



2次元入力に対する剛基礎体の動的挙動

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2013-10-31 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 宮脇, 幸治郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24729/00008162

2次元入力に対する剛基礎体の動的挙動

Movements of Rigid Body Foundation with Two-dimensional Excitations

宮 脇 幸 治 郎*

Kojiro MIYAWAKI**

(昭和48年9月12日受理)

Synopsis

This paper deals with dynamic properties of a structure partially embedded in a soil stratum and vertically supported on the underlying bed rock when the bed rock is excited such as two dimensional earthquakes. It includes the spring constant, radiational damping related to the lateral resistance of surrounding soil, and furthermore, two input components earthquakes to the structure through the side wall in contact with soil. The analysis was performed by a model of mass-spring-dashpot and by application of the three-dimensional wave propagation to the stratum. Then, a few results with respect to rotary and inclinational response were obtained analytically by this study.

要 旨

本研究は、基礎が2次元的に加振されたときの、表層地盤中に一部根入れされ基礎上で鉛直方向を支持された構造物基層の動的特性について取り扱っている。その剛基礎体を取り巻く地盤に関係するばね定数と減衰、さらにはその地盤に接する側壁から作用する2次元入力成分が議論されている。解析は、地盤-構造物基礎系を質量・ばね・ダッシュポットに置換したモデルや、表層に3次元波動論を適用した場合などについてなされた。そして、回転応答や偏位応答などに関する2, 3の結果が解析的に得られた。

1. 結 言

近年土木構造物は、良好・堅固な地盤のみならず、耐震的に不利な軟弱な地盤にも建設されることが多くなっているので、構造物とりわけその基礎の設計に当っては、耐震安全性に十分な考慮を払うことがますます重要となっている。

表層地盤中に根入れされた基礎の耐震安全性を高めるために種々の研究が行なわれているが、大別すると 1) 質量・ばね・ダッシュポット系によるもの¹⁾、2) 有限要素法によるもの²⁾、3) 波動論によるもの^{3,4)}、4) 模型・実物実験によるもの⁵⁾ などがある。現在までの研究において、基礎体に対する入力の方向は、その大部分が慣性主軸方向に一致するものである。ところが実際の実地震は、たとえば Fig. 1.1 に見る⁶⁾ ように決して慣性主軸に一致する1方向の運動でなく、むしろ2方向成分をもつ回転運動に近い。したがって耐震的な検討には、2次元的な入力の取り扱いが重要と考えられる。慣性主軸方向と一致しないときの動的応

* 土木工学科 ** Department of Civil Engineering

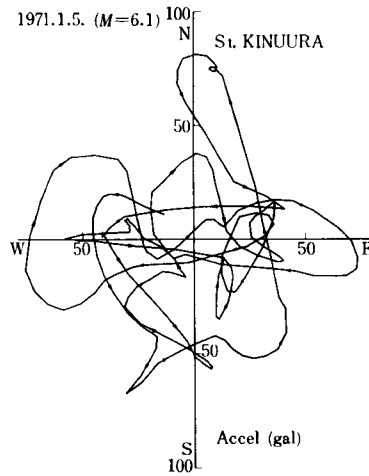


Fig. 1.1 Accelerograph

答を取り扱ったものは少なく、つぎのようなものがある程度である。理論的なものとしては、根入れされた基礎体に対するものはないようであるが、地盤上にある楕円形断面の基礎については研究されている⁷⁾、また実験的なものは円形・正方形断面に対して文献の(8)や(9)がある。なお、文献(9)におけるような水平回転入力に対する応答については、理論的・解析的取り扱いがないようである。

さて本研究は、2つの主慣性モーメントが等しい断面形状を持つような、表層地盤中に一部根入れされた基礎体を質量・ばね・ダッシュポット系にモデル化して基礎式を誘導し、回転応答と偏位応答とを求めたものである。ここに、偏位応答とは基礎体の慣性主軸と一致しない直線的な入力加振に対する応答をいう。つぎに、円形断面については表層地盤に波動論を適用して基礎式を導き、回転応答と偏位応答の解を得た。

2. 基礎方程式

構造物基礎は、2軸対称断面を有する剛体とし、基礎底面においてヒンジ結合されているものとする。すなわち一般の剛体の自由度は6であるが、これをいくらか簡単にして3自由度の剛体運動を取り扱おうとしたものである。

2.1 運動方程式—質量・ばね・ダッシュポット系

基盤に固定された座標系を $o-xyz$ の直角座標とし、この座標系は水平方向 (xy 面) の並進運動のみ許され、鉛直方向 (z 方向) の並進運動はしないものとする。なお、絶対座標系は $O-XYZ$ とする。

つぎに固定点を o として、基礎体の慣性主軸方向は x_1, y_1, z_1 とする。主慣性モーメントは x_1, y_1 のまわりに同一の値 A 、 z_1 のまわりに C とする。また x_1, y_1 および z_1 の位置はオイラーの角 ξ, η および ζ で表わされるものとする (Fig. 2.1)。

一点を固定された剛体の運動は、 x_1, y_1 および z_1 方向の角速度を ω_x, ω_y および ω_z とし、外力モーメントを N_x, N_y および N_z とすると、つぎのように表わせる。

