



## 上下動における液体貯蔵円筒形タンクの側板－底板の連成挙動について

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2013-11-06 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 宮脇, 幸治郎 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.24729/00008128">https://doi.org/10.24729/00008128</a>

# 上下動における液体貯蔵円筒形タンクの 側板—底板の連成挙動について

## Coupling Motions with Respect to the Cylindrical Shell-Circular Plate of Liquid Storage Tanks during Vertical Excitations

宮 脇 幸 治 郎\*

Kohjiro MIYAWAKI\*\*

(昭和51年9月6日 受理)

### Synopsis

This paper dealt with motions coupling a cylindrical shell and circular plate of liquid storage tanks during vertical excitations. The analysis methods were as follows.

The stored liquid was carried out introducing a fundamental equation of the dynamic liquid pressure with the equations of the Euler's motion and the continuity, and this equation was solved analytically with given boundary conditions. The cylindrical shell was treated as the Timoshenko-Love's shell and was considered external forces with respect to the dynamic liquid pressure and the inertia force of the shell. The circular plate was calculated deformations and bending moments from a plate theory during external forces of the dynamic liquid pressure, the ground reaction and the inertia force of the plate. The coupling behaviour was considered with the continuous conditions with respect to the lower edge of the shell and the edge of the plate.

### 1. は し が き

直下型の地震が発生した場合、相当大きな上下動が構造物には作用すると考えられる。タンク構造物に対する水平動の検討は、数多くなされ<sup>1),2),3),4)</sup>ているが、上下動に対する検討はほとんどなされていないという現状にある。

上下動のタンク構造物の取扱いには種々あるが、本報告は液体貯蔵円筒形タンクを対象にして解析的に取扱った。解析手法は、貯蔵流体は流体を Euler の運動方程式と連続方程式とによって動流体圧の基礎方程式を誘導し、所定の境界条件を合やすことによって解いた。また底板は板の基礎方程式において外力項に動流体圧、基礎地盤反力および慣性力を考慮して、側板は Timoshenko-Love の円筒シェルの基礎方程式において動流体圧および慣性などの外力項を考慮して解析した。側板と底板との連成挙動は、側板の下端部と底板の縁端部での連続条件を用いることによって求めた。

なお、動流体圧に対する数値計算による検討を若干行うことによって、タンク側板および底

\*土木工学科 \*\*Department of Civil Engineering

板に作用する動流体圧の評価を行い、それぞれの基礎方程式からの解法がなされた。また、連成挙動に対する数値計算における検討は、別の機会に報告することにした。

## 2. 上下動における動流体圧

### (1) 基礎方程式

Fig. 5 に示すように座標軸をとり、基礎地盤が上下方向に加振された場合について円筒タンク中の流体によって生ずる動流体圧を考える。

上下加振されたときの液体の動的挙動を厳密に取扱うことはきわめて困難であるため以下に示すような近似的な取扱いを行う。まず  $r$  方向、 $z$  方向の流体速度を  $v_r$ 、 $v_z$  とそれぞれすると連続方程式は、

$$v_r/r + \partial v_r/\partial r + \partial v_z/\partial z = 0 \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

であり、また、半径  $r$  で深さ  $H$  としたときのその断面を  $A(=2\pi rH)$ 、その断面を  $r$  方向に通過する流量を  $Q(=2\pi rHv_r)$  とすると、次式のようにも連続方程式が表せる。

$$\partial A/\partial t + \partial Q/\partial r = 0$$

すなわち、

$$\partial H/\partial t + H\partial v_r/\partial r + v_r + v_r H/r = 0 \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

式 (2.1) と式 (2.2) との関係より、

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{1}{H} \left( \frac{\partial H}{\partial t} + v_r \frac{\partial H}{\partial r} \right) \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

となる。ここで、 $v_r$  は簡略化のため  $z$  方向に一様であるとして  $z$  に関して積分すれば、

$$v_z = v_{z0} + \frac{z}{H} \left( \frac{\partial H}{\partial t} + v_r \frac{\partial H}{\partial r} \right) \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

ここに、 $v_{z0} = dz_0/dt$  : 基盤での上下加振速度となる。

つぎに、流体に対する Euler の運動方程式<sup>5)</sup> は、運動が  $z$  軸対称であり、 $v_r$  が微小とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} &= -\frac{\partial v_r}{\partial t} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= -\frac{\partial v_z}{\partial t} - v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} - v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - g \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

である。さらに、式 (2.4) を (2.5) の第 2 式に代入して、 $H$  および  $v_r$  の 1 次微係数の 2 乗項を 2 次微係数項に比べて無視して、また簡略化のため  $v_{z0}$  と  $H$  の 1 次微係数との積も無視できるとすると、

