大阪公立大学
Osaka Metropolitan University
学術情報リポジトリ

カプセル流体輸送に関する研究

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2013-11-06 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 柳井田, 勝哉, 藤沢, 正一郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24729/00008119

カプセル流体輸送に関する研究

On the Pipeline Flow of Capsules

柳井田　勝　哉*,　藤　沢　正一郎*

Katsuya YANAIDA** and Shoichiro FUJISAWA**

(昭和51年9月6日　受理)

Summary

In the case of planning and designing the pipeline of capsules, it is necessary to determine the incipient fluid velocity when the capsule is just on the threshold of movement. From the point of view, the authors develop hydrodynamic analysis on laminar boundary layers around a solid capsule and inner wall of tube for the fully eccentric case (stationary capsule touching the pipe wall) and introduce the effects of capsule/pipe diameter ratio, capsule length/diameter ratio and capsule specific gravity on the drag coefficient of capsule.

1. 緒　　言

カプセルの流体輸送計画において，カプセル搬入出装置の設計あるいはカプセルの閉塞などの問題からカプセルが動き始める時の流体の限界速度あるいは初速度を決定しておく必要がある．Lazarus と Kilner[1] は水平管内におけるカプセルの走行特性からこのような問題を検討しているが，カプセルが偏心した状態で流動しているにもかかわらずこれに関する解析は行なっていない．Kruyer, Redberger および Ellis[2] は偏心したカプセルまわりを流れる流量を基本にしてカプセルの走行特性について報告している．このように，これまで行なわれているカプセル流体輸送の研究はほとんどカプセルの走行特性に関するものが多い．一方，著者らは流体力学的な観点からカプセルの抗力係数に関する解析および実験を行ない．カプセル流体輸送計画および設計に必要な基礎的な問題について報告している[3),4),5)].

本報では，さらに水平管および傾斜管内におけるカプセルまわりの流れを解析するために完全に偏心した状態におけるカプセルまわりの境界層理論を展開し，かつカプセル抗力係数とカプセル長さ，カプセル径およびカプセル比重などとの関係を理論的に明らかにした．

2. 記　　号

B：浮力
C_d：カプセル抵抗係数
$\bar{d}$：d/D
D：管内径
d：カプセル径
g：重力加速度
h：同心状態でのカプセルと管内壁とによるすきま
h_θ：θ におけるカプセルと管内壁とによるすきま

*機械工学科　**Department of Mechanical Engineering

l：カプセルの長さ
$\bar{l}$：l/d
P：圧力
P_0：カプセル前方の圧力
P_1：カプセル前縁での圧力
P_2：カプセル後縁での圧力
P_{xp}：境界層の重なる点 $x=x_{mp}$ での圧力
Q：流量
R：レイノルズ数 $U_m l/\nu$
R_θ：レイノルズ数 $U_{m\theta} l/\nu$
R_e：レイノルズ数 $U_m d/\nu$
R_f：レイノルズ数 $U_m h/\nu$
$R_{f\theta}$：レイノルズ数 $U_{m\theta} h/\nu$
U：同心状態での境界層内の流速
U_θ：θ における境界層内の流速
U_0：カプセル前縁での一様流速
U_m：同心状態でのカプセル前縁での一様流速
$U_{m\theta}$：θ におけるカプセル前縁での一様流速
U_1：同心状態での x 断面の主流速
$U_{1\theta}$：θ における x 断面の主流速
U_2：同心状態での境界層が重なる場合の最大流速
$U_{2\theta}$：θ における境界層が重なる場合の最大流速
W：カプセルの重量
x：流れ方向の座標
$\bar{x}$：x/d
x_{mp}：同心状態での境界層の重なる点の座標
$\bar{x}_{mp}$：x_{mp}/d
x_p：θ における境界層の重なる点の座標
$\bar{x}_p$：x_p/d
y：流体方向に垂直な座標
θ：カプセルまわり方向の座標
Γ：摩擦力の無次元量
δ：同心状態での境界層の厚さ
δ_θ：θ における境界層の厚さ
η：同心状態での境界層の無次元幅 δ/h
η_θ：θ における境界層の無次元幅 δ_θ/h_θ
κ：圧力変化の無次元量
μ：流体の粘性
ν：動粘性係数
ρ：流体の密度
$\bar{\rho}_c$：カプセルの比重
ξ：係数 $(1-\bar{d}^2)^2$
τ：同心状態でのせん断応力
τ_θ：θ におけるせん断応力
ϕ：同心状態での流速の無次元量 U_1/U_m
ϕ_θ：θ における流速の無次元量 $U_{1\theta}/U_{m\theta}$
φ：境界層を基準にしたカプセルまわりの任意角
e：偏心状態を意味する添字
c：同心状態を意味する添字