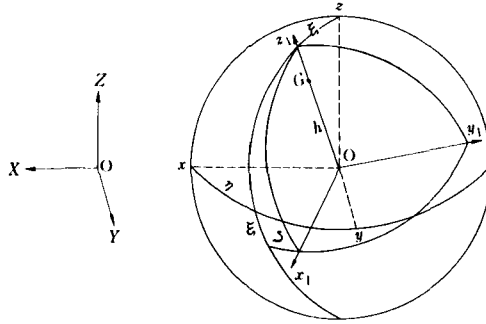


Fig. 2.1 Coordinates

$$\left. \begin{aligned} A \frac{d\omega_x}{dt} - (A-C)\omega_y\omega_z &= N_x \\ A \frac{d\omega_y}{dt} - (C-A)\omega_x\omega_z &= N_y \\ C \frac{d\omega_z}{dt} &= N_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot 1)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \xi \sin \zeta - \eta \sin \xi \cos \zeta \\ \omega_y &= \xi \cos \zeta + \eta \sin \xi \sin \zeta \\ \omega_z &= \eta \cos \xi + \zeta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot 2)$$

式(2・1)の右辺の項はつぎのように考える。まず表層地盤と基盤からのばね作用は基礎体の各慣性主軸の回転角に比例するものとし、回転ばね係数をそれぞれ k_{rx} , k_{ry} および k_{rz} であるとする。さらに地盤の粘性減衰作用は基礎体の各慣性主軸の角速度に比例するものとし、粘性減衰係数を c_{rx} , c_{ry} および c_{rz} であるとする。

外力としては、基盤が X 方向に \dot{U} , Y 方向に \dot{V} の並進運動し、各方向に \ddot{U} , \ddot{V} の加速度が基礎体の重心に作用しているものとする。このときの O を中心にした各軸に対するモーメント N_{xa} および N_{ya} は、つぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_{xa} &= -m_0 \dot{U} h (\cos \eta \cos \xi \sin \zeta + \sin \eta \cos \zeta) \\ &\quad - m_0 \dot{V} h (\sin \eta \cos \xi \sin \zeta + \cos \eta \cos \zeta) \\ N_{ya} &= -m_0 \dot{U} h (\cos \eta \cos \xi \cos \zeta + \sin \eta \sin \zeta) \\ &\quad - m_0 \dot{V} h (\sin \eta \cos \xi \cos \zeta + \cos \eta \sin \zeta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot 3)$$

ここに、 m_0 は基礎体の質量であり、 h は O から基礎体の重心までの距離である。

式(2・1)を直接解くことは、非常に困難である。そこで基礎体は、慣性主軸の回転角が小さいとすると、式(2・1)、式(2・2)および式(2・3)はつぎのように変形される。

$$\left. \begin{aligned} A \frac{d\omega_x}{dt} - (A-C)\omega_y\omega_z &= -k_{rx} \int \omega_x d\tau - c_{rx} \omega_x - m_0 h \{ \dot{U}(\zeta + \eta) + \ddot{V}(1 + \eta\zeta) \} \\ A \frac{d\omega_y}{dt} - (C-A)\omega_x\omega_z &= -k_{ry} \int \omega_y d\tau - c_{ry} \omega_y - m_0 h \{ \dot{U}(1 + \eta\zeta) + \ddot{V}(\eta + \zeta) \} \\ C \frac{d\omega_z}{dt} &= -k_{rz} \int \omega_z d\tau - c_{rz} \omega_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot 4)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \xi\zeta - \eta\xi \\ \omega_y &= \xi + \eta\xi\zeta \\ \omega_z &= \eta + \zeta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot 5)$$

さらに定常状態に対する運動方程式はつぎのように求まる。まず式 (2・4) の第 4 式より,

$$\dot{\omega}_x + 2h_{ex} p_x \omega_x + p_x^2 \omega_x = 0 \dots\dots\dots (2 \cdot 6)$$

なる ω_x に関する 2 階の斉次方程式を得る。この解は次式で与えられる。

$$\omega_x = I_1 \exp(\alpha_1 t) + I_2 \exp(\alpha_2 t) \dots\dots\dots (2 \cdot 7)$$

ここに, I_1 および I_2 は積分定数であり, 各定数はつぎのようである。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 \} &= -h_{ex} p_x \pm i p_x \sqrt{1 - h_{ex}^2}, \quad p_x = \sqrt{\frac{k_{rx}}{C}}, \quad h_{ex} = \frac{c_{rx}}{2\sqrt{Ck_{rx}}}, \quad i = \sqrt{-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot 8)$$

いま式 (2・7) は, 定常状態 $t \rightarrow \infty$ にすると, $\omega_x \rightarrow 0$ となる。すなわち, 初期条件の影響のなくなった定常状態においては, 基礎体の z_1 軸に関する回転運動が無くなることを示している。したがって, 式 (2・5) の第 3 式より, $\eta = -\zeta$ となり, この関係を用いると次式を得る。

$$\zeta = \begin{cases} \int \omega_x d\tau / \int \omega_y d\tau & (\omega_x, \omega_y \neq 0) \\ 0 & (\omega_x, \omega_y = 0) \end{cases} \dots\dots\dots (2 \cdot 9)$$