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho \frac{z}{H} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + \frac{\partial v_{z0}}{\partial t} \right) - \rho g \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

となる。式 (2.1) を  $t$  で偏微分し、式 (2.5) の第 1 式に代入して再び低次の微係数の 2 乗項を高次の微係数に比して無視すれば、

$$r \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{r}{H} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

となる。さらに、式 (2.7) を式 (2.6) に代入して、 $H = H_0 + \eta$ 、 $H_0 \gg \eta$  とすれば、

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{z} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\rho g}{z} - \frac{\rho}{H_0} \frac{\partial v_{z0}}{\partial t} \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

となる。式 (2.8) は流体が上下加振されたときの動流体圧  $p(r, z; t)$  に関する基礎方程式である。

いま、基礎地盤の上下運動は定常的な加振であるとする。すなわち、

$$v_{z_0} = i\omega z_0 e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

ここに、 $z_0$  : 基盤の上下加振振幅

このとき、式 (2.8) の解は、つぎのように置く。

$$p(r, z; t) = \Phi(r) \Xi(z) e^{i\omega t} + \frac{1}{2} H_0 \rho \omega^2 z_0 \left\{ 1 - \left( \frac{z}{H_0} \right)^2 \right\} e^{i\omega t} + \rho g H_0 \left( 1 - \frac{z}{H_0} \right) \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

式 (2.10) に対する境界条件として、

$$1) \quad r=0; \quad p(0, z; t) < \infty \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

$$2) \quad r=R_0; \quad \partial p(R_0, z; t) / \partial r = 0 \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

を用いると、次式のようになる。

$$p(r, z; t) = \left[ C_0 + \sum_{j=1}^{\infty} C_j J_0 \left( m_j \frac{r}{R_0} \right) \exp \left\{ \frac{m_j^2}{2} \left( \frac{z}{R_0} \right)^2 \right\} \right] e^{i\omega t} + \frac{1}{2} H_0 \rho \omega^2 z_0 \cdot \left\{ 1 - \left( \frac{z}{H_0} \right)^2 \right\} e^{i\omega t} + \rho g H_0 \left( 1 - \frac{z}{H_0} \right) \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

ここに、 $m_j$  :  $J_1(m_j) = 0$  なる零点 ( $j=1, 2, \dots$ )

$J_n(q)$  : 第 1 種  $n$  次ベッセル関数

つぎに、式 (2.13) を式 (2.7) に代入すると、

$$\sum_{j=1}^{\infty} C_j \exp \left\{ \frac{m_j^2}{2} \left( \frac{z}{R_0} \right)^2 \right\} \left( \frac{m_j}{R_0} \right)^2 J_0 \left( m_j \frac{r}{R_0} \right) e^{i\omega t} = \frac{\rho}{H} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

となり、ここで、 $H = H_0 + \eta$ ,  $H_0 \gg \eta$  であり、

$$\eta = \eta_0(r) e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

とすると、

$$\sum_{j=1}^{\infty} C_j \exp \left\{ \frac{m_j^2}{2} \left( \frac{H_0}{R_0} \right)^2 \right\} \left( \frac{m_j}{R_0} \right)^2 J_0 \left( m_j \frac{r}{R_0} \right) \left\{ 1 + m_j^2 \left( \frac{H_0}{R_0} \right)^2 \frac{\eta_0}{H_0} \right\} = \rho \frac{\omega^2}{H_0} \eta_0$$

となる。いま、流体の自由表面の圧力条件として、

$$3) \quad z=H_0; \quad p(r, H_0; t) = \rho g (\eta + z_0 e^{i\omega t}) \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

と考えると、式 (2.13) より、

$$\rho g \eta_0 = -\rho g z_0 + C_0 + \sum_{j=1}^{\infty} C_j J_0 \left( m_j \frac{r}{R_0} \right) \exp \left\{ \frac{m_j^2}{2} \left( \frac{H_0}{R_0} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (2.16)$$

式 (2.16) を式 (2.15) に代入し、両辺に  $r/R_0$  を掛けて、 $r/R_0$  について  $[0, 1]$  の領域を積分すれば、

$$C_j = \frac{\omega \sqrt{\rho(C_0 - \rho g z_0)} R_0^2 \exp \left\{ -\frac{m_j^2}{2} \left( \frac{H_0}{R_0} \right)^2 \right\}}{m_j^2 H_0 J_0(m_j)}, \quad (j=1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

となる。

つぎに、自由表面の波高の変動は、

$$4) \quad z=H_0; \quad 2\pi \int_0^{R_0} \eta r dr = 0 \quad \dots\dots\dots (2.18)$$