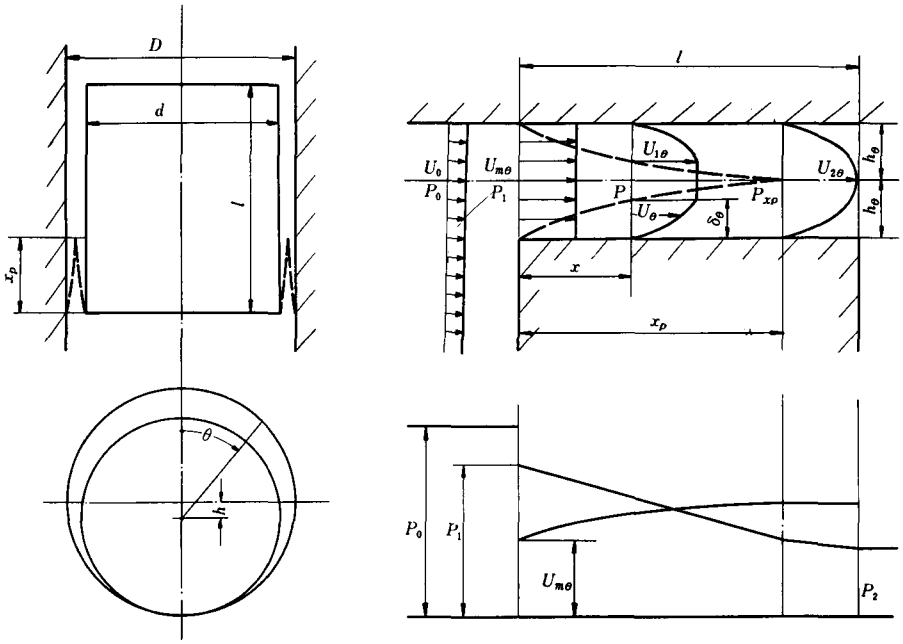
3. 基　礎　式

完全に偏心した状態におけるカプセルと管壁の間の流れを解析するため**図—1**のようなモデルを考える．図に示されているようにカプセルは垂直な管内に完全に偏心した状態で浮遊静止し，カプセル前縁で縮流現象は現われないものと仮定する．カプセルまわりの座標 θ における x での境界層の厚さを δ_θ とすれば，x_p においては管壁に発達した境界層とカプセルの周りの境界層が重なるものとする．境界層の助走区間を含む流れでは，$\theta=0$ におけるレイノルズ数 $R_\theta=U_{m\theta}l/\nu<5\times10^5$ で層流である．流体中でカプセルが浮遊静止しているときは，カプセル前後の圧力差にもとずく力，カプセル表面の摩擦力，浮力，カプセルにはたらく重力などの諸力が釣合い，次式が与えられる．

$$W-B=(P_0-P_2)\frac{\pi}{4}\cdot d^2+\int_0^{2\pi}\int_0^{l}\tau_\theta dx\cdot\frac{d}{2}d\theta \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