つぎに式 (2・4) の第 1 および 2 式は, 定常状態に対して次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} A \frac{d\omega_x}{dt} + c_{rx} \omega_x + k_{rx} \int \omega_x d\tau &= -m_0 h \dot{V} (1 - \zeta^2) \\ A \frac{d\omega_y}{dt} + c_{ry} \omega_y + k_{ry} \int \omega_y d\tau &= -m_0 h \dot{U} (2 - \zeta^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot 10)$$

上式が, 定常状態における質量・ばね・ダッシュポット系の運動の基礎方程式となる。なお, 式 (2・10) より 2 次の微小項を無視すると各軸独立に取り扱えることを示している。

2.2 運動方程式—波動論による解析

基礎体の断面形状は円形断面とし, 表層地盤の x, y 方向のばね作用はそれぞれ独立で互いに異なっているものとする。また基礎に固定された座標は円筒座標系 (r, θ, z) とし, このときの表層地盤の基礎式は次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{r1}) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta 1}}{\partial \theta} \right\} - \mu_1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{\theta 1}) - \frac{1}{r} \frac{\partial u_{r1}}{\partial \theta} \right\} \\ = \left(\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \mu_1' \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} \right) u_{r1} - \rho a \omega^2 \cos \theta e^{i(\omega t - \delta)} \\ (\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{r1}) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta 1}}{\partial \theta} \right\} + \mu_1 \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{\theta 1}) - \frac{1}{r} \frac{\partial u_{r1}}{\partial \theta} \right\} \\ = \left(\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \mu_1' \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} \right) u_{\theta 1} + \rho a \omega^2 \sin \theta e^{i(\omega t - \delta)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (2 \cdot 11a)$$

$$\left. \begin{aligned} (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{r2}) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial \theta} \right\} - \mu_2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{\theta 2}) - \frac{1}{r} \frac{\partial u_{r2}}{\partial \theta} \right\} \\ = \left(\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \mu_2' \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} \right) u_{r2} - \rho b \omega^2 \sin \theta e^{i(\omega t - \gamma)} \\ (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{r2}) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta 2}}{\partial \theta} \right\} + \mu_2 \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_{\theta 2}) - \frac{1}{r} \frac{\partial u_{r2}}{\partial \theta} \right\} \\ = \left(\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \mu_2' \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} \right) u_{\theta 2} - \rho b \omega^2 \cos \theta e^{i(\omega t - \gamma)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (2 \cdot 11b)$$

2次元入力に対する剛基礎体の動的挙動

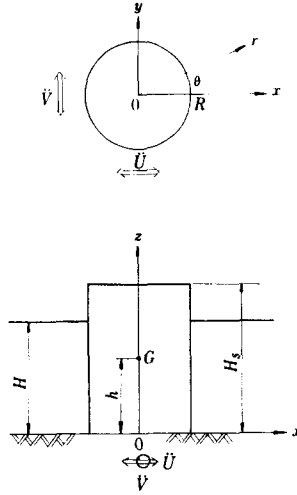


Fig. 2.2 Coordinates

ここで,

$u_r = u_{r1} + u_{r2}$: 基礎に関する動径方向の水平変位

$u_\theta = u_{\theta1} + u_{\theta2}$: 基礎に関する接線方向の水平変位

$\lambda_j \mu_j$ ($j=1,2$): ラメの定数

ρ : 表層地盤の密度

μ_j' ($j=1,2$): 表層地盤の減衰係数

式 (2.11a) の斉次方程式の解を $u_{r11}, u_{\theta11}$ とおき, 田治見氏の方法³⁾に従って $z=0$ で基礎との相対変位が 0 となり, $z=H$ で応力が 0 となるように求める. つぎに特解を $u_{r12}, u_{\theta12}$ とおいて解を求め, しかる後の変位 $u_{r1}, u_{\theta1}$ は一般形として次式のように与えられる.

$$\left. \begin{aligned}
 u_{r1} &= u_{r11} + u_{r12} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[-A_n \left\{ \frac{1}{r} K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{L1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1} K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{L1}} \right)}{C_{L1}} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{B_n}{r} K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{T1}} \right) - \frac{4}{n\pi} \frac{a}{\xi_{n1}^2} \left(\frac{\omega}{\omega_{g1}} \right)^2 \right] \cos \theta \sin \frac{n\pi z}{2H} e^{i(\omega t - \delta)} \\
 u_{\theta1} &= u_{\theta11} + u_{\theta12} = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[-\frac{A_n}{r} K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{L1}} \right) + B_n \left\{ \frac{1}{r} K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{T1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1}}{C_{T1}} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \cdot K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{T1}} \right) \right\} + \frac{4}{n\pi} \frac{a}{\xi_{n1}^2} \left(\frac{\omega}{\omega_{g1}} \right)^2 \right] \sin \theta \sin \frac{n\pi z}{2H} e^{i(\omega t - \delta)}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.12)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned}
 C_{L1}^2 &= \frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{\rho}, \quad C_{T1}^2 = \frac{\mu_1}{\rho}, \quad \omega_{g1} = C_{T1} \frac{\pi}{2H} \\
 \xi_{n1}^2 &= n^2 \left(1 + i2h_g \frac{\omega}{\omega_{g1}} \right) - \left(\frac{\omega}{\omega_{g1}} \right)^2
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.13)$$