より、 $C_0 = 0$  となる。したがって、

$$C_j = i \frac{\rho H_0 \omega \sqrt{g z_0}}{m_j^2 J_0(m_j)} \left( \frac{R_0}{H_0} \right)^2 \exp \left\{ -\frac{m_j^2}{2} \left( \frac{H_0}{R_0} \right)^2 \right\}, \quad (j=1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (2.19)$$

となり、式 (2・13) は、次式のようになる。

$$\frac{p(r, z; t)}{\rho g H_0} = i \frac{\omega}{g} \left(\frac{R_0}{H_0}\right)^2 \sqrt{g^2 \sum_{j=1}^{\infty} J_0^2\left(m_j \frac{r}{R_0}\right)} \exp\left\{-\frac{m_j^2}{2} \left(\frac{H_0}{R_0}\right)^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{H_0^2}\right)\right\} e^{i\omega t} / J_0(m_j) m_j^2 + \frac{\omega^2 z_0}{2g} \left\{1 - \left(\frac{z}{H_0}\right)\right\} e^{i\omega t} + \left(1 - \frac{z}{H_0}\right) \dots\dots\dots (2\cdot20)$$

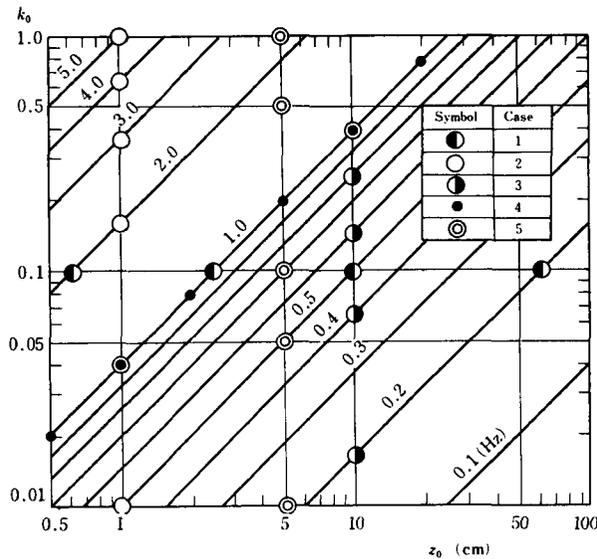
式 (2・20) は、右辺の第 1 項が流体の自由表面の波動によって生じる効果であり、第 2 項が流体内部での動的流体圧効果であり、第 3 項が静的流体圧効果であると解釈できる。また、上下動下における動流体の挙動は、水平動における挙動のような共振現象を呈さないのがわかる。

(2) 数値計算

誘導された式 (2・20) の上下動による動流体圧効果を検討するために数値計算を行った。対象とした液高  $H_0=20\text{ m}$  で、半径  $R_0/H_0=2$  とし、上下加振領域は **Fig. 1** に示す各ケースをとった。ここでは、ケース 4 および 5 について最大の動流体圧分布を **Fig. 2, 3** の図に示した。また、ケース 5 においては、最大の動流体圧分布との位相差が  $\pi/2, \pi/4$  について **Fig. 4** に示した。

数値計算結果によりつぎのような事項がわかる。

- 1) 動流体圧効果は、加振加速度(震度)あるいは加振振動数によって大きく変動している。
- 2) 鉛直方向の最大の動流体圧分布は、静的な三角形分布に動流体圧効果の放物線分布が重なった分布をしている。
- 3) 水平方向の最大の動流体圧分布は、ほぼ等圧分布に近い分布をしている。
- 4) 流体の自由表面における波動による動流体圧効果は、自由表面高において変動する。しかし、動流体圧効果全体に比べるとその効果が少なく、浮屋根式タンク以外においても無視してもよいと考えられる。



**Fig. 1** Objective Ranges with respect to Excitations

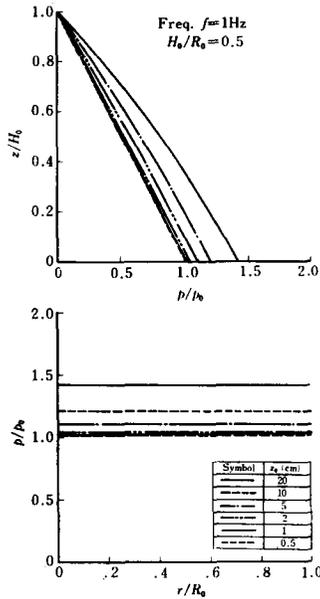


Fig. 2 Dynamic Liquid Pressures (Case 4)