浮遊速度および抵抗係数についてはそれぞれ次式のように定義する．

$$U_m=\frac{Q}{\frac{\pi}{2}D^2(1-\bar{d})^2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(2) \qquad\qquad C_d=\frac{W-B}{\frac{\rho}{2}U_m^2\frac{\pi}{4}d^2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$



図—1

偏心状態のカプセルまわりの θ における一様流速 $U_{m\theta}$ が浮遊速度 U_m で次式のように示されると仮定する.

$$U_{m\theta}=\frac{2}{5}\cdot(1+\cos\theta)^2\cdot U_m \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

またカプセルまわりのすきま h_θ は次式で示される.

$$h_\theta=(1+\cos\theta)\cdot h \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

(1) 式の右辺について，流れの解析を行なうためには，境界層が重ならない領域と重なる領域とに分けて検討する.

3·1 境界層を考慮した場合の基礎式

図—1を参照して流れの方程式式として次のように連続の式および運動量の方程式が示される.

$$2\int_0^{\delta_\theta}\rho U_\theta dy+(2h_\theta-2\delta_\theta)\rho U_{1\theta}=2h_\theta\rho U_{m_\theta} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

$$\frac{d}{dx}\left\{2\int_0^{\delta_\theta}\rho U_\theta^2 dy+(2h_\theta-2\delta_\theta)\rho U_{1\theta}^2\right\}=-2h_\theta\frac{dP}{dx}-\tau_\theta \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

ここで

$$\tau_\theta=\mu\left(\frac{dU_\theta}{dy}\right)_{y=0}=\mu\frac{2U_{1\theta}}{\delta_\theta},\qquad \frac{dP}{dx}=-\rho U_1\frac{dU_1}{dx}$$

圧力 P は y 方向に一定，カプセルまわりに2次流れがないとすれば，同心状態のカプセルの場合と同様に考えて流れ方向の圧力変化は次式のように与える.

$$P=P_1+\frac{\rho}{2}U_m^2-\frac{\rho}{2}U_1^2=P_0+\frac{\rho}{2}U_0^2-\frac{\rho}{2}U_1^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

さらに境界層内の速度分布は次式のように仮定する.

$$\frac{U_\theta}{U_{1\theta}}=2\left(\frac{y}{\delta_\theta}\right)-\left(\frac{y}{\delta_\theta}\right)^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

(9) 式を (6) 式に導入すると次式がえられる.

$$\frac{U_{1\theta}}{U_{m\theta}}=\frac{1}{\left\{1-\frac{1}{3}\left(\frac{\delta_\theta}{h_\theta}\right)\right\}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

また (10) 式は次のようにかきかえられる.

$$\phi_\theta=\frac{1}{\left(1-\frac{\eta_\theta}{3}\right)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

次に (7) 式を積分すれば次のような式が求められる.

$$\frac{x}{h_\theta\cdot R_{f\theta}}=2.7\phi_\theta-4.8\,\mathrm{In}\phi_\theta-\frac{2.1}{\phi_\theta}-0.6 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

(12) 式について数値計算すると**表—1**のように示される.

表—1

ϕ_θ	$x/h_\theta R_{f\theta}$	ϕ_θ	$x/h_\theta R_{f\theta}$	ϕ_θ	$x/h_\theta R_{f\theta}$	ϕ_θ	$x/h_\theta R_{f\theta}$	ϕ_θ	$x/h_\theta R_{f\theta}$
1.01	0.0000	1.11	0.0041	1.21	0.0164	1.31	0.0378	1.41	0.0684
1.02	0.0001	1.12	0.0050	1.22	0.0182	1.32	0.0404	1.42	0.0719
1.03	0.0002	1.13	0.0059	1.23	0.0200	1.33	0.0431	1.43	0.0756
1.04	0.0005	1.14	0.0069	1.24	0.0219	1.34	0.0460	1.44	0.0793
1.05	0.0008	1.15	0.0080	1.25	0.0239	1.35	0.0489	1.45	0.0832
1.06	0.0011	1.16	0.0092	1.26	0.0259	1.36	0.0519	1.46	0.0871
1.07	0.0016	1.17	0.0105	1.27	0.0281	1.37	0.0550	1.47	0.0911
1.08	0.0021	1.18	0.0118	1.28	0.0304	1.38	0.0582	1.48	0.0952
1.09	0.0027	1.19	0.0133	1.29	0.0328	1.39	0.0515	1.49	0.0994
1.10	0.0034	1.20	0.0148	1.30	0.0352	1.40	0.0649	1.50	0.1037