$K_j(q)$: j 次の変形ベッセル関数, A_n, B_n : 未定定数

以上の結果より, x 軸成分の表層地盤の応力は次式より求まることになる.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{r1} &= \lambda_1 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_{r1}) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta 1}}{\partial \theta} \right\} + 2\mu_1 \frac{\partial u_{r1}}{\partial r} \\
 &= \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[A_n \rho \xi_{n1}^2 \omega_{g1}^2 K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{L1}} \right) + 2\mu_1 A_n \left\{ \frac{2}{r^2} K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{L1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1}}{C_{L1} r} K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{L1}} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 2\mu_1 B_n \left\{ \frac{2}{r^2} K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{T1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1}}{C_{T1} r} K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{T1}} \right) \right\} \right\} \cos \theta \sin \frac{n\pi z}{2H} e^{i(\omega t - \delta)} \right] \\
 \tau_{r\theta 1} &= \mu_1 \left(\frac{\partial u_{\theta 1}}{\partial r} - \frac{u_{\theta 1}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{r1}}{\partial \theta} \right) \\
 &= \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[-B_n \rho \xi_{n1}^2 \omega_{g1}^2 K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{L1}} \right) + 2\mu_1 A_n \left\{ \frac{2}{r^2} K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{L1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1}}{C_{L1} r} K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{L1}} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 2\mu_1 B_n \left\{ \frac{2}{r^2} K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{T1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1}}{C_{T1} r} K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} r}{C_{T1}} \right) \right\} \right\} \sin \theta \sin \frac{n\pi z}{2H} e^{i(\omega t - \delta)} \right] \\
 &\dots\dots\dots (2.14)
 \end{aligned}$$

ところで積分定数 A_n, B_n は表層地盤と基礎体との間の変位の連続条件より求めることができる。なお、ここで 2.1 の式 (2.7) で議論したように、定常状態に対する z_1 軸まわりの角回転速度 $\omega_x = 0$ ということにより z_1 軸まわりの基礎体の回転はないものとして以下の解析を進む。

$$\begin{aligned}
 u_{r1} |_{r=R} &= \Phi_x z \cos \theta e^{i(\omega t - \delta)} \\
 &= \frac{8\Phi_x H}{\pi^2} \cos \theta \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1/2}}{n^2} \sin \frac{n\pi z}{2H} e^{i(\omega t - \delta)} \\
 u_{\theta 1} |_{r=R} &= -\Phi_x z \sin \theta e^{i(\omega t - \delta)} \\
 &= -\frac{8\Phi_x H}{\pi^2} \sin \theta \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1/2}}{n^2} \sin \frac{n\pi z}{2H} e^{i(\omega t - \delta)} \\
 &\dots\dots\dots (2.15)
 \end{aligned}$$

式 (2.13) において $r=R$ とおき、式 (2.15) と等置することにより、積分定数 A_n, B_n が次式のように定められる。

$$\begin{aligned}
 \frac{A_n}{R} &= -\frac{a}{\chi_{n1}} \left\{ 2K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{T1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{T1}} K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{T1}} \right) \right\} \left\{ \frac{8\Phi_x H}{a\pi^2} \frac{(-1)^{n-1/2}}{n^2} - \frac{4}{n\pi} \frac{1}{\xi_{n1}^2} \left(\frac{\omega}{\omega_{g1}} \right)^2 \right\} \\
 \frac{B_n}{R} &= -\frac{a}{\chi_{n1}} \left\{ 2K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{L1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{L1}} K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{L1}} \right) \right\} \left\{ \frac{8\Phi_x H}{a\pi^2} \frac{(-1)^{n-1/2}}{n^2} - \frac{4}{n\pi} \frac{1}{\xi_{n1}^2} \left(\frac{\omega}{\omega_{g1}} \right)^2 \right\} \\
 \chi_{n1} &= \left\{ K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{L1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{L1}} K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{L1}} \right) \right\} \left\{ K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{T1}} \right) + \frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{T1}} K_0 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{T1}} \right) \right\} \\
 &\quad - K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{T1}} \right) K_1 \left(\frac{\xi_{n1} \omega_{g1} R}{C_{L1}} \right) \\
 &\dots\dots\dots (2.16)
 \end{aligned}$$