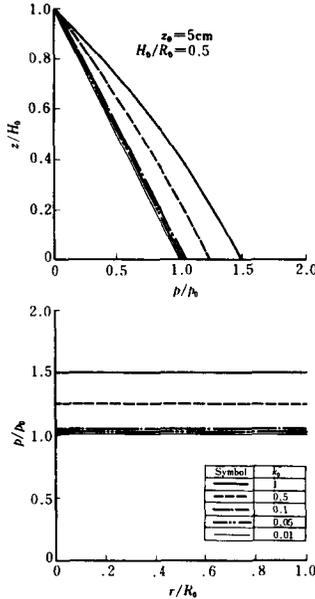


Fig. 3 Continued (Case 5)

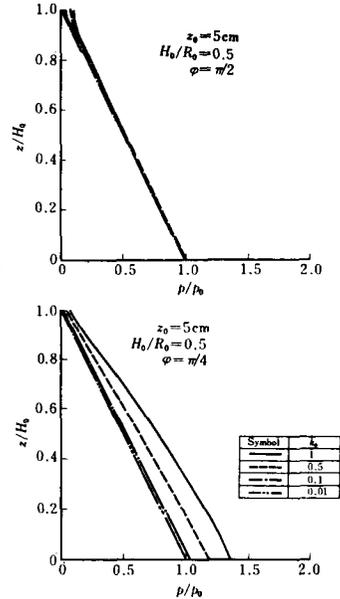


Fig. 4 Continued (Case 5)

### 3. 円形底板の動的応答

Fig. 5 のように座標系をとったときの円形底板のたわみ  $w$  に関する基礎微分方程式<sup>6)</sup>は、次式のように与えられる。

$$\Delta \Delta w = \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) w = \frac{q}{D} \quad \dots\dots\dots (3. 1)$$

ここに、 $q = q_1 + q_2 + q_3$ ,

$$q_1 = -Kw$$

$$q_2 = -\tilde{\rho}_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

$$q_3 = \dot{p}_s + \dot{p}_d e^{i\omega t}$$

$$= \rho g H_0 + \left[ i \rho \omega^2 H_0 \left( \frac{R_0}{H_0} \right)^2 \sqrt{gz_0} \sum_{j=1}^{\infty} J_0 \left( m_j \frac{r}{R_0} \right) \frac{\exp \left\{ -\frac{m_j^2 \left( \frac{H_0}{R_0} \right)^2}{2} \right\}}{J_0(m_j) m_j^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} H_0 \rho \omega^2 z_0 \right] e^{i\omega t}$$

$$D = Eh^3/12(1-\nu^2)$$

$$\dots\dots\dots (3. 2)$$

なお、 $K$  は基礎地盤の地盤係数、 $\tilde{\rho}_0$  は円形底板の密度 ( $=\rho_0 h$ )、 $h$  は底板の肉厚、 $E$  は底板の弾性定数、 $\nu$  は底板のポアソン比である。

式 (3.1) の解が

$$w = w_s + w_d e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (3. 3)$$

と仮定されると、

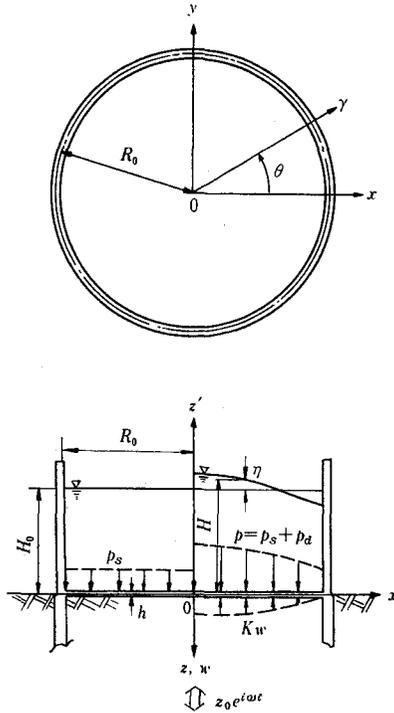


Fig. 5 Illustrations and Coordinates

$$\left. \begin{aligned} \Delta \Delta w_s &= \frac{p_s}{D} = \frac{K}{D} w_s \\ \Delta \Delta w_d &= \frac{p_0}{D} - \frac{K - \tilde{\rho}_0 \omega^2}{D} w_d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot 4)$$

となる。

式 (3.4) の第1式を解くことを考える。まず、

$$\mu_0^4 = \frac{KR_0^4}{D} \dots\dots\dots (3 \cdot 5)$$

とおくと、式 (3.4) は  $\theta$  に無関係であるから、

$$\left\{ \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) + \frac{\mu_0^4}{R_0^4} \right\} w_s = \frac{p_s}{D} \dots\dots\dots (3 \cdot 6)$$

となる。式 (3.6) の齊次方程式の解は、 $r=0$  での有限性より、

$$w_{s1} = M_1 J_0 \left( \tilde{\mu}_0 \frac{r}{R_0} \right) + M_2 I_0 \left( \tilde{\mu}_0 \frac{r}{R_0} \right) \dots\dots\dots (3 \cdot 7)$$