カプセルと管壁の境界層が重なるのは, $\delta_\theta=h_\theta$ のときであり, ここでは (11) 式より $\phi_\theta=1.5$ となる. カプセル前縁すなわち $x=0$ からこの点までの距離 x_p は (12) 式より求めることができ, 次式で与えられる.

$$\frac{x_p}{h_\theta\cdot R_{f\theta}}=0.1037 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

(13) 式より, カプセル長さ l において $x_p=l$ となる. 座標 θ を φ とすれば同心状態の流れを基準とし次の式のように表わされる.

$$\varphi=\mathrm{arc\ cos}\left\{\left(\frac{5}{2}\cdot\frac{l}{h\cdot R_f}\right)^{1/4}-1\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

すなわち, (14) 式において, $R_f=U_m h/\nu$, $h=0.25D(1-\bar{d})$ を代入すると, これらに対して φ が求められる.

3・1・1 カプセルまわり θ における境界層の重なる領域と重ならない領域とについて

境界層が重ならない場合において, カプセルはその表面にせん断力をうけ, $x=0$ から l まで, カプセルまわり, θ が $-\varphi<\theta<+\varphi$ の範囲でカプセルに加わる摩擦力を無次元量で示すと次のようになる.

$$\Gamma_1=\frac{2\int_0^{\varphi}\int_0^{l}\tau_\theta\cdot dx\cdot\frac{d}{2}d\theta}{\frac{\rho}{2}U_m^2\cdot\frac{\pi}{4}d^2}=\frac{40}{3}\cdot\frac{h}{d}\cdot\frac{l}{h\cdot R_f}\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{\varphi}(1+\cos\theta)^{-3}\cdot\frac{\phi_\theta^2}{(\phi_\theta-1)}d\theta \quad\cdots\cdots(15)$$

境界層が重なる場合においても同じく，その表面にせん断応力をうけ，$x=0$ から x_p まで，カプセルまわり，θ が $\varphi<\theta<2\pi-\varphi$ までのカプセルに加わる摩擦力を無次元量で示すと次のようになる．

$$\Gamma_2=\frac{2\int_{\varphi}^{\pi}\int_0^{xp}\tau_\theta dx\cdot\frac{d}{2}d\theta}{\frac{\rho}{2}U_m^2\cdot\frac{\pi}{4}d^2}=2.49\frac{h}{d}\cdot\frac{\pi-\varphi-\sin\varphi}{\pi} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

1) $l/hR_f<0.1037$ の場合

カプセル前縁から $x=l$ の距離までの圧力変化を無次元量 κ で表わすと，(8) 式から次式のように示される．

$$\kappa=\frac{P_0-P}{\frac{1}{2}\rho U_m^2}=\frac{P_0-P_1}{\frac{1}{2}\rho U_m^2}+\frac{P_1-P}{\frac{1}{2}\rho U_m^2}=(1-\xi)+(\phi^2-1) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

したがって，(15)式，(16) 式および (17) 式によりカプセルの抵抗係数は次のように求められる．

$$C_d=(1-\xi)+(\phi^2-1)+\frac{40}{3}\cdot\frac{h}{d}\cdot\frac{l}{h\cdot R_f}\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{\varphi}(1+\cos\theta)^{-3}\cdot\frac{\phi_\theta^2}{(\phi_\theta-1)}d\theta$$
$$+2.49\cdot\frac{h}{d}\cdot\frac{\pi-\varphi-\sin\varphi}{\pi} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