さて、 x 成分の表層地盤の応力により基礎体に作用する回転モーメントは若干の計算ののち次式のように求められる。

$$\begin{aligned}
 M_x &= \int_0^H \left\{ \int_0^{2\pi} (\sigma_{r1} |_{r=R} \cos \theta - \tau_{r\theta 1} |_{r=R} \sin \theta) R d\theta \right\} z dz \\
 &= - \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} R^2 a \rho \pi \left(\frac{2H}{n\pi} \right)^2 (-1)^{n-1/2} \Omega_{n1} \xi_{n1}^2 \omega_{g1}^2 \left\{ \frac{8\Phi_x H}{\pi^2 a} \frac{(-1)^{n-1/2}}{n^2} - \frac{4}{n\pi} \frac{1}{\xi_{n1}^2} \left(\frac{\omega}{\omega_{g1}} \right)^2 \right\} e^{i(\omega t - \delta)} \\
 &\dots\dots\dots (2.17)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} Q_{n_1} = & \frac{1}{\chi_{n_1}} \left\{ 4K_1 \left(\frac{\xi_{n_1} \omega_{g_1} R}{C_{L_1}} \right) K_1 \left(\frac{\xi_{n_1} \omega_{g_1} R}{C_{T_1}} \right) + \frac{\xi_{n_1} \omega_{g_1} R}{C_{T_1}} K_1 \left(\frac{\xi_{n_1} \omega_{g_1} R}{C_{L_1}} \right) K_0 \left(\frac{\xi_{n_1} \omega_{g_1} R}{C_{T_1}} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\xi_{n_1} \omega_{g_1} R}{C_{L_1}} K_1 \left(\frac{\xi_{n_1} \omega_{g_1} R}{C_{T_1}} \right) K_0 \left(\frac{\xi_{n_1} \omega_{g_1} R}{C_{L_1}} \right) \right\} \dots\dots\dots (2.18) \end{aligned}$$

同様の計算過程により、 y 成分の表層地盤の応力による基礎体に作用する回転モーメントは次式のように求められる。

$$\begin{aligned} M_y = & \int_0^H \left\{ \int_0^{2\pi} (\sigma_{r_2}|_{r=R} \sin \theta + \tau_{r\theta_2}|_{r=R} \cos \theta) R d\theta \right\} z dz \\ = & - \sum_{n=-1,3,\dots}^{\infty} R b \rho \pi \left(\frac{2H}{n\pi} \right)^2 (-1)^{n-1/2} Q_{n_2} \xi_{n_2}^2 \omega_{g_2}^2 \left\{ \frac{8\phi_y H (-1)^{n-1/2}}{\pi^2 b} - \frac{4}{n^2} \frac{1}{\pi \xi_{n_2}^2} \left(\frac{\omega}{\omega_{g_2}} \right)^2 \right\} e^{i(\omega t - \gamma)} \end{aligned} \dots\dots\dots (2.19)$$

表層地盤による基礎体に作用するモーメントが式(2.17)と式(2.19)により求められると、波動論を用いた運動方程式は次式のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} A\ddot{\varphi}_x = & M_x - c_r \dot{\varphi} - k_R \varphi_x - m_0 h \ddot{U} (1 - \zeta^2) \\ A\ddot{\varphi}_y = & M_y - c_r \dot{\varphi} - k_R \varphi_y - m_0 h \ddot{V} (1 - \zeta^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.20)$$

ここに、 k_R は基礎体底面における回転ばね係数である。また、 $\zeta = \int \varphi_y d\tau / \int \varphi_x d\tau$ ($\varphi_x, \varphi_y \neq 0$), $\zeta = 0$ ($\varphi_x, \varphi_y = 0$) である。なお、 φ の添字 x, y は各軸方向の回転角を示す。

上式は波動方程式を考慮した円形断面を有する基礎体の基礎方程式である。式(2.10)と比較して、式(2.20)は理論的であるが、般雑で取り扱いに不便であり、式の誘導からして正方形断面のような基礎体に対しては基礎方程式の誘導がほとんど不可能となり工学的でなくなる。一方式(2.10)は基盤と表層地盤とのばね作用を一つの項で取り扱い、基礎体の概略的な挙動を取り扱うのに便利であるが、若干理論的背景を欠くといえよう。

3. 応答解析

式(2.10)および式(2.20)の定常応答解析として Fig. 3.1 に示すような回転応答と回転応答の特別な場合である偏位応答 (Fig. 3.2) について以下に取り扱っていく。

3.1 解法その1—質量・ばね・ダッシュポット系

(1) 回転応答

Fig. 3.1 に示すように基盤が水平に回転運動をしたときの基礎体の応答を求めることにする。まず基盤の加速度を、

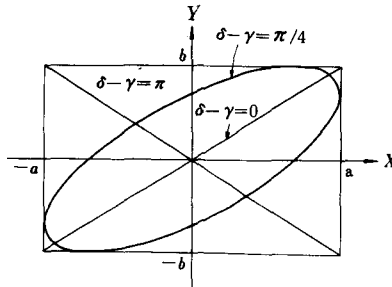


Fig. 3.1 Illustration

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= -a\omega^2 \exp\{i(\omega t - \delta)\} \\ \dot{V} &= -b\omega^2 \exp\{i(\omega t - \gamma)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot 1)$$

とおく。ここに位相差 $(\delta - \gamma)$ の大きさによって運動はつぎのようになる。 $\delta - \gamma = 0$ または π のとき、入力軌跡は直線の単振動となり、 $\delta - \gamma = \pi/2$ のとき、座標軸 $o-XYZ$ は楕円振動の主軸となり、分振動の振幅は a, b となる。式 (2・10) の定常解を求めるために、

