をおおよそ評価する.そこで、2つの曲線を Fig.4 に示した.ただし、縦軸には、安全性指標を、横軸には、破壊確率をとって示している。

図より, $P_{f} \leq 0.1$ の領域 ($\beta^{*} > 1.5$)の領域において同一破壊確率の値をとれば, β^{*} の値の 値は式(20)の値の方が式(21)の値より小さくなっている.すなわち,ある β^{*} の値が与えられたと き,その破壊確率 P_{f} は式(20)の値より式(21)の値が大きくなり,式(21)の方が安全側の評価を与え ることになる.また, $0.5 > P_{f} > 0.1$ の領域では,上述の逆の関係となっている.すなわち破 壊確率の大きい領域のとき正規分布で P_{f} を評価した方が安全側になっている.



(2) 繰返し回数と安全性指標

Fig. 5 Relation between Safety Index and Total Number of Cycles to Type I and Parameter V_H

Fig.5~Fig.11 は、縦軸を安全性指標 β^* に、横軸を繰返し載荷回数の総数 ℓ_0 にとって図示 されたものである.

まず Fig.5~Fig.7 は, Type I のような貯蔵液体高の変動分布をもっているときに対する ものであり, Fig.5 はパラメータとして $V_{\rm H}$ を, 他の変動係数を 0.01 に固定したときの結果 であり, Fig.6 はパラメータとして $V_{\rm R}$ をとり, Fig.7 はパラメータとして V_{cr} をとったとき の結果である.

図からわかるように V_H および V_R をパラメータしたときの結果は似かよった傾向を示し, $\ell_0 が 10^4 \sim 10^5 \ columbda nt \delta^* m 2 \sim 6$ の近傍で大きく変化する傾向となっている.すなわち, $\ell_0 > 10^4 \sim 10^5$ になれば、 β^* がおおよそ2以下となり、 β^* の少しの変化によって ℓ_0 が急激に変化し、逆に $\ell_0 < 10^4 \sim 10^5$ において ℓ_0 の少しの変化によって β^* が大きく変化する.ところが Fig.7 の V_{cr} をパラメータとしたときの結果は、V_{cr} が大きくなれば ℓ_0 が小さくなっても β^* の 値が一定となる傾向をもっている.たとえば、V_{cr}=0.1 のとき $\beta^*=10$, V_{cr}=0.2のとき β^* =5 となる.このことは、V_{cr}の値の違いがその安全性指標に大きく影響するが、 ℓ_0 の小さい 領域ではあまり β^* には影響しないといえる.

Fig.8~Fig.10は、パラメータを V_{cr} にとって貯蔵液体の変動分布がそれぞれ Type II~IV に対する結果である. **Fig.7** と合せて比較すると、 V_{cr} の値によって同様の傾向をもっている が、**Fig.8** と **Fig.9**のように貯蔵液体の変動が低位に載荷回数の頻度が高いときと高位に頻度 が高いときとでは、つぎのような差異を生じている. すなわち、 V_{cr} が大きい値で前者のとき には $\ell_0 < 10^5$ の付近で一定であるが、後者のときには $\ell_0 < 10^4$ で一定の傾向となっている. こ のことは V_{cr} が大きいところで繰返し総数が 10⁴ 以下では液高の高低の頻度にあまり影響しな いが、総数が 10⁴ 以上のところで大きく液高の高低の頻度がそのまま β^* の値に大きく影響 するといえる.

Fig.11は、 V_{H} =0.1で他の変動係数を 0.01 としたとき、アニュラープレートの板厚 t をパ ラメータとしたときの結果である. 図からわかるように当然 t の小さい方が β^* の値が非常に 小さくなっている.

なお、 V_N をパラメータとしたときの結果によると、 V_N のばらつきの影響はほとんどなかった.



Fig. 6 Relation between Safetv Index and Total Number of Cycles to Type I and Parameter V_R



Fig. 8 Relation between Safety Index and Total Number of Cycles to Type II and Parameter V_{cr}



Fig. 10 Relation between Safety Index and Total 'Number of Cycles to type IV and Parmeter V_{cr}



Fig. 7 Relation between Safety Index and Total Number of CyCles to Type I and Parameter V_{cr}



Fig. 9 Relation between Safety Index and Total Number of Cycles to Type III and Parameter V_{cr}



Fig.11 Relation between Safety Index and Total Number of Cycles to Type I and Parameter t

4. 結 営

本報告は,貯蔵液体の変動によるタンクのアニュラープレートの疲労破壊を信頼性理論に基づく2次モーメント法によって評価して,若干の結果を得た.

(1) タンク側板下端に設置されているアニュラープレートに対する貯蔵液体の変動による疲労破壊の安全性指標は,繰返し回数,耐荷応力,タンク高さ・半径,側板の板厚,アニュラー プレートの板厚などの関数として評価できる.

(2) 安全性指標の変動係数の影響は,限界累積損傷度による変動量が大きく,載荷回数総数 が小さい領域と大きい領域とで異なった特性をもっている.

(3) 載荷回数の総数の安全性指標におよぼす影響の鋭敏な範囲は、タンク高さ・半径および 繰返し回数などの変動量の方が、限界累積損傷度の変動量より広い傾向をもっている.

(4) 貯蔵液体の変動の分布型が安全性指標を大きく左右する.

参考文献

- 1) 横堀武夫:"材料強度学", 1964, 岩波書店, pp.149~275.
- Freudental, A.M., J.M. Garrelts and M. Shinozuka: The analysis of structural safety, ASCE, Vol. 92, No. ST1, Feb., 1966, pp. 267 - 325.
- Ang, A. H.-S. and M. Amin: Reliability of structures and structural systems, ASCE, Vol. 94, No. EM2, 1968, pp. 671 - 691.
- 4) Cornell, C.A.: Structural safety specifications based on second moment, IABSE, Symp., 1969.
- 5) Lind, N.C.: Consistent partial safety factors, ASCE, Vol. 97 No. ST6, 1971, pp. 1651 1669.
- 6) 河野和間・岩上昭夫;発想転換を迫られる大型円筒タンク、石油と石油化学、Vol.18、No.4、 pp. 61~70.
- 7) Timoshenko, S.P. and S. Woinowsky-Krieger: "Theory of Plates and Shells", McGraw-Hill, pp. 485 487.
- 8) Osgood, C.C.: "Fatigue Design", John Wiley & Sons., 1970, pp. 368 369.
- 9) Hasofer, A.M. and N.C. Lind: Exact and Invariant Second-Moment Code Format, ASCE. Vol. 100, No. EM1, Feb., 1974, pp. 111 – 121.