ここに、 $\tilde{\mu}_0 = e^{\frac{1}{2} \pi i} \mu_0$

$$\left. \begin{aligned} J_0(q) &= \text{ber}(q) - i \text{bei}(q) \\ I_0(q) &= \text{ber}(q) + i \text{bei}(q) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot 8)$$

となる。ここに、 $\text{ber}(q)$ 、 $\text{bei}(q)$  は Kelvin 関数<sup>7)</sup>である。また  $M_1$ 、 $M_2$  は未定定数で、境界条件によって定められる。

つぎに、式 (2.6) の特解は、

$$w_{s2} = \rho g H_0 R_0^4 / D \mu_0^4 \dots\dots\dots (3 \cdot 9)$$

となる。

つぎに、式 (3・4) の第 2 式を第 1 式と同様にして解く。まず、

$$\mu^4 = (K - \tilde{\nu}_0 \omega^2) R_0^4 / D \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 10)$$

とおくと、式 (3・4) の第 2 式の齊次方程式の解は、

$$w_{a1} = N_1 J_0 \left( \tilde{\mu} \frac{r}{R_0} \right) + N_2 I_0 \left( \tilde{\mu} \frac{r}{R_0} \right) \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 11)$$

ここに、 $\tilde{\mu} = e^{i\pi} \mu$

と求まる。式 (3・4) の第 2 式の特解は、

$$w_{a2} = S_0 + \sum_{j=1}^{\infty} S_j J_0 \left( m_j \frac{r}{R_0} \right) \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 12)$$

とおいて、式 (3・4) の第 2 式に代入して係数を比較すれば、

$$\left. \begin{aligned} S_0 &= \frac{\rho \omega^2 z_0 H_0 R_0^4}{2 \mu^4 D} \\ S_j &= i \frac{\rho \omega H_0 R_0^4}{D} \left( \frac{R_0}{H_0} \right)^2 \sqrt{g z_0} \exp \left\{ -\frac{m_j^2 \left( \frac{H_0}{R_0} \right)^2}{2} \right\} / J_0(m_j) m_j^3 (m_j^4 + \mu^4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot 13)$$

と求められる。

最後に円形底板に生じる曲げモーメントは次式のように求められる。

$$\begin{aligned} M_r = D \left[ M_1 \left\{ -\frac{\tilde{\mu}_0}{r R_0} (1 - \nu) J_1 \left( \tilde{\mu}_0 \frac{r}{R_0} \right) + \frac{\tilde{\mu}_0^2}{R_0^2} J_0 \left( \tilde{\mu}_0 \frac{r}{R_0} \right) \right\} \right. \\ + M_2 \left\{ \frac{\tilde{\mu}_0}{r R_0} (1 - \nu) I_1 \left( \tilde{\mu}_0 \frac{r}{R_0} \right) - \frac{\tilde{\mu}_0^2}{R_0^2} I_0 \left( \tilde{\mu}_0 \frac{r}{R_0} \right) \right\} \\ + N_1 \left\{ -\frac{\tilde{\mu}}{r R_0} (1 - \nu) J_1 \left( \tilde{\mu} \frac{r}{R_0} \right) + \frac{\tilde{\mu}^2}{R_0^2} J_0 \left( \tilde{\mu} \frac{r}{R_0} \right) \right\} e^{i\omega t} \\ + N_2 \left\{ \frac{\tilde{\mu}}{r R_0} (1 - \nu) I_1 \left( \tilde{\mu} \frac{r}{R_0} \right) - \frac{\tilde{\mu}^2}{R_0^2} I_0 \left( \tilde{\mu} \frac{r}{R_0} \right) \right\} e^{i\omega t} \\ \left. + \sum_{j=1}^{\infty} S_j \left\{ -\frac{m_j}{r R_0} (1 - \nu) J_1 \left( m_j \frac{r}{R_0} \right) + \frac{m_j^2}{R_0^2} J_0 \left( m_j \frac{r}{R_0} \right) \right\} e^{i\omega t} \right] \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 14) \end{aligned}$$