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= iJ \exp\{i(\omega t + \psi_1)\} \\ \omega_y &= iK \exp\{i(\omega t + \psi_2)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot 2)$$

と仮定すると、未定数 J, K, ψ_1 および ψ_2 はつぎのようにして求まる。まず、式 (3・2) を式 (2・10) に代入し、実部と虚部に分け形式的に解くと、

$$\psi_1 = \text{Tan}^{-1} \left\{ \frac{L_2(1-u_x^2) - L_1 2h_{ex}u_x}{L_2 2h_{ex}u_x - L_1(1-u_x^2)} \right\}, \quad u_x = \frac{\omega}{p_x}, \quad p_x = \sqrt{\frac{k_{rx}}{A}} \dots\dots\dots (3 \cdot 3)$$

$$J = \frac{m_0 h u_x p_x b}{A} \sqrt{L_1^2 + L_2^2} \cdot S_x(u_x), \quad S_x(u_x) = \frac{u_x^2}{\sqrt{(1-u_x^2)^2 + (2h_{ex}u_x)^2}} \dots\dots\dots (3 \cdot 4)$$

$$\psi_2 = \text{Tan}^{-1} \left\{ \frac{N_2(1-u_y^2) + N_1 2h_{ey}u_y}{N_2 \cdot 2h_{ey}u_y - N_1(1-u_y^2)} \right\}, \quad u_y = \frac{\omega}{p_y}, \quad p_y = \sqrt{\frac{k_{ry}}{A}} \dots\dots\dots (3 \cdot 5)$$

$$K = \frac{m_0 h u_y p_y a}{A} \sqrt{N_1^2 + N_2^2} \cdot S_y(u_y), \quad S_y(u_y) = \frac{u_y^2}{\sqrt{(1-u_y^2)^2 + (2h_{ey}u_y)^2}} \dots\dots\dots (3 \cdot 6)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \cos \gamma - \left(2\frac{J}{K}\right)^2 \cos(2\psi - \gamma) \\ L_2 &= \sin \gamma - \left(2\frac{J}{K}\right)^2 \sin(2\psi - \gamma) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot 7)$$

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \cos \delta - \left(2\frac{J}{K}\right)^2 \cos(2\psi - \delta) \\ N_2 &= \sin \delta - \left(2\frac{J}{K}\right)^2 \sin(2\psi - \delta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot 8)$$

$$\psi \equiv \psi_1 - \psi_2$$

である。つぎに $\Omega \equiv J/K$ とおくと、式 (3・4) と式 (3・6) より

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \frac{b S_x(u_x)}{a S_y(u_x)} \quad (a, b \neq 0) \\ &= 0 \quad (a, b = 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot 9)$$

が求まる。式 (3・9) を式 (3・7) と式 (3・8) に代入すると L_1, L_2, N_1 および N_2 は ψ のみの関数となり、式 (3・3) と式 (3・5) の辺々を減ざると ψ が求められる。この ψ を用いると、式 (3・3) および式 (3・5) より ψ_1 と ψ_2 が求められたことになる。

さらに、式 (3・4) と式 (3・6) より、

$$\left. \begin{aligned} J &= \frac{m_0 h b p_x u_x}{A} \sqrt{1 + (2\Omega)^4 - 2(2\Omega)^2 \cos \psi} \cdot S_x(u_x) \\ K &= \frac{m_0 h a p_y u_y}{A} \sqrt{1 + (2\Omega)^4 - 2(2\Omega)^2 \cos \psi} \cdot S_y(u_y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot 10)$$

となる。式 (3・10) より、各軸方向の振幅は応答の振幅比と位相差との関数であることを示している。

(2) 偏位応答

いま、回転加振の特別な場合として、位相差 $\delta - \gamma = 0$ のとき、すなわち直線の単振動で偏

位角を $\lambda = \text{Tan}^{-1}(b/a)$ とする加振が基礎体に作用したときの挙動を求めてみる。

偏位応答は回転応答と同様に式 (3・2) で表わされるが、入力の位相差 $\delta - \gamma (=0)$ と応答の位相差 $\psi_1 - \psi_2 (\neq 0)$ が等しくない場合、基礎体の応答は回転応答を呈することになる。

つぎに、入力の偏位角に対応して応答偏位角 λ^* を、定常状態において、

$$\lambda^* = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{|\omega_x|}{|\omega_y|} \right) = \text{Tan}^{-1}(\Omega) \quad \dots\dots\dots (3\cdot 11)$$

と定義する。このとき、応答偏位角の入力偏位角に対する変化は、次式のように与えられる。

$$d\lambda = \lambda^* - \lambda \quad \dots\dots\dots (3\cdot 12)$$

つぎに各軸方向の応答倍率は、近似的に次式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \kappa_x &= \left| 1 + \frac{m_0 h}{A} \frac{b}{a} (1 - 4\Omega^2) S_x(u_x) \right| \\ \kappa_y &= \left| 1 + \frac{m_0 h}{A} (1 - 4\Omega^2) S_y(u_y) \right| \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3\cdot 13)$$