2) $0.1037<l/hR_f<0.6637$ の場合

この領域では流れの方向の圧力変化は一定であり，$x=x_p$ からカプセル後縁までの圧力降下は図—1から次式で示される．

$$P_{xp}-P_2=\frac{(l-x_{mp})\cdot\tau}{h} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

ここで，

$$\tau=2\mu\frac{U_2}{h}=\left(\frac{\rho U_m^2}{2}\right)\cdot\left(\frac{6}{R_f}\right) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

(19) 式に (18) 式を導入すると，圧力変化の無次元量 κ が次式で表わされる．

$$\kappa=\frac{P_{xp}-P_2}{\frac{\rho}{2}U_m^2}=\frac{6(l-x_{mp})}{h\cdot R_f} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

境界層が重なる点，$x=x_{mp}$ では $\phi=1.5$ となるので，$\kappa=(1-\xi)+1.25$ となり，カプセルの抵抗係数 C_d は次式のように求められる．

$$C_d=(1-\xi)+1.25+\frac{40}{3}\cdot\frac{h}{d}\cdot\frac{l}{h\cdot R_f}\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{\varphi}(1+\cos\theta)^{-3}\cdot\frac{\phi_\theta^2}{(\phi_\theta-1)}d\theta$$
$$+2.49\frac{h}{d}\cdot\frac{\pi-\varphi-\sin\varphi}{\pi}+\frac{6(l-x_{mp})}{h\cdot R_f} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

3.1.2 境界層が完全に重なる場合 $l/hR_f>0.6637$

(16) 式に $\varphi=0$ から π の範囲を代入すると，$\Gamma=2.49h/d$，それに (21) 式の圧力変化の無次元量 κ を導入すれば，カプセルの抵抗係数 C_d は次式のように求められる．

$$C_d = (1-\xi) + 1.25 + 2.49\frac{h}{d} + \frac{6(l-x_{mp})}{h\cdot R_f} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

4. 数 値 計 算

以上の解析の (14) 式の積分の項を数値計算を行なうと次のようになる．まず，(12) 式より ϕ_θ の $x/h_\theta R_{f\theta}$ に関する関数として，近似式が次式で求められる．

$$\frac{\phi_\theta^2}{(\phi_\theta-1)} = 2.554\left(\frac{x}{h_\theta\cdot R_{f\theta}}\right)^{-1/4} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

ゆえに，

$$\Gamma_1 = \frac{40}{3}\cdot\frac{h}{d}\cdot\frac{l}{h\cdot R_f}\cdot\frac{1}{\pi}\cdot 2.554\left(\frac{l}{h\cdot R_f}\right)^{-1/4}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{1/4}\int_0^\varphi(1+\cos\theta)^{-2}d\theta$$

$$= 13.54\frac{1}{\pi}\left(\tan\frac{\varphi}{2}+\frac{1}{3}\tan^3\frac{\varphi}{2}\right)\cdot\frac{h}{d}\cdot\left(\frac{l}{h\cdot R_f}\right)^{3/4} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

したがって，(18) 式の $l/hR_f<0.1037$ でのカプセル抵抗係数は，(25) 式を導入することで次のようにえられる．

$$C_d = (1-\xi) + (\phi^2-1) + 13.54\cdot\frac{1}{\pi}\left(\tan\frac{\varphi}{2}+\frac{1}{3}\tan^3\frac{\varphi}{2}\right)\cdot\frac{h}{d}\cdot\left(\frac{l}{h\cdot R_f}\right)^{3/4}$$

$$+2.49\cdot\left(\frac{\pi-\varphi-\sin\varphi}{\pi}\right)\frac{h}{d} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