式 (3・14) において、右辺の第 1、第 2 項は静的な曲げモーメント効果、第 3、第 4、第 5 項は動的な曲げモーメント効果を意味していることになる。

#### 4. 円筒側板の動的応答

Fig. 6 に示すように座標軸をとり、動流体圧の効果のうち表面波によるものを他の効果に比べて小さいとして無視し、円筒側板の挙動が  $\theta$  に無関係とすると、円筒側板に関する基礎微分方程式は<sup>9)</sup>、次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\nu}_0 \frac{H_0}{h} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{C}{R_0^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - \nu \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) &= -\tilde{\nu}_0 \frac{H_0}{h} \frac{\partial^2 z_0}{\partial t^2} \\ \tilde{\nu}_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{C}{R_0^2} \left( \nu \frac{\partial u}{\partial \xi} - w - \sigma \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} \right) &= p_t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4 \cdot 1)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} p_t &= p_s + p_d e^{i\omega t} \\ p_0 &= \rho g H_0 \left( 1 - \frac{R_0}{H_0} \xi \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4 \cdot 2a)$$

$$\left. \begin{aligned} p_d &= \frac{1}{2} \rho g H_0 \frac{\omega^2 z_0}{g} \left\{ 1 - \left( \frac{R_0}{H_0} \right)^2 \xi^2 \right\} \\ \sigma &= \frac{1}{12} \left( \frac{h}{R_0} \right)^2, \quad \xi = \frac{z}{R_0}, \quad C = \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2b)$$

なお、 $\tilde{\rho}_0$  は円筒側板の密度 ( $h\rho_0$ )、 $h$  は側板の肉厚、 $E$  は側板の弾性定数、 $\nu$  は側板のポアソン比である。

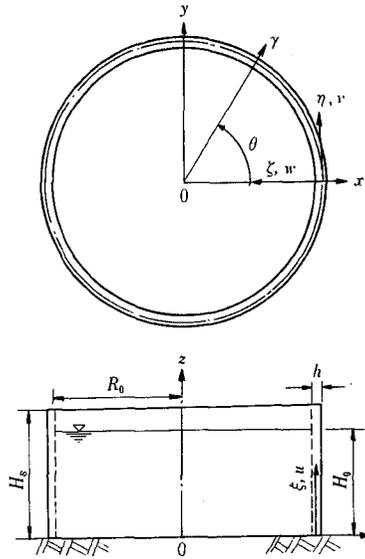


Fig. 6 Coordinates of the Cylindrical Shell System

式 (4.1) の解は、

$$\left. \begin{aligned} u &= u_s + u_d e^{i\omega t} \\ w &= w_s + w_d e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.3)$$

であると仮定する。

静的状態では、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u_s}{\partial \xi^2} - \nu \frac{\partial w_s}{\partial \xi} &= 0 \\ \nu \frac{\partial u_s}{\partial \xi} - w_s - \sigma \frac{\partial^4 w_s}{\partial \xi^4} &= \rho g H_0 \frac{R_0^2}{C} \left( 1 - \frac{R_0}{H_0} \xi \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.4)$$

である。式 (4.4) の第 2 式を  $\xi$  で偏微分すると、

$$\nu \frac{\partial^2 u_s}{\partial \xi^2} - \frac{\partial w_s}{\partial \xi} - \sigma \frac{\partial^5 w_s}{\partial \xi^5} = -\frac{\rho g R_0^2}{\sigma C}$$

となる。上式に式 (4.4) の第 1 式を代入すれば、次式のようなになる。

$$\frac{d^6 u_s}{d\xi^6} + \frac{1-\nu^2}{\sigma} \frac{d^2 u_s}{d\xi^2} = \frac{\nu \rho g R_0^3}{\sigma C} \dots\dots\dots (4.5)$$

上式の解は、

$$u_s = \frac{\nu \rho g R_0^3}{2(1-\nu^2)C} \xi^2 + B_1 + B_2 \xi + B_3 e^{\beta(1+i)\xi} + B_4 e^{\beta(1-i)\xi} + B_5 e^{-\beta(1+i)\xi} + B_6 e^{-\beta(1-i)\xi} \dots\dots\dots (4.6)$$

上下動における液体貯蔵円筒形タンクの側板一底板の連成挙動について

ここに,

$$\beta^4 = \frac{1-\nu^2}{4\sigma}$$

となる. ここで,  $B_j (j=1\sim 6)$  は未定定数である.

式 (4.6) を式 (4.4) の第 1 式に代入して,  $w_s$  について解くと,

$$w_s = \frac{\rho g R_0^3}{(1-\nu^2)C} \xi + \frac{\beta}{\nu} \left\{ (1+i) e^{\beta(1+i)\xi} B_3 + (1-i) e^{\beta(1-i)\xi} B_4 - (1+i) e^{-\beta(1+i)\xi} B_5 \right. \\ \left. - (1-i) e^{-\beta(1-i)\xi} B_6 \right\} + E_1 \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

となる. ここに,  $E_1$  は未定定数である.