ただし、 a が b が零であるときは、 $\Omega = 0$ となる。

以上の質量・ばね・ダッシュポット系の議論は、基礎体断面の主慣性モーメントが2軸とも等しいような場合に適用できよう。

3.2 解法その2—波動論

式 (3・1) のような回転加振が基礎体に作用したとき、式 (2・20) の定常解が、

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x &= \Phi_x \exp\{i(\omega t - \delta)\} \\ \varphi_y &= \Phi_y \exp\{i(\omega t - \gamma)\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3\cdot 14)$$

と仮定する。すなわち、入力の位相差 $\delta - \gamma$ と応答の位相差 $\psi_0 = \delta - \gamma$ とが等しいとする。このとき、若干の計算ののち整理すると、

$$\left. \begin{aligned} \Phi_x &= \left[\frac{H}{i_0^2} \left\{ 1 - \left(\frac{2}{\Omega} \right)^2 e^{2i\psi_0} \right\} \left(\frac{\omega g_1}{\omega_s} \right)^2 + \frac{\pi}{2H} \Gamma_1 (g_{11} + g_{12}) \right] a S_1(\omega) \\ \Phi_y &= \left[\frac{H}{i_0^2} \left\{ 1 - \left(\frac{2}{\Omega} \right)^2 e^{2i\psi_0} \right\} \left(\frac{\omega g_2}{\omega_s} \right)^2 + \frac{\pi}{2H} \Gamma_2 (g_{21} + i g_{22}) \right] b S_2(\omega) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3\cdot 15)$$

ここで、

$$S_j(\omega) = \left(\frac{\omega}{\omega_{gj}} \right)^2 \left\{ 1 + i 2h_s \left(\frac{\omega}{\omega_s} \right) - \left(\frac{\omega}{\omega_s} \right)^2 + \Gamma_j (f_{j1} + i f_{j2}) \right\}, \quad (j=1,2) \quad \dots\dots\dots (3\cdot 16)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_2 &= \sqrt{\frac{k_R}{A}}, \quad i_0 = \sqrt{\frac{A}{m_0}}, \quad m_0 = \rho \pi R^2 H_s, \quad h_s = \frac{c_r}{2A\omega_s} \\ \Gamma_j &= \frac{1}{k_R} \frac{32R^2 \rho H^3}{\pi^3} \omega_g^2 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Omega_{nj}}{n^2}, \quad (j=1,2) \\ g_{j1} + i g_{j2} &= \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Omega_{nj}}{n^2} (-1)^{n-1/2} \left/ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Omega_{nj}}{n^2} \right., \quad (j=1,2) \\ f_{j1} + i f_{j2} &= \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \xi_{nj}^2 \frac{\Omega_{nj}}{n^4} \left/ \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\Omega_{nj}}{n^2} \right., \quad (j=1,2) \\ \Omega &= \frac{\Phi_x}{\Phi_y} (a, b \neq 0) \\ &= \infty (a, b = 0) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3\cdot 17)$$

となる。

式 (3・15) の結果は、式 (3・10) に比較し、[] の第3項の表層地盤の質量効果と、 S_j

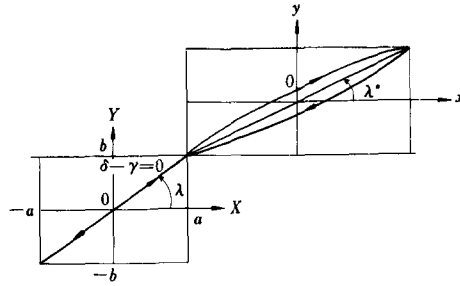


Fig. 3.2 Illustration

(ω) において基盤と表層地盤とのばね効果が分離されているという点が異なる。すなわち、質量・ばね・ダッシュポット系による基礎体の動的挙動の取り扱い、波動論による取り扱いに比べて表層地盤の質量効果を考慮できないという欠点をもつといえよう。

(2) 偏位応答

式 (3・15) で $\psi_0=0$ とおくと、 Ω に関する 3 次方程式を得る。すなわち、

$$q_1\Omega^3 + q_2\Omega^2 + q_3\Omega + q_4 = 0 \quad (a, b \neq 0) \quad \dots\dots\dots (3\cdot 18)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{S_1(\omega)}{S_2(\omega)} \frac{a}{b} \left\{ \frac{H(\omega_{g1})^2}{i\omega_s^2} + \frac{\pi}{2H} \Gamma_1(g_{11} + i g_{12}) \right\} \\ q_2 &= - \left\{ \frac{H(\omega_{g2})^2}{i\omega_s^2} + \frac{\pi}{2H} \Gamma_2(g_{21} + i g_{22}) \right\} \\ q_3 &= - 4 \frac{S_1(\omega)}{S_2(\omega)} \frac{a}{b} (\omega_{g1})^2 \\ q_4 &= 4 \frac{H}{i\omega_s^2} (\omega_{g1})^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3\cdot 19)$$