さらに，(26) 式を一般式にかきかえると次のように表わされる．

$$C_d = (1-\xi) + (\phi^2-1) + 27.08\frac{1}{\pi}\left(\tan\frac{\varphi}{2}+\frac{1}{3}\tan^3\frac{\varphi}{2}\right)\cdot(1/\bar{d}-1)^2\cdot\left\{\frac{\bar{l}}{(1/\bar{d}-1)^2\cdot R_e}\right\}^{3/4}$$

$$+0.6225\cdot\left(\frac{\pi-\varphi-\sin\varphi}{\pi}\right)\cdot(1/\bar{d}-1) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

同様に，(22) 式の $0.1037<l/hR_f<0.6637$ でのカプセル抵抗係数は次のようにえられる．

$$C_d = (1-\xi) + 1.25 + 13.54\frac{1}{\pi}\cdot\left(\tan\frac{\varphi}{2}+\frac{1}{3}\tan^3\frac{\varphi}{2}\right)\frac{h}{d}\cdot\left(\frac{l}{h\cdot R_f}\right)^{3/4}$$

$$+2.49\left(\frac{\pi-\varphi-\sin\varphi}{\pi}\right)\cdot\frac{h}{d}+\frac{6(l-x_{mp})}{h\cdot R_f} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

さらに，(28) 式を一般式にかきかえると次のように表わされる．

$$C_d = (1-\xi) + 1.25 + 27.08\frac{1}{\pi}\left(\tan\frac{\varphi}{2}+\frac{1}{3}\tan^3\frac{\varphi}{2}\right)\cdot(1/\bar{d}-1)\cdot\left\{\frac{\bar{l}}{(1/\bar{d}-1)^2\cdot R_e}\right\}^{3/4}$$

$$+0.6225\left(\frac{\pi-\varphi-\sin\varphi}{\pi}\right)\cdot(1/\bar{d}-1)+\frac{96(\bar{l}-\bar{x}_{mp})}{(1/\bar{d}-1)^2\cdot R_e} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

ところで，(23) 式の $l/hR_f>0.6637$ でのカプセル抵抗係数の一般式は次のようにえられる．

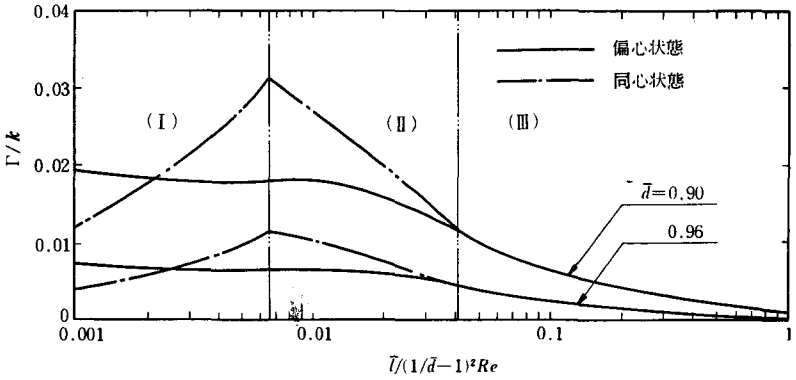
$$C_d = (1-\xi) + 1.25 + 0.6225(1/\bar{d}-1) + \frac{96(\bar{l}-\bar{x}_{mp})}{(1/\bar{d}-1)^2\cdot R_e} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

(27) 式 (29) および (30) 式は，カプセル抗抵係数 C_d が $\bar{l}/(1/\bar{d}-1)^2R_e$ と $\bar{d}$ との関数であることを示している．