動的状態では,

$$\left. \begin{aligned} -\tilde{\rho}_0 \frac{H_0}{h} \omega^2 u_d + \frac{C}{R_0^2} \left( \frac{\partial^2 u_d}{\partial \xi^2} - \nu \frac{\partial w_d}{\partial \xi} \right) &= \tilde{\rho}_0 \frac{H_0}{h} \omega^2 z_0 \\ -\tilde{\rho}_0 \omega^2 w_d + \frac{C}{R_0^2} \left( \nu \frac{\partial u_d}{\partial \xi} - w_d - \sigma \frac{\partial^4 w_d}{\partial \xi^4} \right) &= p_d \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

である.

式 (4.8) の第 2 式を  $\xi$  で偏微分した式に第 1 式と第 1 式を  $\xi$  で 4 階偏微分した式とを代入し,

$$\frac{d^6 u_d}{d\xi^6} - \tilde{\rho}_0 \frac{H}{h} \frac{R_0^2}{C} \omega^2 \frac{d^4 u_d}{d\xi^4} + \frac{1}{\sigma} \left\{ (1-\nu^2) + \frac{\tilde{\rho}_0 \omega^2 R_0^2}{C} \right\} \frac{d^2 u_d}{d\xi^2} - \frac{1}{\sigma} \left( 1 + \frac{\tilde{\rho}_0 \omega^2 R_0^2}{C} \right) \tilde{\rho}_0 \frac{H_0}{h} \frac{R_0^2}{C} \omega^2 u_d \\ = \frac{1}{\sigma} \left( 1 + \frac{\tilde{\rho}_0 \omega^2 R_0^2}{C} \right) \tilde{\rho}_0 \frac{H_0}{h} \frac{R_0^2}{C} \omega^2 z_0 + \nu \frac{\rho \omega^2 R_0^4}{C\sigma} \frac{z_0}{H_0} \xi \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

となる. 式 (4.9) の解は,

$$r^6 - \tilde{\rho}_0 \frac{H_0}{h} \frac{R_0^2}{C} \omega^2 r^4 + \frac{1}{\sigma} \left\{ (1-\nu^2) + \frac{\tilde{\rho}_0 \omega^2 R_0^2}{C} \right\} r^2 - \frac{1}{\sigma} \left( 1 + \frac{\tilde{\rho}_0 \omega^2 R_0^2}{C} \right) \tilde{\rho}_0 \frac{H_0}{h} \frac{R_0^2}{C} \omega^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

なる  $r$  の代数方程式の 6 根を用いれば,

$$u_d = -z_0 - \nu \frac{\rho h}{\tilde{\rho}_0} \left( \frac{R_0}{H_0} \right)^2 z_0 \xi \left[ \left( 1 + \frac{\tilde{\rho}_0 \omega^2 R_0^2}{C} \right) + \sum_{j=1}^6 F_j e^{\gamma_j \xi} \right] \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

ここに,  $F_j (j=1\sim 6)$  は未定定数

である.

式 (4.11) を式 (4.8) の第 1 式に代入して解くと,

$$w_d = \frac{1}{2} \rho R_0^4 \omega^2 z_0 \xi^2 / H_0 C \left( 1 + \frac{\tilde{\rho}_0 \omega^2 R_0^2}{C} \right) + \frac{1}{\nu} \sum_{j=1}^6 F_j \left( r_j^2 - \tilde{\rho}_0 \frac{H_0}{h} \frac{R_0^2}{C} \omega^2 \right) \frac{e^{\gamma_j \xi}}{\gamma_j} + G_1 \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

となる. ここに,  $G_1$  は未定定数である.

また側板の曲げモーメントは,

$$M_r = -\frac{D}{R_0^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \\ = -\frac{D}{R_0^2} \left[ i \frac{2\beta^3}{\nu} \left\{ (1+i) e^{\beta(1+i)\xi} B_3 - (1-i) e^{\beta(1-i)\xi} B_4 \right. \right. \\ \left. \left. - (1+i) e^{-\beta(1+i)\xi} B_5 + (1-i) e^{-\beta(1-i)\xi} B_6 \right\} \right. \\ \left. + \left\{ \rho R_0^4 \omega^2 z_0 / H_0 C \left( 1 + \frac{\tilde{\rho}_0 \omega^2 R_0^2}{C} \right) + \frac{1}{\nu} \sum_{j=1}^6 \gamma_j \left( r_j^2 - \tilde{\rho}_0 \frac{H_0}{h} \frac{R_0^2}{C} \omega^2 \right) e^{\gamma_j \xi} F_j \right\} e^{i\omega t} \right] \quad \dots\dots\dots (4.13)$$

と求められる。

### 5. 側板—底板連成系における動的応答

流体を貯蔵したタンクにおいて、側板と底板とが完全に連続的に接続しているとき、貯蔵流体—側板—底板が相互的作用関係にある。ここでは簡単のため、貯蔵流体は側板および底板に一方的に作用するものと仮定し、側板と底板とが連成系を成しているときの動的挙動について考えることにする。なお、側板と底板との接続部の支持条件は、基礎地盤が軟弱なものと考えて、地盤の側方流動防止のため基礎が円筒状に設置されているものについて考える。