なお、 a または b が零のときは、

$$\Omega = - \frac{q_1}{q_2} \quad \dots\dots\dots (3\cdot 20)$$

となる。したがって一般に偏位応答角 $\lambda^* = \text{Tan}^{-1}(|\Omega|)$ は、3 通りのモードが可能となるといえる。ただし、慣性主軸と一致する場合は、式 (3・20) より 1 通りの応答偏位角しか生じない。 λ^* には、質量・ばね・ダッシュポット系と異なって表層地盤の質量効果 ($g_{j1} + i g_{j2}$) と基盤のばね効果 ω_s とが関係していることが注目される。

4. 結 言

断面の 2 つの主慣性モーメントが等しい剛基礎体の 2 次元定常入力に対する議論より得られた結果を要約するとつぎのようになろう。

(1) 定常状態においては、基礎体の鉛直軸まわりの角回転成分が無くなる。したがって基礎体の挙動は、水平軸まわりの 2 つの運動方程式が表現できる。

(2) 水平の 2 個の回転主軸に関する基礎方程式は、オイラーの角の 1 次の項だけ考慮するならば、水平のそれぞれの軸に独立した方程式となり、2 次の項を考慮するならば、その各軸に対する基礎式が互いに従属関係となる。

(3) 質量・ばね・ダッシュポット系の議論によると、基盤に回転入力作用すると基礎体も

同様に回転応答をし、それぞれの軸の振幅はそれぞれの軸にのみ単振動入力が入力したときの振幅およびその比と各軸の応答位相差との関数となり、かつまた入力振動数の関数でもある。さらに、応答位相差は、一般に入力の位相差と等しくないがこの関数である。

(4) 質量・ばね・ダッシュポット系によると、基礎体の慣性主軸と異なった偏位入力直線運動が作用し、地盤の各軸の性質がそれぞれ異なるなら、基礎体は入力のような直線運動をせず回転応答をし、かつまた入力振動数の関数となる。

(5) 質量・ばね・ダッシュポット系によると、偏位入力の入力偏位角に対して、応答の振幅比によって定義された応答偏位角は、それぞれの軸に単独に入力を作用させたときの振幅比で表わされる。

(6) 表層地盤に関する波動論の議論によると、基礎体と表層地盤との回転応答の相互作用の結果としての各軸の応答振幅は質量・ばね・ダッシュポット系と異なり、表層地盤の質量効果が加味される。また、表層地盤のばね効果は入力振動数の関数となり、複雑な形となるので、質量・ばね・ダッシュポット系のような応答の位相差の議論はできなかった。なお、偏位応答についても上述の効果が加味されて、取り扱いが複雑となる。

ところで、本研究においてつぎのような問題点が残されている。

(1) 基礎体の底面ヒンジの回転のみの 3 自由度に限定したこと。しかるに実構造物の基礎は回転のみならず並進も伴う 6 自由度と考えられる。

(2) 質量・ばね・ダッシュポット系において、ばね効果がいかなる表層地盤においても重心に作用するとしていること。したがって、ばね定数を定める場合は、この点に注意を要する。

(3) 基礎体の運動は、定常状態に限定したこと。しかし実地震はランダム波の過渡的な入力波であり、定常状態が特別な入力波であることに留意する。

なお、今後引き続いてつぎのような研究をも実施する計画である。

(1) 回転応答・応答の位相差・偏位応答・応答偏位角などの数値計算。

(2) 文献 8) および 9) などの模型実験との比較検討。

(3) 2 個の主慣性モーメントの異なる断面に関する理論的検討。

最後に本研究に種々御指導いただいた京都大学工学部後藤尚男教授、北浦勝助手を始めとする後藤研究室の諸兄に感謝の意を表わす次第である。

参 考 文 献

- 1) たとえば J. Penzen, C.F. Scoeffey and R.A. Parmeled : Seismic Analysis of Bridge on Long Piles, Proc., of ASCE, Vol. 90, FM 3, June 1964, pp. 223~254.
- 2) 山田善一・松村 博 : 有限要素法による基礎—地盤系の振動解析, 土木学会関西支部, 講演概要, 昭和44・5, pp. I. 27.1~2.
- 3) H. Tajimi : Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum, the 4th WCEE, A-6, 1969. 1, pp. 53~69.
- 4) 後藤尚男・土坂憲三・高田至郎 : 地盤と構造物基礎の地震応答, 第10回地震工学研究発表会, 講演概要, 1969. 7, pp. 72~82.
- 5) たとえば, 伯野元彦・野尻陽一 : ケーソンの動特性に関する一研究, 土木学会論文報告集, No. 170, 1969. 10, pp. 9~22.
- 6) 倉田栄一・石坂徳三・土田 肇 : 港湾地域強震観測年報 (1971), 港湾技研究資料, No. 136, Mar. 1972, pp. 92~114.
- 7) 秋吉 卓 : 地表面上の剛構造物の回転振動における方向性について, 土木学会昭和45年度年次学術講演講演集, I-205.

宮 協 幸 治 郎

- 8) 防災研究協会，後藤尚男編：基礎体—地盤系の振動，地震応答，耐震設計に関する研究，本州四国連絡橋公団委託研究，昭和47年度報告書，pp. 29～37.
- 9) 北浦 勝・宮協幸治郎・横山正義：構造物基礎のランダム応答に関する実験的研究，地震工学シンポジウム，1973. 9, B-27, pp. 293～300.