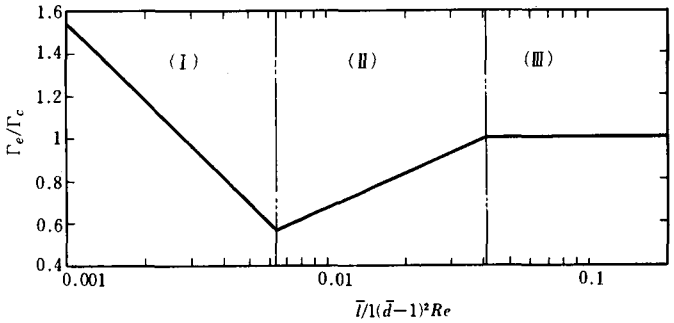
5. 解 析 結 果

以上の解析を行なった結果，同心状態との比較として，無次元量比の関係で示すと，**図—2**，**図—3** および**図—4** のようになる．

図—2 には，圧力の無次元量 κ とせん断力の無次元量 Γ との比を特性数 $\bar{l}/(1/\bar{d}-1)^2R_e$ と



図—2



図—3

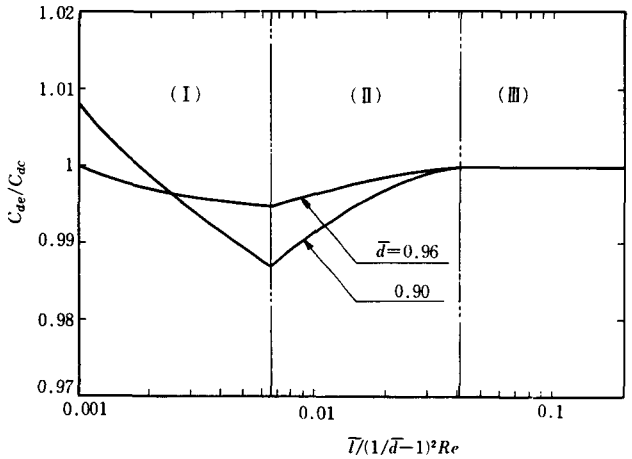


図 — 4

の関係で示している．**図—3**には同心状態におけるせん断力無次元量 Γ_c と偏心状態における無次元量 Γ_e との比を特性数との関係で示している．**図—4**には同心状態における抵抗係数 C_{dc} と偏心における抵抗係数 C_{de} との比を特性数との関係で示している．

6. 結　　論

以上のような解析結果を要約すると次のとおりである.

1) (14) 式において，特性数が決定されると φ が求まり，これによって抵抗係数が求められる.
2) **図—2** において，圧力係数とせん断係数との比が特性数によって 3 領域に分けられる.
3) **図—3** においては，同心と偏心におけるせん断係数の比が，特性数によって 3 領域に分けられる.
4) **図—4** においても，同心と偏心における抵抗係数の比が，特性数によって 3 領域に分けられる.
5) 以上，図に見られることから，**図—2** の（Ⅰ），（Ⅱ）の領域においては，偏心の場合に圧力とせん断力の比はほぼ一定であり，（Ⅲ）の領域では同心と偏心は同一である．したがって**図—3** においては，同心におけるせん断力の影響が大きく表わされている傾向を示している.

   以上のことから，抵抗係数にこれらの影響が表わされていることがわかる.

   次回には，すでに行なっている実験結果とこれらの解析結果とを比較して報告する予定である.

参　考　文　献

1) Lazarus, J.H. and Kilner, F.A. "Incipient Motion of Solid Capsules in Pipelines". Paper C3 Proceedings Hydrotransport 1, BHRA, 1970.
2) Kruyer, J., Redberger, P.J. and Ellis, H.S. "The Pipeline Flow of Capsules". J. Fluid Mech, 30–3, 513–531, 1967.
3) 柳井田，藤沢；研究紀要第 8 巻（昭和49年）
4) 柳井田，藤沢；流体工学 Vol. 11（昭和50年 3 月）
5) Yanaida, K. and Fujisawa, S. ; Bull. Osaka Prefec. Tech. College, 9 (1975).