第3、第4節において取扱った底板および側板に対する解析は、未定定数  $M_1, M_2, N_1, N_2, B_j (j=1\sim 6), E_1, F_j (j=1\sim 6), G_1$  を含んでおり、これらは次のような境界条件のもとに求められる。

$$\begin{array}{ll}
 1) \ r=R_0 & ; \ w_1=0 \\
 2) \ \xi=0 & : \ u_1=0 \\
 3) \ \xi=0 & ; \ w_2=0 \\
 4) \ \xi=0 & : \ \partial u_2 / \partial \xi = 0 \\
 5) \ \xi=H_0/R_0 & : \ \partial^2 w_2 / \partial \xi^2 = 0 \\
 6) \ \xi=-H_0/R_0 & : \ \partial^3 w_2 / \partial \xi^3 = 0 \\
 7) \ \xi=H_0/R_0 & : \ w_2 - \nu \partial u_2 / \partial \xi = 0 \\
 8) \ r=R_0, \ \xi=0 & : \ \partial w_1 / \partial r = \partial w_2 / R_0 \partial \xi \\
 9) \ r=R_0, \ \xi=0 & : \ D_1 \{ \partial^2 w_1 / \partial r^2 + (\nu/r) \partial w_1 / \partial r \} = (D_2/R_0^2) \partial^2 w_2 / \partial \xi^2
 \end{array}
 \quad \dots\dots\dots (5. 1)$$

ここに、添字 1, 2 はそれぞれ底板および側板に対する諸量を意味する。上式のように底板と側板との接続条件としては、たわみ角および曲げモーメントの連続条件を用いている。

### 6. あ と が き

本報告は、流体貯蔵用円筒形タンクに上下動が作用した場合、流体に発生する動流体圧、タンク底板および側板に生じる変形量および曲げモーメントについて解析を行ったものである。

解析の結果、貯蔵流体に発生する動流体圧は、静的流体圧のほかに動的流体内部圧および表面波による動的波動圧とからなる。なお数値計算の結果より最大の鉛直方向の動流体圧分布は、三角形分布に放物線分布が重なった分布となり、水平方向の分布は、ほぼ等圧力分布を示し、加振加速度（震度）によって大きくその振幅を変化させる。つぎに底板および側板の変形量および曲げモーメントは、静的成分と動的成分とに分離して解析でき、連成挙動は、底板と側板との境界における連続条件により考慮できる。

なお、本報告での解析における問題点にはつぎのような事項が含まれている。(1) 流体は粘性を無視して取扱われている。(2) 動流体圧の基礎方程式の誘導における近似の妥当性は、実験などによる検討を必要とする。(3) 底板および側板に作用する流体は一方的に作用しているが、互いに相互作用をおよぼし合っている。(4) 底板および側板の肉厚は一樣としたが、実際には変化している。(5) 基礎地盤のばね特性は地盤反力係数を用いたが、実際の地盤は非線形形のばね特性である。(6) 上下加振は定常な正弦波動として取扱ったが、実地震は不規則波である。

## 上下動における液体貯蔵円筒形タンクの側板一底板の連成挙動について

しかし、本報告のような解析法は、上下動下のタンク挙動の基礎的な特性を検討するにはある程度意味があるものと思われる。なお、今後（１）不規則波入力に対する応答の評価、（２）タンク群に対する解析、（３）模型実験による検討などを考えている。

### 参 考 文 献

- 1) Garcia, S.M.: Earthquake Response Analysis and Aseismic Design of Cylindrical Tanks, Proc., 4WCEE, Santiago, 1969, B-4, pp. 169-82.
- 2) Veletsos, A.S.: Seismic Effects in Flexible Liquid Storage Tanks, Proc., 5WCEE, Rome, 1973, Session 2B, 70.
- 3) 清水信行：円筒タンクの耐震設計，配管技術，1974，7，8，9.
- 4) Sogabe, K. and H. Shibata: On the Response of Sloshing of Liquid in Cylindrical and Spherical Storages, Proc., 4th JEES, Japan, Nov. 1975, pp. 607-614.
- 5) 石原藤次郎・本間仁編：\*応用水理学上（一般水理学）\*，1957，丸善，pp. 11~13.
- 6) Timoshenko, S.P. and S. Woinowsky-Krieger: "Theory of Plate and Shells", McGraw-Hill, 2nd, ed., pp. 82, 507-514.
- 7) 森口繁一・宇田川隼久・一松 信：\*数学公式Ⅲ\*，岩波全書，1971，pp. 174~176.